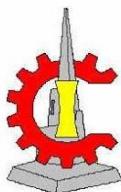


ANÁLISIS ESTRUCTURAL I

ESTABILIDAD E HIPERESTATICIDAD

PROFESOR: ROLANDO CISNEROS AYALA
INGENIERO CIVIL POR LA UNSCH
INGENIERO ESTRUCTURAL POR UGR



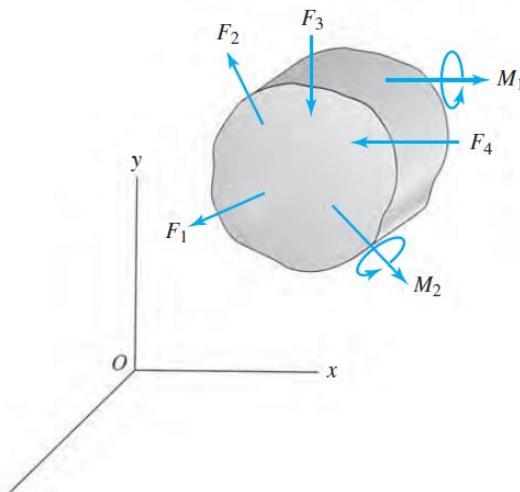
FACULTAD DE INGENIERÍA DE MINAS GEOLOGÍA Y CIVIL
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL



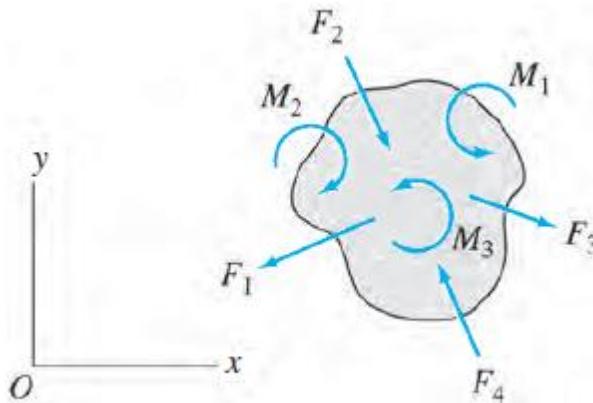
I) INTRODUCCIÓN A ESTABILIDAD E HIPERESTACIDAD

1.1) ECUACIONES DE EQUILIBRIO

Una estructura o uno de sus elementos está en equilibrio cuando se mantiene un balance de fuerzas y momentos.



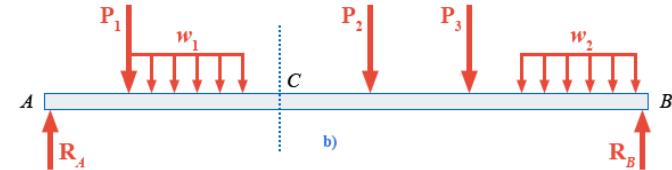
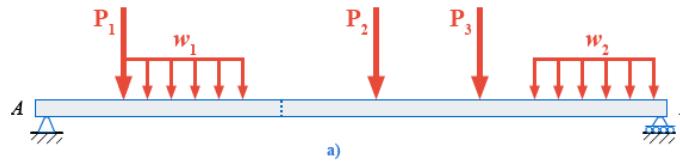
$$\sum F_x = 0; \sum F_y = 0; \sum F_z = 0$$
$$\sum M_x = 0; \sum M_y = 0; \sum M_z = 0$$



$$\sum F_x = 0; \sum F_y = 0; \sum M_z = 0$$

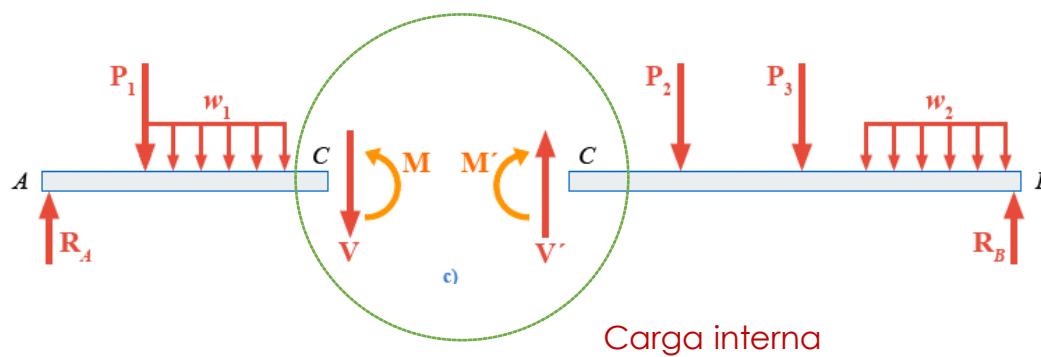
1.2) FUERZAS EXTERNAS

Son las acciones de otros cuerpos sobre la estructura en cuestión. Para el propósito de análisis, por lo general, es conveniente clasificarlas como fuerzas aplicadas (vivas, viento, sismo, etc.) y fuerzas de reacción.



1.3) FUERZAS INTERNAS

Son las fuerzas o momentos que se ejercen en un elemento o parte de una estructura. se desarrollan dentro de ésta y mantienen sus partes juntas. Las fuerzas internas siempre ocurren en pares iguales pero opuestos.

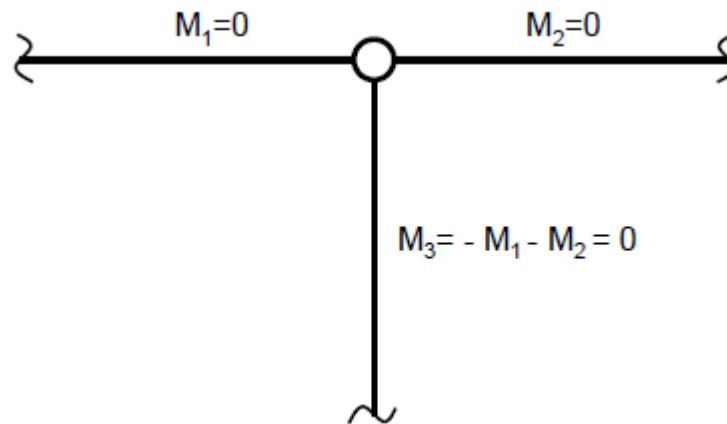


1.4) CONDICIONES DE CONSTRUCCIÓN:

Se denominan condiciones de construcción (c), a las condiciones de esfuerzo nulo impuestas a las uniones entre los elementos de la estructura.

En estructuras planas, la condición de construcción que se presenta más habitualmente es la rótula (c=1), que anula el momento flector en las secciones de los elementos que en ella concurren.

