

MATERIALES DE CONSTRUCCION

Edición revisada

TEORIA y
171 problemas
resueltos

GERARDO
MAYOR
GONZALEZ

SERIE DE COMPENDIOS SCHAUM

TEORIA Y PROBLEMAS

DE

MATERIALES DE CONSTRUCCION

Edición revisada

GERARDO MAYOR GONZALEZ

Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y
Puertos, Profesor de la
E.T.S. de Ingenieros de C.C. y P.,
Madrid, España

LIBROS MCGRAW-HILL

MEXICO PANAMA MADRID BOGOTA SÃO PAULO NUEVA YORK
LONDRES TORONTO SIDNEY JOHANNESBURG
DUSSELDORF SINGAPUR AUCKLAND

MATERIALES DE CONSTRUCCION

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra,
por cualquier medio, sin autorización escrita del editor.

DERECHOS RESERVADOS

Copyright © 1974, 1977, respecto a la edición en español por
LIBROS MCGRAW-HILL DE MEXICO, S. A. de C. V.
Atlacomulco 499-501, Naucalpan de Juárez, Edo. de México
Miembro de la Cámara Nacional de la Ind. Editorial. Reg. núm. 465

0-07-091651-9

2345678901

CGSA-77

7123456098

Impreso en México

Printed in Mexico

Esta obra se terminó en noviembre de 1978
en Poligráfica, S. A.,
Av. del Taller 9, México 8, D. F.

Se tiraron 3 000 ejemplares

PROLOGO

Un profesor de matemáticas, magnífico pedagogo, que tuve en mi juventud, decía siempre al terminar de explicar una lección teórica: "Y como el movimiento se demuestra andando, vamos a hacer un ejemplo". Es muy lógica esta actitud porque es indudable que un técnico debe buscar en todo momento una aplicación práctica a los conocimientos teóricos que ha adquirido.

Además, con la resolución de ejercicios no sólo se adquiere una mecánica operativa, no sólo se aprende una manera de hacer las cosas sino que se produce, a quien trata de resolverlos, una agilidad mental que le permitirá enjuiciar y resolver los problemas de la vida profesional con rapidez y eficacia.

Por otra parte, muchas veces un ejercicio bien preparado y bien resuelto enseña más que una serie de horas de estudio, pues las dificultades sólo se sienten cuando se intenta resolver un problema que sobre el papel parecía más fácil de lo que en realidad es. Estas dificultades obligan a un profundo análisis de las condiciones del problema, a una detenida consideración de las variables que intervienen y, como resultado, permiten una mejor asimilación de los conceptos técnicos en los que se basa la resolución.

Persuadido D. Gerardo Mayor de las ventajas que presentan los ejercicios prácticos para la enseñanza de la asignatura de MATERIALES DE CONSTRUCCION, ha preparado la presente publicación con numerosos ejercicios de todo tipo muy bien seleccionados. Así el alumno podrá intentar resolver los ejercicios aquí reseñados y si no lo consigue, si fracasa en su empeño, tiene a continuación del enunciado una guía magnífica que le llevará a la resolución completa.

Auguramos un merecido éxito al Sr. Mayor y le alentamos para que siga ampliando esta colección de ejercicios en beneficio de la enseñanza de la disciplina citada.

F. Arredondo
Catedrático de "Materiales de Construcción"
en la E.T.S. de Ing. de Caminos, Canales y
Puertos.

Tabla de Materias

			Página
Capítulo	1	ROCAS Definiciones. Densidades. Compacidad. Porosidades.	1
Capítulo	2	YESOS Yesos naturales. Fabricación de yesos comerciales. Yesos comerciales. Otros tipos de composición "real" de yesos. Resistencias mecánicas.	20
Capítulo	3	CALES Fabricación y fraguado de la cal aérea. Tipos de cales. Rendimiento. Resistencias mecánicas. Expansión.	45
Capítulo	4	CEMENTOS Fabricación. Fórmulas abreviadas: Composición centesimal y composición potencial. Propiedades de los constituyentes mineralógicos principales del cemento Portland. Dosificación de crudos; vía seca. Dosificación de crudos; vía húmeda. Otros cementos. Varios.	54
Capítulo	5	HORMIGONES Definiciones. Coeficiente volumétrico. Tamizado y paso de una serie de tamices a otra. Módulo de finura y módulo granulométrico. Tamaño máximo de un árido. Dosificación de hormigones. Consejos útiles. Método de la resistencia a los 28 días. Ensayos de resistencia. Acción de los agentes agresivos sobre el hormigón.	103
Capítulo	6	CERAMICA Tipos de ejercicios. Ejercicios sobre propiedades físicas. Ejercicios sobre procesos de fabricación. Ejercicios sobre material auxiliar de fabricación.	158
Capítulo	7	MATERIALES METALICOS Tipos de ejercicios. Ejercicios sobre ensayos de laboratorio; ensayo de tracción en aceros. Otros tipos de ejercicios sobre ensayos de laboratorio. Sistema de dos componentes.	168

Capítulo	8	MADERAS	19
		Determinación de la humedad y deformabilidad en función de ésta. Secado. Dureza y resistencia mecánica. Peso específico.	