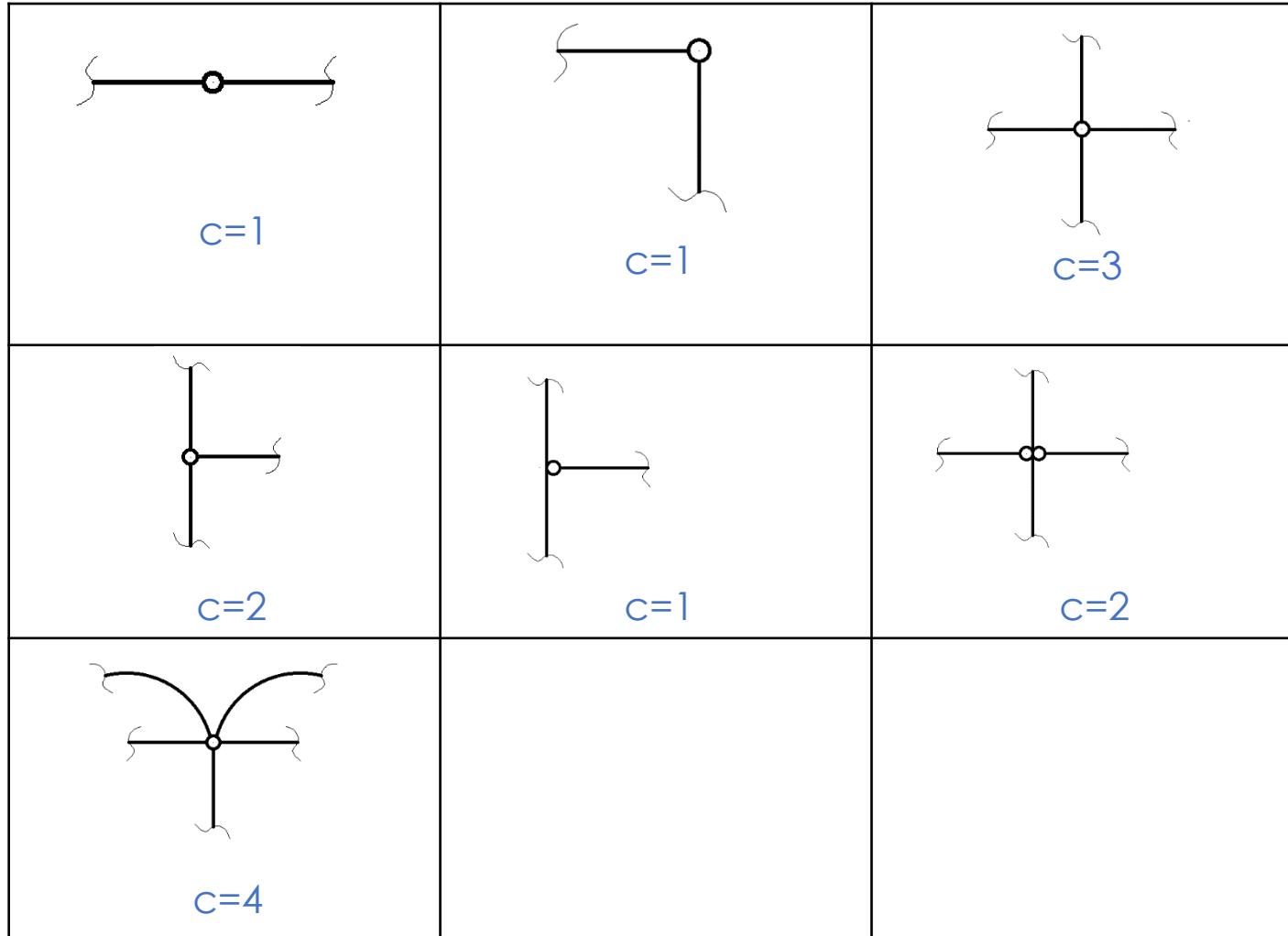
En un nudo totalmente articulado de una estructura plana al que llegan n barras, el número de condiciones de construcción es n-1. La ecuación n-ésima es la ecuación estática de suma de momentos nulos en el nudo.



c=2 (p.e., M_1 y $M_2 = 0$), ya que del equilibrio estático del nudo se deduce que también $M_3 = 0$.

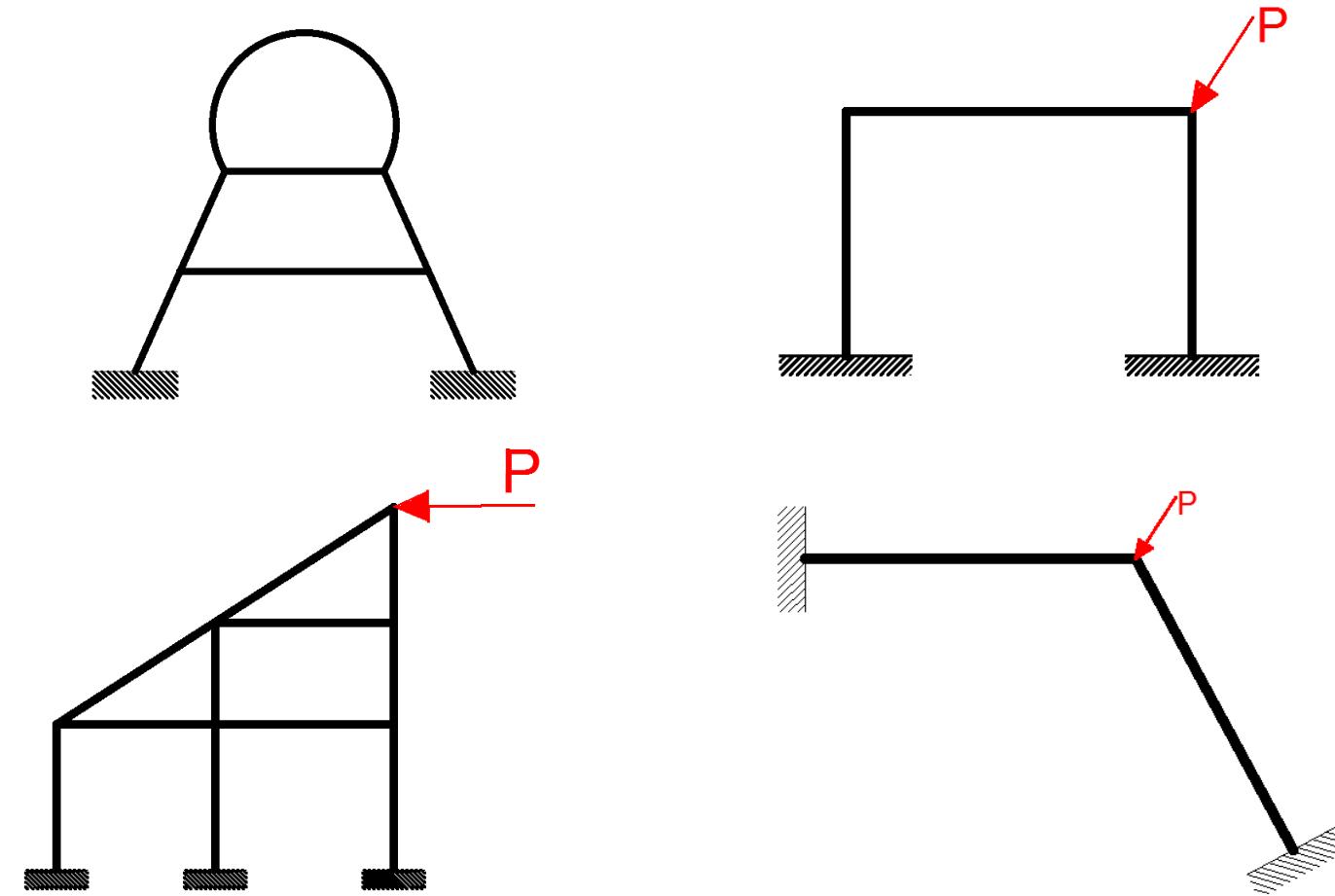
1.4) CONDICIONES DE CONSTRUCCIÓN:

Si existieran articulaciones o rótulas intermedias o en los nodos, se considerará la cantidad de “n-1” ecuaciones especiales.



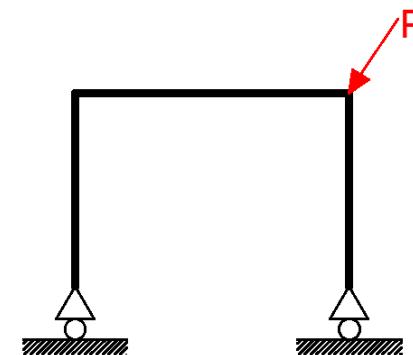
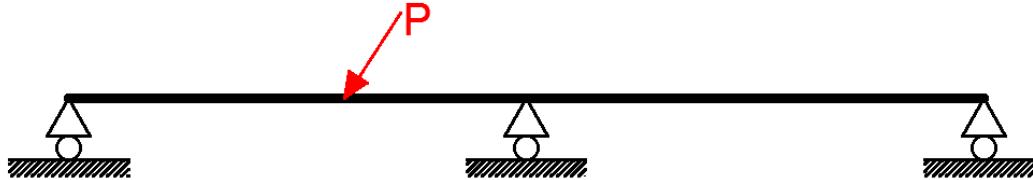
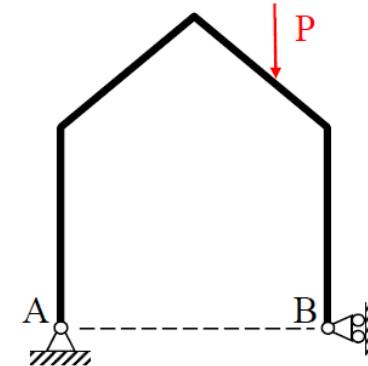
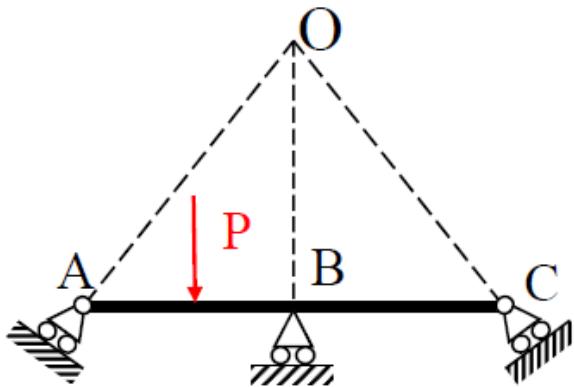
1.5) ESTRUCTURAS ESTABLES

Una estructura es estable cuando es capaz de soportar cualquier sistema de cargas y sus elementos resisten en forma elástica e inmediata a la aplicación de dichas cargas, suponiendo que sus apoyos poseen rigidez infinita.



1.6) ESTRUCTURAS INESTABLES

Son aquellas estructuras que no pueden sostener cargas. Las reacciones externas en los apoyos son concurrentes o paralelas,



II) DETERMINACIÓN ESTÁTICA DE ESTRUCTURAS

2.1) ESTRUCTURAS ESTATICAMENTE DETERMINADAS O ISOSTÁTICAS

Cuando todas las fuerzas en una estructura (reacciones y esfuerzos de sección) pueden determinarse empleando única y exclusivamente las ecuaciones de equilibrio.

2.2) ESTRUCTURAS ESTATICAMENTE INDETERMINADAS O HIPERESTÁTICAS

Una estructura es estáticamente indeterminada si sus reacciones y fuerzas internas no pueden ser calculadas a partir de las ecuaciones de equilibrio, así mismo las fuerzas desconocidas es superior a las ecuaciones de equilibrio estático. Las ecuaciones adicionales necesarias para resolver las reacciones desconocidas se obtienen al relacionar las cargas aplicadas y las reacciones con el desplazamiento o la pendiente en diferentes puntos de la estructura.

Como regla general, una estructura puede identificarse como estáticamente determinada o indeterminada al dibujar diagrama de cuerpo libre de todos sus elementos, partes seleccionadas de sus elementos, para después comparar el total de fuerzas de reacción y componentes de momentos desconocidos con el total de ecuaciones de equilibrio disponibles.

III) DETERMINACIÓN ESTÁTICA DE PORTICOS Y VIGAS

NUMERO DE FUERZAS
INCOGNITAS

NUMERO DE ECUACIONES DE
ESTÁTICA

Seis por cada barra (dos fuerzas
y momento en cada extremo)
"r" numero de reacciones o
restricciones en apoyos

Tres ecuaciones de equilibrio por cada nodo
Tres ecuaciones de equilibrio por cada barra
"c" ecuaciones especiales

$$6b+r$$

$$3b+3b+c$$

comparando

$$g=(3b+r)-(3n+c)<0$$

Estructura inestable

$$g=(3b+r)-(3n+c)=0$$

Estructura isostática.

$$g=(3b+r)-(3n+c)>0$$

Estructura hiperestático.