Capítulo	9	MATERIALES BITUMINOSOS	206
		Ejercicios basados en ensayos de laboratorio. Pavimentos para carreteras. Hormigones asfálticos.	

		INDICE	211
--	--	---------------------	-----

Capítulo 1

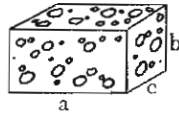
ROCAS

DEFINICIONES

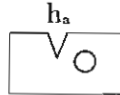
$P = \text{Peso al aire} =$



$V = \text{volumen aparente} = \text{Volumen de agua desplazado por la roca, supuesta recubierta de una membrana impermeable infinitamente fina} = a.b.c$ (si la probeta es paralelepédica rectangular y a , b y c son sus aristas).

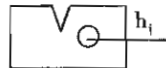


$h_a = \text{huecos accesibles}$, también llamados abiertos, son los que están en comunicación con el aire exterior a la roca.



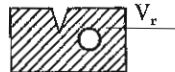
$h_i = \text{huecos inaccesibles}$, también llamados cerrados, son los que *no* están en comunicación con el aire exterior a la roca.

Hueco = Poro



$$h = h_a + h_i$$

$V_r = \text{Volumen real} = \text{Volumen que ocupa la roca, sin contar el aire que encierra} = V - h_a - h_i = V - h$



Una vez comprendidas las definiciones anteriores, podemos hallar las densidades, compacidad y porosidades sin más que aplicar el concepto intuitivo que de ellas tenemos:

DENSIDADES

$$\text{Densidad} = \frac{\text{Peso}}{\text{Volumen}}$$

por tanto:

$$D_a = \text{Densidad aparente} = \frac{\text{Peso}}{\text{Volumen aparente}} = \frac{P}{a.b.c} = \frac{P}{V}$$

$$D_r = \text{Densidad real} = \frac{\text{Peso}}{\text{Volumen real}} = \frac{P}{V - h} = \frac{P}{V - h_a - h_i}$$

COMPACIDAD

$$C = \text{Compacidad} = \frac{\text{Volumen real}}{\text{Volumen aparente}} = \frac{V - h}{V} = \frac{P/V}{\frac{P}{V - h}} = \frac{D_a}{D_r}$$

POROSIDADES

Antes de definir las, digamos que, en cualquier tipo de problema, cuando aparezca la palabra *absoluta* hemos de hacer intervenir los *huecos totales* (accesibles e inaccesibles); y cuando aparezca la palabra *relativa*, se considerarán únicamente los huecos *accesibles*.

$$\text{Porosidad} = \frac{\text{Volumen de huecos}}{\text{Volumen aparente}}$$

Por tanto:

$$P_a = \text{Porosidad absoluta} = \frac{h}{V} = \frac{h_a + h_i}{V}$$

que también puede escribirse así:

$$P_a = \frac{h}{V} = \frac{h + V - V}{V} = 1 - \frac{V - h}{V} = 1 - C$$

$$P_r = \text{Porosidad relativa} = \frac{h_a}{V}$$

Notas

- 1) La porosidad puede también referirse al volumen real (e incluso al relativo); en ese caso emplearíamos la fórmula:

$$\text{Porosidad (referida al vol. real)} = \frac{\text{Volumen de huecos}}{\text{Volumen real}}$$

- 2) Todas las fórmulas anteriores dan la porosidad en tanto por uno; para expresarla en tanto por ciento basta multiplicar por 100 el resultado.

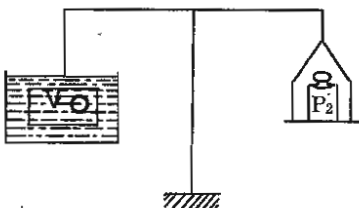
Normas a tener en cuenta



Si se sumerge en agua la probeta y se seca su superficie con un trapo se pesa *al aire*, tenemos que si llamamos:

1 = densidad agua
 h_a = huecos abiertos
 P = peso seco

$$P_1 = P + h_a \cdot 1$$



Si la probeta se pesa sumergida en la balanza hidrostática, aplicamos el principio de Arquímedes, tenemos que si:

1 = densidad agua
 P = peso seco
 h_a = huecos abiertos
 V = volumen aparente

$$P_2 = P - (V - h_a) 1$$

3) Un picnómetro es un recipiente de vidrio, debidamente graduado de forma que, por diferencia de alturas, puede saberse el volumen de un cuerpo que se sumerge en el líquido (agua generalmente) que contiene.