Donde:

b=número de barras

r=Numero de reacciones

n=número de nodos

c=número de ecuación especial

3.1) HIPERESTATICIDAD EXTERNA EN PORTICOS Y VIGAS

La hiperestaticidad externa está dado por:

$$ge=r - \text{número de ecuaciones de equilibrio-c}$$

Donde:

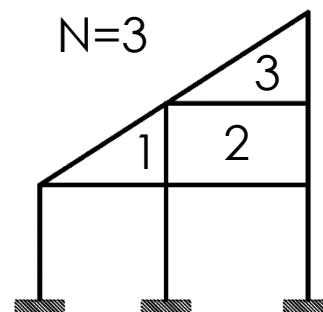
r=Número total de restricciones o reacciones en los apoyos

c= Número de ecuaciones especiales para toda la estructura

3.2) HIPERESTATICIDAD INTERNA EN PORTICOS Y VIGAS

La hiperestaticidad interna en estructuras aporticadas sin articulaciones internas esta dado por:

$$gi=3N$$

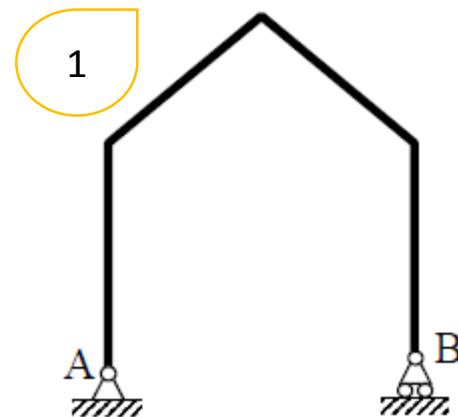


N= Número de segmentos de área de la estructura aporticada cerrados

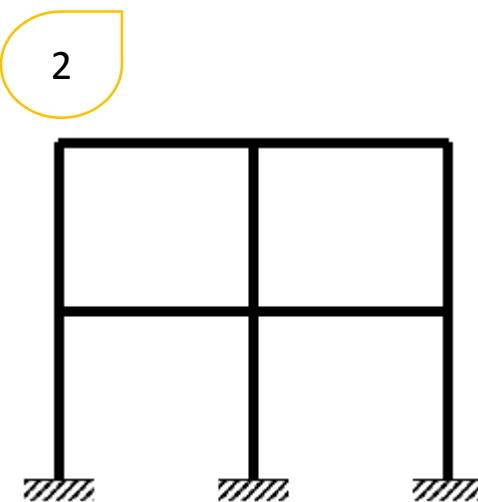


3.3) EJEMPLOS DE APLICACIÓN:

En las siguientes estructuras determine el grado de hiperestaticidad total de la estructura.

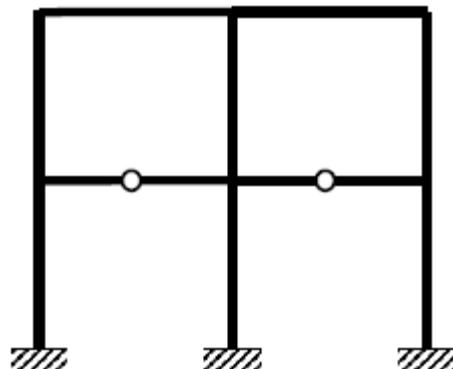


b	n	r	c	$g = (3b + r) - (3n + c)$	Tipo de estructura
4	5	3	0	$g = (3(4) + 3) - (3(5) + 0)$	Isostática y estable
Determinación del grado de hiperestaticidad				$g = 0$	



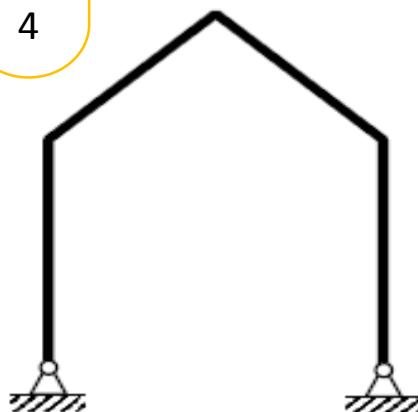
b	n	r	c	$g = (3b + r) - (3n + c)$	Tipo de estructura
10	9	9	0	$g = (3(10) + 9) - (3(9) + 0)$	hiperestática y estable de grado 12 (6 interno + 6 externo)
Determinación del grado de hiperestaticidad				$g = 12$	

3

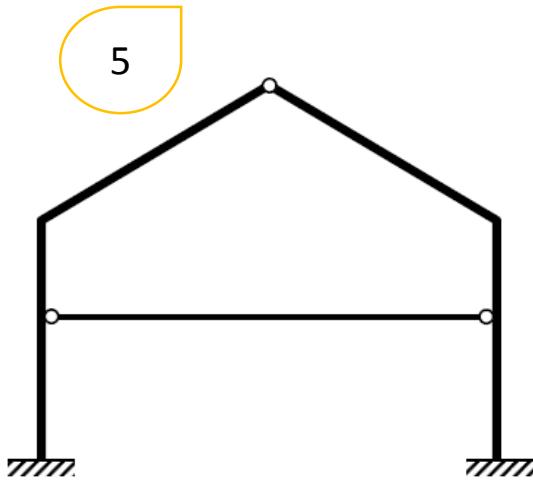


b	n	r	c	$g=(3b + r) - (3n + c)$	Tipo de estructura
12	11	9	2	$g=(3(12)+9)-(3(11)+2)$	hiperestática y estable de grado 10
Determinación del grado de hiperestaticidad				$g=10$	

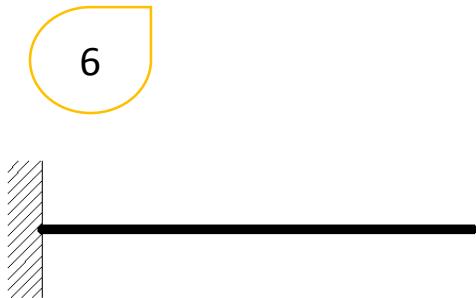
4



b	n	r	c	$g=(3b + r) - (3n + c)$	Tipo de estructura
4	5	4	0	$g=(3(4)+4)-(3(5)+0)$	hiperestática y estable de grado 1
Determinación del grado de hiperestaticidad				$g=1$	



b	n	r	c	$g=(3b+r)-(3n+c)$	Tipo de estructura
7	7	6	3	$g=(3(7)+6)-(3(7)+3)$	hiperestática y estable de grado 3
Determinación del grado de hiperestaticidad				$g=3$	



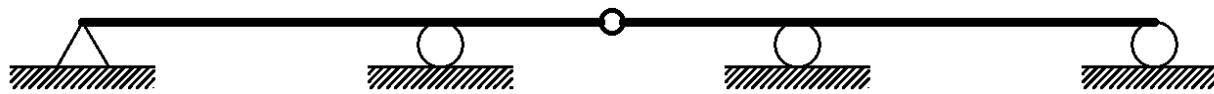
b	n	r	c	$g=(3b+r)-(3n+c)$	Tipo de estructura
1	2	3	0	$g=(3(1)+3)-(3(2)+0)$	Isostática y estable
Determinación del grado de hiperestaticidad				$g=0$	

7



b	n	r	c	$g = (3b + r) - (3n + c)$	Tipo de estructura
2	3	3	1	$g = (3(2) + 3) - (3(3) + 1)$	Estructura inestable (hipostática)
Determinación del grado de hiperestaticidad		$g = -1$			

8

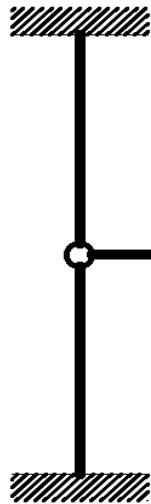


b	n	r	c	$g = (3b + r) - (3n + c)$	Tipo de estructura
2	3	5	1	$g = (3(2) + 5) - (3(3) + 1)$	Hiperestática y estable de grado 1
Determinación del grado de hiperestaticidad		$g = 1$			

9



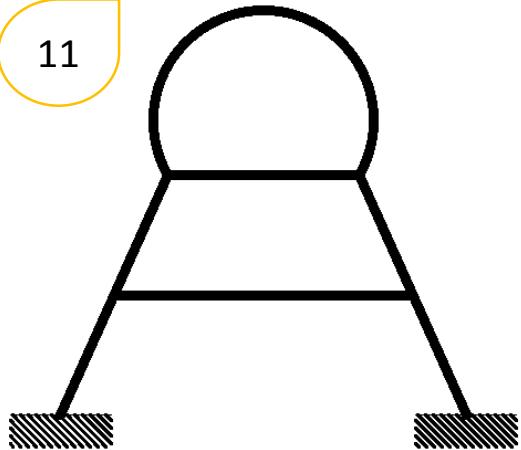
10



b	n	r	c	$g = (3b + r) - (3n + c)$	Tipo de estructura
2	3	6	1	$g = (3(2) + 6) - (3(3) + 1)$	
Determinación del grado de hiperestaticidad				$g = 2$	Hiperestática y estable de grado 2 externo

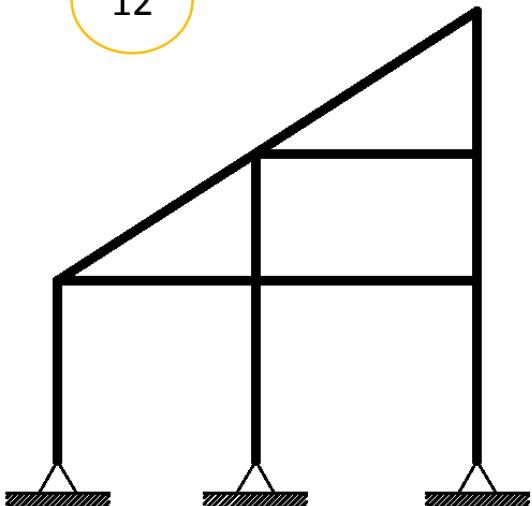
b	n	r	c	$g = (3b + r) - (3n + c)$	Tipo de estructura
3	4	9	2	$g = (3(3) + 9) - (3(4) + 2)$	
Determinación del grado de hiperestaticidad				$g = 4$	Hiperestática y estable de grado 4 externo

11



b	n	r	c	$g=(3b+r)-(3n+c)$	Tipo de estructura
7	6	6	0	$g=(3(7)+6)-(3(6)+0)$	
Determinación del grado de hiperestaticidad				$g=9$	Hiperestática y estable de grado 9 (6 interno+3 externo)

12



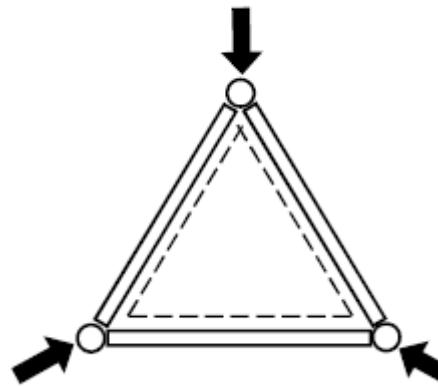
b	n	r	c	$g=(3b+r)-(3n+c)$	Tipo de estructura
11	9	6	0	$g=(3(11)+6)-(3(9)+0)$	
Determinación del grado de hiperestaticidad				$g=12$	Hiperestática y estable de grado 12 (9 interno+3 externo)

IV) DETERMINACIÓN ESTÁTICA DE ARMADURAS

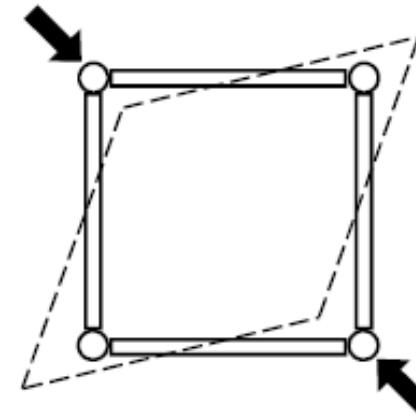
4.1) ESTABILIDAD INTERNA DE LAS ARMADURAS PLANAS

Podemos definir una armadura plana como internamente estable si el numero y arreglo geométrico de sus elementos de la armadura no cambia de forma y se mantiene como un cuerpo rígido al aplicar las cargas.

La armadura triangular es internamente estable en el sentido de que es un cuerpo rígido que no cambia su forma bajo la acción de las cargas. En cambio, una armadura rectangular es internamente inestable ya que cambiara su forma y colapsará cuando se sujete a un sistema general de fuerzas coplanares.



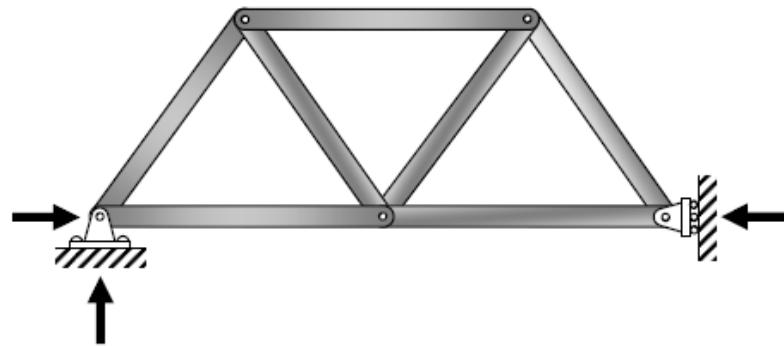
Configuración estable



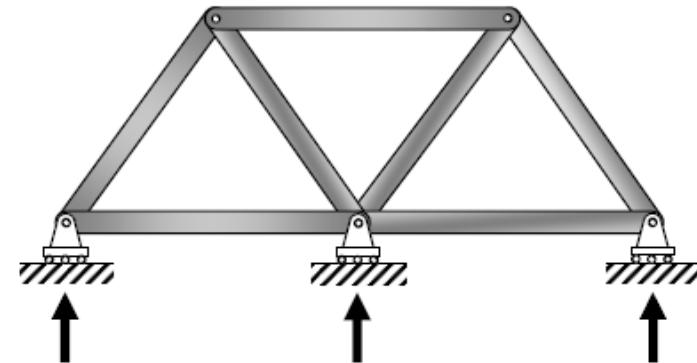
Configuración Inestable

4.2) ESTABILIDAD EXTERNA DE LAS ARMADURAS PLANAS

La inestabilidad debida a los apoyos externos insuficientes o al arreglo inapropiado de los apoyos externos se conoce como INESTABILIDAD EXTERNA.