Esquemáticamente lo suponemos



Si el picnómetro no está graduado, lo que es frecuente, la diferencia de alturas, es decir, el volumen desplazado, puede hallarse pesando el picnómetro con la muestra, y el picnómetro con la muestra y lleno de agua hasta el enrase. Es muy útil para hallar $V - h_a$ y $V - h_i$ (pulverizando la muestra).

Con los conocimientos ya adquiridos podemos resolver los problemas 1 a 6.

A la vista de los problemas anteriores, podemos dar la norma a seguir para la solución de los problemas en que intervengan densidades, compacidad y porosidades:

1) Reproducir en esquema los datos del ejercicio.

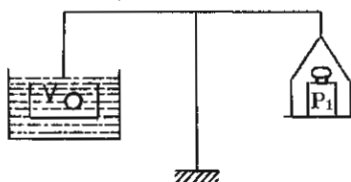
Ejemplo: picnómetro =



Muestra de roca =



Peso sumergido



2) Traducir este esquema a números.

Ejemplo



= 40 gr.



= Peso P gr

Volumen $V - h_a - h_i = V - h$

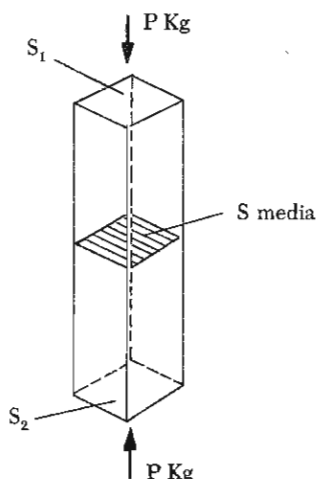
$$P_1 = (V - h_a) \cdot 1 \text{ (d agua = 1)}$$

3) Con lo dicho en (2) tenemos cierto número de ecuaciones, con cierto número de incógnitas. Generalmente éste será igual o superior en una unidad a aquél. En el primer caso bastará con resolver el sistema; en el segundo, hallar todas las incógnitas en función de una de ellas que desaparecerá al dividir para hallar D_a , D_r , C , P_a o P_r . (Véanse problemas 7, 8 y 9.)

Otros tipos de problemas, mucho menos frecuentes, son aquellos basados en los ensayos de laboratorio. Hay dos tipos principales: ensayos de *resistencias mecánicas* y ensayos de *abrasión*.

Resistencias mecánicas

El de tracción no se usa casi nunca, por lo que sólo veremos los de compresión y flexión (que sirven también para determinar la resistencia a tracción).



El ensayo de compresión consiste en aplicar sobre la probeta una carga que se va incrementando paulatinamente. Si $P \text{ Kg}$ es la carga que produce la rotura, tenemos

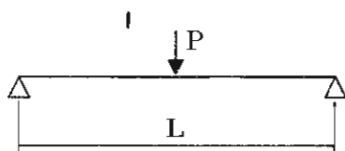
$$\text{Resistencia a compresión} = \sigma = \frac{P}{S_{\text{med}}}$$

Dado que es difícil medir S_{med} , se puede tomar la semisuma de las bases

$$S_{\text{med}} = \frac{S_1 + S_2}{2}$$

Generalmente se hacen seis ensayos y se da como valor de la resistencia a compresión la media aritmética.

La resistencia a tracción se halla mediante el ensayo de flexión y la conocida fórmula $\sigma = \pm \frac{MV}{I}$. Se considera la rebanada central:



$$M = PL/4$$

$$I = \frac{1}{12} a b^3, \text{ siendo la pieza de sección } \begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline \text{diagonal} \\ \hline b \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Por tanto, } \sigma = \pm \frac{3 PL}{2 a b^2}$$

Ensayo de abrasión

Se emplea una probeta cúbica de 50 cm^2 de área cada cara. Se oprime sucesivamente con 30 Kg y se somete a un desgaste sobre tres de éstas que formen triedro.

El resultado viene expresado en unidades de longitud ($V/S = L^3/L^2 = L$).

Al decir superficie ensayada, nos referimos a la suma de la de las tres caras ensayadas.

Dado que variará poco el resultado, pueden despreciarse (para hallar las áreas) las variaciones de longitud que experimenta la probeta al ser desgastadas las caras.

Problemas resueltos

1. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

La densidad aparente de una muestra de roca es de $2,32 \text{ Kg/dm}^3$ y su densidad real $3,20 \text{ Kg/dm}^3$.

Después de sumergida en agua durante 24 horas, el agua absorbida representa el 10% del peso de la roca seca.