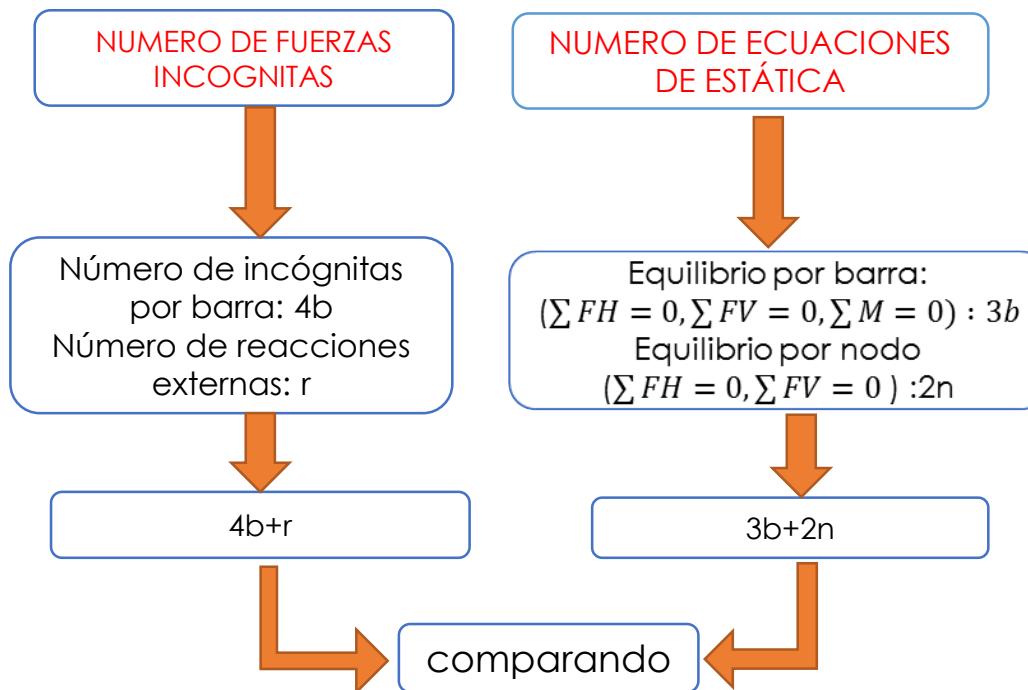


Configuración inestable

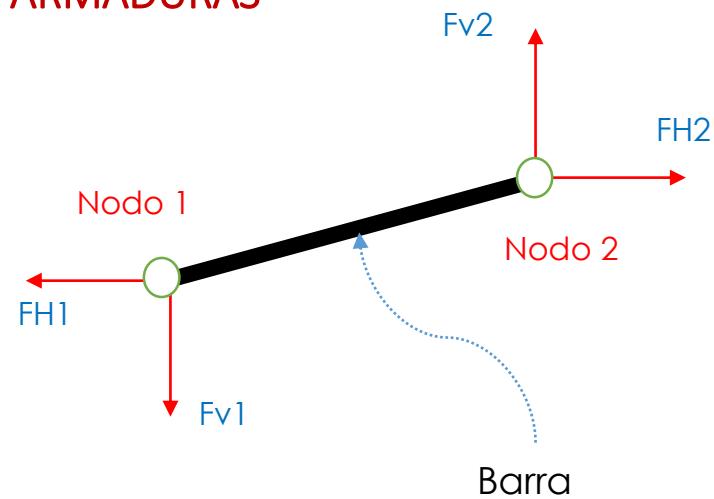


Configuración Inestable

4.3) GRADO DE DETERMINACIÓN HIPERESTÁTICA DE ARMADURAS



- | | |
|--------------------|------------------------|
| $g = (b+r-2n) < 0$ | Armadura inestable |
| $g = (b+r-2n) = 0$ | Armadura isostática |
| $g = (b+r-2n) > 0$ | Armadura hiperestática |

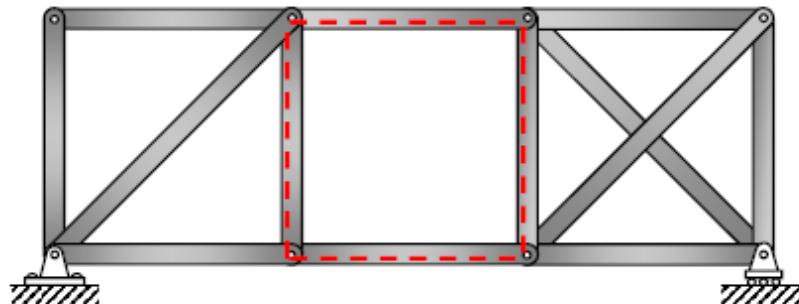


Donde:
 b =número de barras
 r =Número de reacciones externas
 n =número de nodos

4.4) EJEMPLOS DE APLICACIÓN:

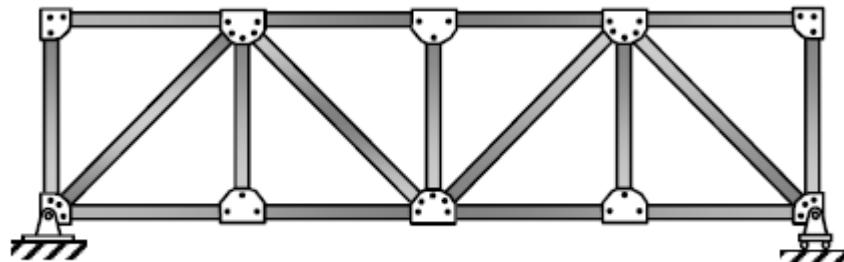
En las siguientes celosías determine el grado de hiperestaticidad total de la estructura.

1



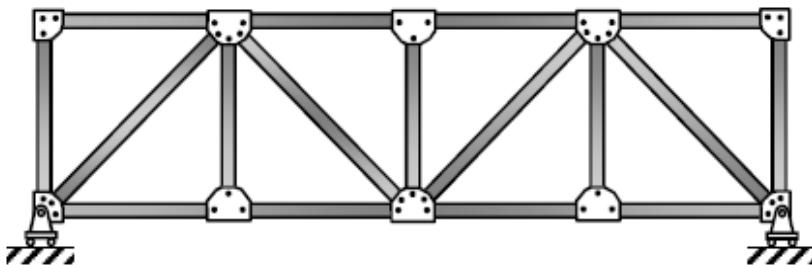
b	r	n	HIPERESTATICIDAD	TIPO DE ESTRUCTURA
13	3	8	$g=b+r-2n$	Parece ISÓSTATICO pero es una armadura inestable internamente
Determinación del grado de hiperestaticidad		$g=13+3-2(8)$ $g=0$		

2



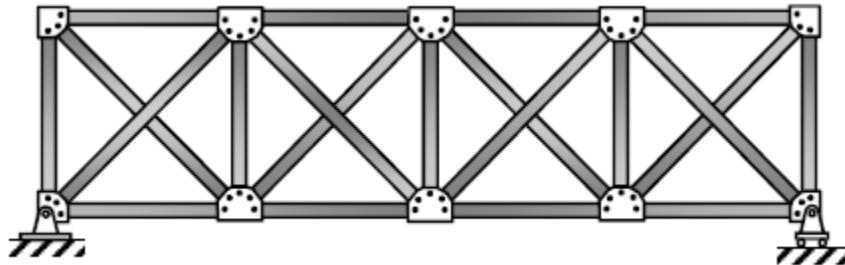
b	r	n	HIPERESTATICIDAD	TIPO DE ESTRUCTURA
17	3	10	$g=b+r-2n$	ISÓSTATICO
Determinación del grado de hiperestaticidad		$g=17+3-2(10)$ $g=0$		

3



b	r	n	HIPERESTATICIDAD	TIPO DE ESTRUCTURA
17	2	10	$g=b+r-2n$	
Determinación del grado de hiperestaticidad			$g=17+2-2(10)$ $g=-1$	INESTABLE externo

4

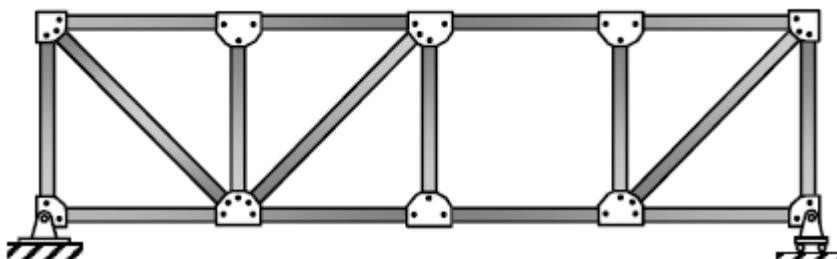


b	r	n	HIPERESTATICIDAD	TIPO DE ESTRUCTURA
21	3	10	$g=b+r-2n$	
Determinación del grado de hiperestaticidad			$g=21+3-2(10)$ $g=4$	HIPERESTÁTICO de grado 4 interno

Hiperestaticidad externa: $ge=r-\#$ de ecuaciones de equilibrio estático
 Ecuaciones de equilibrio estático=3, pues $\sum FV = 0$, $\sum FH = 0$, $\sum M = 0$
 $ge=3-3=0$; como: $g=ge+gi$

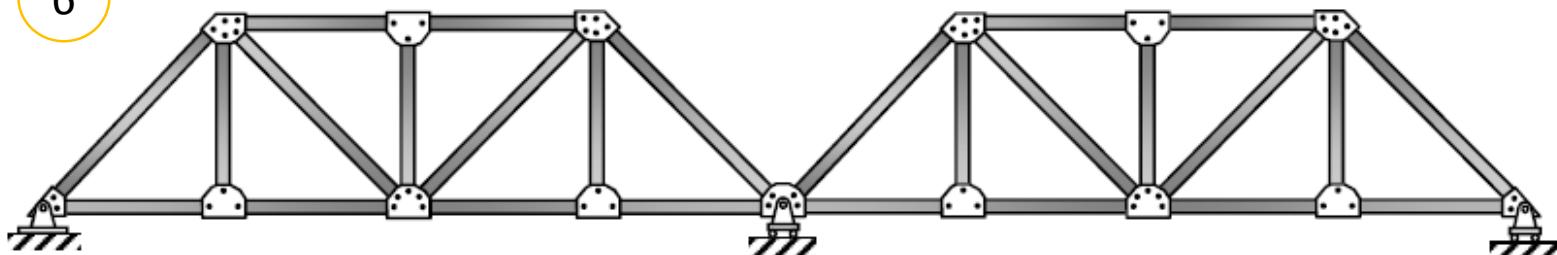
Por lo tanto: $g=gi$ (hiperestático de grado 4 interno)

5



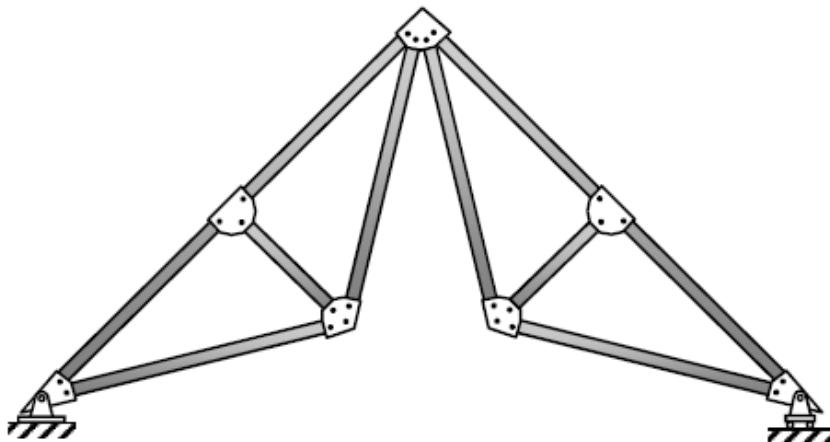
b	r	n	HIPERESTATICIDAD	TIPO DE ESTRUCTURA
16	3	10	$g=b+r-2n$	INESTABLE interno
Determinación del grado de hiperestaticidad			$g=16+3-2(10)$ $g=-1$	

6



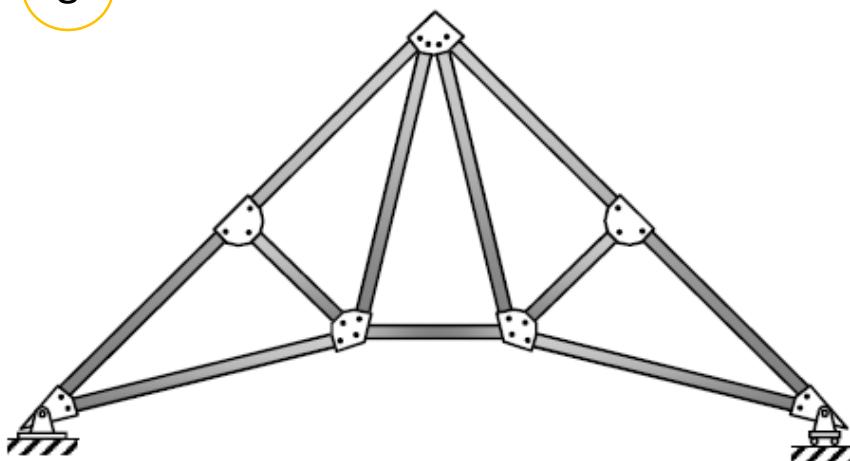
b	r	n	HIPERESTATICIDAD	TIPO DE ESTRUCTURA
26	4	15	$g=b+r-2n$	ISOSTÁTICO
Determinación del grado de hiperestaticidad			$g=26+4-2(15)$ $g=0$	