Se desea saber el porcentaje de poros cerrados de la roca.

Solución

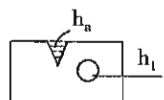
Seguiremos siempre la notación anterior.

$$D_a = \frac{P}{V} = 2,32 \quad (1)$$

$$D_r = \frac{P}{V - h_a - h_i} = 3,20 \quad (2)$$

Se trata de hallar h_i .

Sabemos, además, que



$$h_a = \frac{10}{100} \cdot P \quad (3)$$

Como no dice nada el enunciado, referiremos el porcentaje de poros cerrados al volumen aparente de la roca (V).

Tenemos tres ecuaciones y cuatro incógnitas: h_a , h_i , P , V ; como basta con obtener h_i en función de V , podemos resolver el problema.

De (1): $2,32 \cdot V = P$

$$(2) \quad 3,20 V - h_a \cdot 3,20 - h_i \cdot 3,20 = P, \quad \text{o sea} \\ (3,20 - 2,32) V - h_a \cdot 3,20 - h_i \cdot 3,20 = 0 \\ 0,88 \cdot V = 3,20 (h_a + h_i) \quad (4)$$

De (3) $h_a = 0,1 P$ y de (1): $P = 2,32 V$, luego

$$h_a = 0,1 \cdot 2,32 V = 0,232 V; \text{ llevando este valor a (4),}$$

$$0,88 \cdot V = 3,20 (0,232 V + h_i) = 0,7424 \cdot V + 3,20 h_i$$

$$0,1376 \cdot V = 3,20 h_i$$

Luego

$$h_i = \frac{0,1376}{3,20} V = 0,043 V$$

y para expresarlo en porcentaje:

$$h_i = 4,3 V (\%)$$

Nota:

El resultado ha sido referido al volumen aparente de la roca. Análogamente, podría hacerse refiriéndolo al volumen de huecos.

2. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Una muestra de roca pesa 1,766 Kg en seco; pesa 2,242 Kg cuando está saturada de agua, y pesa 1,041 Kg en la balanza hidrostática.

Se desea saber la densidad aparente, la densidad real y la porosidad, sabiendo que todos los poros son accesibles.

Se supone que al operar con la balanza hidrostática entra el agua en los poros.

Solución

$$h_i = 0, \quad \text{o sea, la muestra es}$$



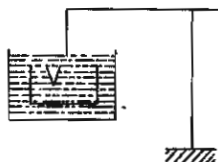
Según el enunciado:



$$= P \quad 1,766 \quad (1)$$



$$= P + h_a \cdot 1 = 2.242 \quad (2)$$



$$P_2 = 1,041 = P - (V - h_a) \cdot 1 = 1,041 = 1,766 - (V - h_a) \cdot 1 \quad (3)$$

De (1) y (2) obtenemos:

$$h_a = 2,242 - 1,766 = 0,476 \text{ dm}^3 \quad (4)$$

Entrando en (3)

$$\begin{aligned} V - h_a &= 1,766 - 1,041 \\ V - 0,476 &= 0,725, \text{ o sea} \\ V &= 1,201 \text{ dm}^3 \end{aligned} \quad (5)$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} D_a &= \frac{P}{V} = \frac{1,766}{1,201} = 1,470 \text{ Kg/dm}^3 \\ D_r &= \frac{P}{V - h_a - h_i} = \frac{1,766}{1,201 - 0,476 - 0} = \frac{1,766}{0,725} = 2,436 \text{ Kg/dm}^3 \\ P_a = P_r &= \frac{h_a}{V} = \frac{0,476}{1,201} = 0,396 \text{ (Expresada en tanto por uno, referido al volumen aparente)} \end{aligned}$$

3. El mismo ejercicio anterior, suponiendo ahora que, al operar con la balanza hidrostática, no entra el agua a los poros.

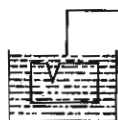
Solución



$$= P = 1,766 \text{ Kg} \quad (1)$$



$$= P + h_a \cdot 1 = 2,242 \text{ Kg} \quad (2)$$



$$P_2 = 1,041 = P - V \cdot 1 \quad (3)$$

De (2) y (1) obtenemos:

$$h_a = 2,242 - 1,766 = 0,476 \text{ dm}^3$$

De (1) y (3)

$$1,041 = 1,766 - V$$

de donde

$$V = 0,725 \text{ dm}^3$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} D_a &= \frac{P}{V} = \frac{1,766}{0,725} = 2,44 \text{ Kg/dm}^3 \\ D_r &= \frac{P}{V - h_a - h_i} = \frac{1,766}{0,725 - 0,476 - 0} = 7,09 \text{ Kg/dm}^3 \\ P_a = P_r &= \frac{h_a}{V} = \frac{0,476}{0,725} = 0,656 \end{aligned}$$

4. Una roca tiene una densidad aparente de $1,9 \text{ Kg/dm}^3$, su densidad real vale $2,6 \text{ Kg/dm}^3$ y el volumen de poros inaccesibles es doble que el de poros abiertos.