7



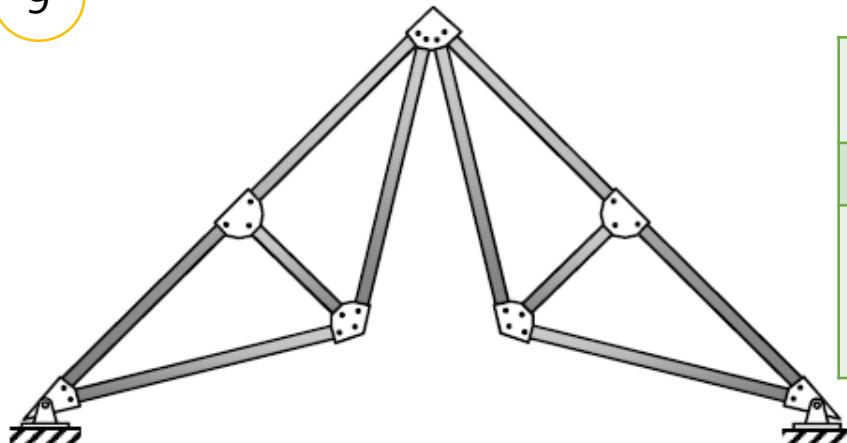
b	r	n	HIPERESTATICIDAD	TIPO DE ESTRUCTURA
10	3	7	$g=b+r-2n$	INESTABLE interno
Determinación del grado de hiperestaticidad			$g=10+3-2(17)$ $g=-1$	

8



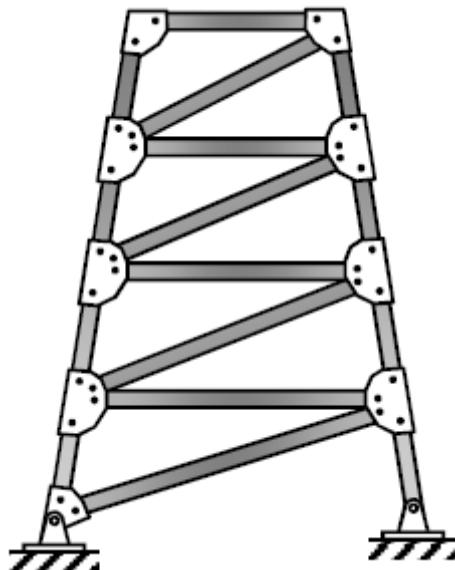
b	r	n	HIPERESTATICIDAD	TIPO DE ESTRUCTURA
11	3	7	$g=b+r-2n$	ISOSTATICO
Determinación del grado de hiperestaticidad			$g=11+3-2(17)$ $g=0$	

9



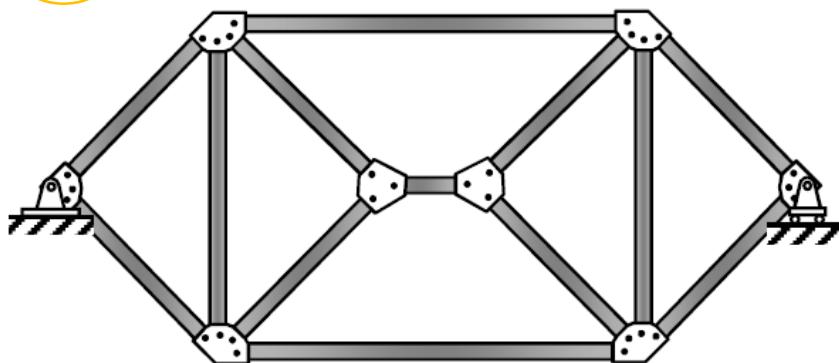
b	r	n	HIPERESTATICIDAD	TIPO DE ESTRUCTURA
10	7	7	$g=b+r-2n$	
Determinación del grado de hiperestaticidad			$g=10+4-2(7)$ $g=0$	ISOSTATICO

10



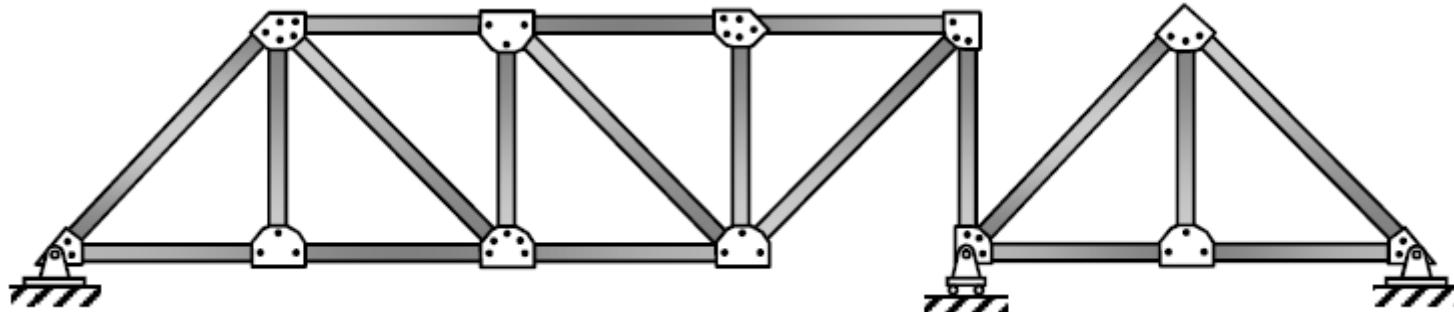
b	r	n	HIPERESTATICIDAD	TIPO DE ESTRUCTURA
16	4	10	$g=b+r-2n$	
Determinación del grado de hiperestaticidad			$g=16+4-2(10)$ $g=0$	ISOSTATICO

11



b	r	n	HIPERESTATICIDAD	TIPO DE ESTRUCTURA
13	3	8	$g=b+r-2n$	Parece ISÓSTATICO pero es una armadura inestable internamente
Determinación del grado de hiperestaticidad			$g=13+3-2(8)$ $g=0$	

12



b	r	n	HIPERESTATICIDAD	TIPO DE ESTRUCTURA
19	5	12	$g=b+r-2n$	
Determinación del grado de hiperestaticidad			$g=19+5-2(14)$ $g=0$	ISOSTÁTICO

GRACIAS



FACULTAD DE INGENIERÍA DE MINAS GEOLOGÍA Y CIVIL
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL



UNIVERSIDAD
NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL
DE HUAMANCA
Res, Prodigia y Fuerza
1824