Hallar el incremento de peso que experimentará una muestra de esa roca al estar saturada de agua; expresado en porcentaje del peso seco de la roca.

Solución

Según el enunciado:

$$h_i = 2 h_a \quad (1)$$

$$D_a = \frac{P}{V} = 1,9 \quad (2)$$

$$D_r = \frac{P}{V - h_i - h_a} = \frac{P}{V - 3 h_a} = 2,6$$

El incremento de peso pedido es precisamente $h_a \cdot 1$, ya que 1 es la densidad del agua. Generalmente este peso habrá que expresarlo luego en porcentaje referido a P. El problema queda resuelto conocido h_a (en función de P).

De (1):

$$V = \frac{P}{1,9}$$

entrando en (2) con este valor:

$$\frac{P}{\frac{P}{1,9} - 3 h_a} = 2,6 \text{ o sea } \frac{1,9 \cdot P}{P - 5,7 h_a} = 2,6$$

$$1,9 \cdot P = 2,6 P - 14,82 h_a$$

$$0,7 P = 14,82 h_a$$

$$h_a = \frac{0,7}{14,82} \cdot P = 0,0472 \cdot P$$

Luego si P experimenta un incremento = $0,0472 P$, 100 experimentará un incremento = X

$$X = 100 \cdot \frac{0,0472 P}{P} = 4,72\%$$

5. Hallar la compacidad, porosidad absoluta y porosidad relativa de la roca del ejercicio anterior.

Solución

$$C = \frac{D_a}{D_r} = \frac{1,9}{2,6} = 0,73$$

$$P_a = \frac{h}{V} = \frac{h_a + h_i}{V}$$

En nuestro caso

$$P_a = \frac{3 h_a}{V} = \frac{3 \cdot 0,0472 \cdot P}{\frac{P}{1,9}} = 3 \cdot 1,9 \cdot 0,0472 = 0,269$$

que, como comprobación, vemos que vale $1 - C$.

Está expresada en tanto por uno, referido al volumen aparente.

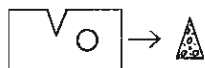
$$P_r = \frac{h_a}{V} = \frac{P_a}{3} = \frac{0,269}{3} = 0,0896$$

Expresada igual que la porosidad absoluta.

6. Se dispone de un picnómetro que vacío pesa 40 gramos. Se desea hallar la densidad real de una roca, para lo que se hacen las siguientes medidas:

- Peso del picnómetro con la muestra de polvo de piedra seca = 82 gr.
- Picnómetro lleno hasta la raya de enrase con un líquido de densidad $0,9 \text{ Kg/dm}^3 = 104 \text{ gr}$.
- Picnómetro con la muestra del polvo de piedra y la cantidad necesaria del líquido para llegar a enrasar = 140 gr.

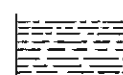
Solución



El volumen real de la muestra machacada sigue siendo $V - h_a - h_i = V - h$.

Los datos del problema, esquemáticamente son:

 = 40 gr. (1)

 = 104 gr. (3)

 = 82 gr. (2)

 = 140 gr. (4)

$$D_r = \frac{P}{V - h}, \text{ hallemos } P \text{ y } V - h$$

De (1) y (2) tenemos:

$$P = \text{Diagram of pycnometer with powder} - \text{Diagram of empty pycnometer} = 82 - 40 = 42 \text{ gr.}$$

De (3) y (4)

$$\begin{aligned} \text{Diagram of pycnometer with powder and liquid} - \text{Diagram of pycnometer filled with liquid} &= \text{Diagram of powder} - \text{Diagram of empty pycnometer} = P - (V - h) \cdot 0,9 = \\ &= 42 - (V - h) \cdot 0,9 = 140 - 104 = 36 \text{ gr, o sea} \\ 6 &= (V - h) \cdot 0,9; V - h = \frac{6}{0,9} = 6,666 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

Por tanto:

$$D_r = \frac{42}{6,666} = 6,3 \text{ Kg/dm}^3$$

7. Una probeta de roca, de forma paralelepípedica recta rectangular, y dimensiones $6 \times 2 \times 2,15 \text{ cm}$ se sumerge en un picnómetro con agua y se añade ésta hasta enrasar; el conjunto pesa 130 gr.

Se supone que el agua no penetra en los poros accesibles.

A continuación se pulveriza completamente la roca, sumergiéndola de nuevo en el mismo picnómetro y volviendo a enrasar; el conjunto pesa ahora 140 gr.

Se pide hallar la relación $\frac{D_r}{D_a}$

Solución

Seguimos el método expuesto en el apartado anterior.

 = $V = 6 \times 2 \times 2,15 \text{ cm}^3$ (0)

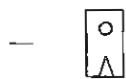
 = 130 gr. (1)



$$= 140 \text{ gr.}$$

(2)

$$(2) - (1) =$$



$$= (P + h \cdot 1) - P = 10 = h \cdot 1$$

$$h = 10 \text{ cm}^3$$

Sabemos que

$$D_r = \frac{P}{V - h}$$

luego

$$D_a = \frac{P}{V}$$

$$\frac{D_r}{D_a} = \frac{\frac{P}{V - h}}{\frac{P}{V}} = \frac{V}{V - h}$$

Conocemos

$$h = 10 \text{ cm}^3 \quad y$$

$$V = 6 \times 2 \times 2,15 \text{ cm}^3$$

Luego

$$\frac{D_r}{D_a} = \frac{6 \cdot 2 \cdot 2,15}{6 \cdot 2 \cdot 2,15 - 10} = \frac{25,8}{25,8 - 10} = \frac{25,8}{15,8} = 1,633$$

8. Hallar la ley de variación de la relación $R = \frac{\text{densidad real}}{\text{densidad aparente}}$ de una roca, en función del volumen de huecos totales, expresado a su vez como tanto por ciento del volumen aparente. Representarla gráficamente.

$$\text{Escala: } \begin{cases} h \dots\dots\dots 10\% \text{ de } V = 1 \text{ cm.} \\ R \dots\dots\dots 1 \text{ ud.} = 1 \text{ cm.} \end{cases}$$

Solución

$$D_a = \frac{P}{V} \quad D_r = \frac{P}{V - h} \quad \text{Luego si } h = \frac{a}{100} V$$

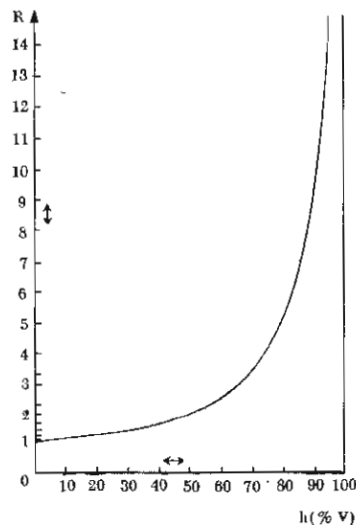
$$R = \frac{D_r}{D_a} = \frac{V}{V - h} = \frac{1}{1 - \frac{a}{100}}$$

Dando valores:

h (% de V)

R

0	1
10	1,11
20	1,25
30	1,43
40	1,67
50	2,00
60	2,50
70	3,33
80	5
90	10
100	∞



ESCALA:

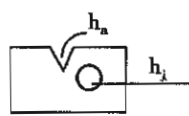
↑ ↔ = 1 cm

9. Una roca tiene una densidad real de 2,6 Kg/dm³, una porosidad relativa del 2%, referido al volumen aparente de la roca y los poros cerrados representan el 4% del volumen real.

Se pide hallar la densidad aparente.

Solución

Con los datos del enunciado, y siguiendo la notación que siempre hemos adoptado, podemos escribir:



$$\frac{P}{V - h} = 2,6 \quad (1)$$

$$h_a/V = 0,02 \quad (2)$$

$$h_i = 0,04 (V - h) \quad (3)$$

y además sabemos que

$$h = h_a + h_i \quad (4)$$

Tenemos cuatro ecuaciones y cinco incógnitas (h , h_a , h_i , P , V), y queremos hallar $D_a = P/V$; por tanto, hallamos los valores en función de V :

$$\text{De (2):} \quad h_a = 0,02 V$$

$$\text{entrando en (3):} \quad h_i = 0,04 (V - 0,02 V) = 0,04 \cdot V \cdot 0,98 \quad (5)$$

y entrando en (4), con (5) y (2) tenemos:

$$h = 0,02 V + 0,04 \cdot 0,98 \cdot V = 0,02 V + 0,0392 V = 0,0592 V$$

y entrando en (1):

$$\frac{P}{V - 0,0592 V} = 2,6$$

o sea

$$P = 2,6 \cdot V \cdot (1 - 0,0592) = 2,6 \cdot 0,9408 \cdot V$$

Por tanto:

$$D_a = \frac{P}{V} = \frac{2,6 \cdot 0,9408 \cdot V}{V} = 2,446 \text{ Kg/dm}^3$$

10. Un cubo tiene caras de 50 cm² de superficie, y se somete al ensayo de desgaste por abrasión. Las dimensiones finales de la probeta son 6,85 × 7,01 × 6,90 cm.

Hallar la resistencia a la abrasión de esa roca, expresando las unidades que se emplean.

Solución

Dimensiones primitivas: 7,07 × 7,07 × 7,07 cm.

Pérdida de $V = 6,85 \cdot 7,01 (7,07 - 6,90) + 7,01 \cdot 6,90 (7,07 - 6,85) + 6,90 \cdot 6,85 (7,07 - 7,01) = 21,64 \text{ cm}^3$

$$S = 3 \times 7,07 \times 7,07 = 150 \text{ cm}^2$$

$$\frac{\text{Pérdida de } V}{S} = \frac{21,64}{150} = 0,144 \text{ cm}$$

$$\text{Otra forma:} \quad R = \frac{V_i - V_f}{S} = \frac{353,50 - 331,83}{150} = 22,17/150 = 0,1478 \text{ cm}$$

11. Determinada roca se machaca finamente, ensayando después su solubilidad en agua que resulta nula. Tras ello se toman 0,30 gr que se introducen en un picnómetro, enrasando con agua, obteniéndose un peso de 15,75 gr. El peso del picnómetro lleno de agua es de 15,6 gr. Otra muestra de 0,3 gr de la misma roca sin machacar es introducida en agua obteniéndose un peso de 0,305 gr, después de secarla superficialmente. La misma muestra introducida en agua da un peso de 0,105 gr.

Hallar: 1) Poros accesibles e inaccesibles. 2) Densidades. 3) Compacidad.

Solución

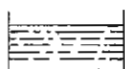
Se trata de dos muestras distintas, *pero de la misma roca* (por tanto, las densidades, porosidades, etc., de las dos muestras serán iguales).

Primera muestra

$$0,30 \text{ gr.} \quad (1)$$



$$= 15,75 \text{ gr.} \quad (2)$$



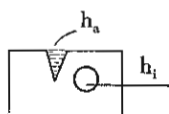
$$= 15,60 \text{ gr.} \quad (3)$$

$$(2) - (3) = 0,15 = 0,30 - (V - h) \cdot 1$$

$$V - h = 0,15$$

$$\text{Densidad real} = D_r = 0,30/0,15 = 2$$

Ahora nos olvidamos de esta primera muestra y nos referimos solamente a la segunda.

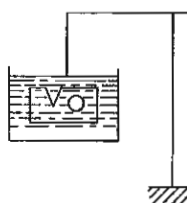
Segunda muestra

$$= 0,305 \text{ gr.}$$

$$0,305 - 0,300 = 0,005 \text{ cm}^3 \text{ de huecos accesibles} = h_a$$



$$= 0,300 \text{ gr.}$$



$$= 0,105 \text{ gr.} \quad 0,105 = 0,305 - V \cdot 1 \quad V = 0,200 \text{ cm}^3$$

$$\text{porcentaje de huecos accesibles} = \frac{0,005}{0,200} \cdot 100 = \frac{0,5}{0,2} = 2,5\%$$

Por definición, la densidad real:

$$\frac{P}{V - h_a - h_i} = D_r \quad \text{o sea:} \quad \frac{0,300}{0,200 - h_i - 0,005} = 2 \quad \text{o sea:}$$

$$\frac{0,300}{0,195 - h_i} = 2 \quad h_i = 0,045 \text{ cm}^3$$

$$\text{Porcentaje de huecos inaccesibles} = \frac{0,045}{0,20} \cdot 100 = 22,5\%$$

La D_r ya la calculamos.

La D_a es, por definición, $D_a = P/V = 0,300/0,200 = 1,5 \text{ gr/cm}^3$.

Para hallar las compacidades basta sustituir en las fórmulas, ya que conocemos todo: V , h_a , h_i , P .

12. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Un auxiliar de laboratorio recibe el encargo de determinar la densidad aparente de una muestra de roca, sin poros accesibles al agua, y decide emplear la fórmula:

$$D = \frac{\text{Peso de la muestra en el aire}}{\text{Peso de la muestra en el aire} - \text{Peso de la muestra en el agua}}$$

Dicho auxiliar opera de la siguiente forma:

a) Para determinar el peso de la muestra en el aire pesa la muestra de roca y obtiene un peso de 2.234 gr.

b) Para determinar el peso de la muestra en el agua hace lo siguiente:

Coloca sobre el platillo de una balanza una vasija con agua. En el otro platillo coloca las pesas necesarias para conseguir el equilibrio. Cuelga la muestra de roca de un alambre muy fino. Manteniendo el alambre con la mano, introduce la roca totalmente en el agua de la vasija sin que apoye en el fondo de la misma. Coloca entonces pesas en el otro platillo para equilibrar de nuevo la balanza. Estas pesas equivalen a 927 gr.

c) Hace operaciones:

$$D = \frac{2.234}{2.234 - 927} = 1,7 \text{ gr/cm}^3$$

El director del laboratorio rechaza este resultado por considerarlo equivocado. Se pide:

1) Decir si el resultado es correcto o equivocado, indicando en este caso dónde está el error del razonamiento.

2) En caso de que esté equivocado, calcular el verdadero valor de la densidad aparente de la muestra de roca.

Solución

Lo que determina por el procedimiento indicado no es el peso en agua sino el empuje, o sea el volumen de la roca; es decir, no determina el segundo término del denominador sino todo el denominador.

El razonamiento, por tanto, está equivocado. La verdadera densidad es:

$$D = 2.234/927 = 2,41 \text{ gr/cm}^3.$$

13. Se desea determinar D_a , D_r , C , P_a y P_r de una roca, para lo cual se extrae una muestra de la misma y se efectúan los siguientes ensayos:

- 1) Peso al aire de un picnómetro = P_1 .
- 2) Peso al aire de la muestra de roca = P_2 .
- 3) Peso sumergido de esa muestra, medido inmediatamente después de sumergir = P_3 .
- 4) Peso al aire del picnómetro lleno de agua = P_4 .
- 5) Peso al aire del picnómetro con la muestra pulverizada y enrasado con agua = P_5 .
- 6) Peso sumergido de la muestra original, manteniéndolo en agua durante 20 horas, antes de efectuar la pesada = P_6 .

Nota

Se supone que al sumergir la muestra, el agua tarda 10 horas en llenar los poros abiertos.

Solución*Esquemas**Ecuaciones*

$$= P_1$$

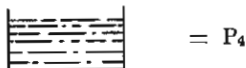
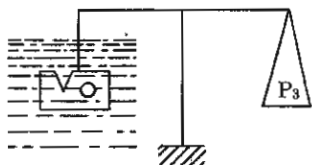
$$(1) \dots\dots\dots$$



$$= P_2$$

$$(2) P_2 = (\text{Peso } P)$$

Esquemas



Ecuaciones

$$(3) P_3 = P_2 - \text{Empuje} = P_2 - V \cdot 1$$

$$(4) \left\{ \begin{array}{l} P_5 - P_4 = \triangle - \triangle = \square - \triangle \\ (5) \quad = P_2 - V_r \cdot 1 \end{array} \right.$$

$$(6) P_6 = P_2 - (V - h_a) \cdot 1$$

Operando con las ecuaciones:

$$(2) \text{ y } (3) \quad P_2 - P_3 = V \quad \text{Luego, } D_a = \frac{P}{V} = \frac{P_2}{P_2 - P_3}$$

$$\text{De } (4) \text{ y } (5) \quad -P_5 + P_4 + P_2 = V_r \quad \text{Luego } D_r = \frac{P_2}{-P_5 + P_4 + P_2}$$

$$\text{De } (6) \quad P_6 - P_2 + V = h_a, \quad \text{y por tanto, } C = \frac{D_a}{D_r} = \frac{-P_5 + P_4 + P_2}{P_2 - P_3}$$

$$P_a = \frac{h}{V} = \frac{h_a + h_i}{V} = 1 - C = 1 - \frac{-P_5 + P_4 + P_2}{P_2 + P_3}$$

$$P_r = \frac{h_a}{V} = \frac{P_6 - P_2 + V}{V} = \frac{P_6 [\text{de } (3)] - P_2 + P_2 - P_3}{P_2 - P_3} = \frac{P_6 - P_3}{P_2 - P_3}$$

14. Una muestra de roca pesa 1,794 Kg en seco; 1,933 Kg cuando está saturada de agua, y 1,061 Kg cuando se pesa en la balanza hidrostática.

Se desea saber el volumen de huecos que habrá en 1 m³ de dicha roca si los poros inaccesibles son la mitad de los accesibles.

Solución

Supondremos que al pesar en la balanza hidrostática no entra el agua en los poros accesibles

$$\begin{array}{c} \text{Diagram: A rectangular block with a notch. The notch is labeled } h_a \text{ and the block is labeled } h_i. \\ P_1 = 1,794 \end{array} \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} \text{Diagram: A rectangular block with a notch. The notch is labeled } h_a \text{ and the block is labeled } h_i. \\ P_2 = 1,933 = 1,794 + h_a \cdot 1 \end{array} \quad (2)$$

$$\begin{array}{c} \text{Diagram: A balance scale. On the left pan, a rectangular block is partially submerged in a liquid. On the right pan, a triangular weight is labeled } P_3. \\ P_3 = 1,061 = 1,794 - V \cdot 1 \end{array} \quad (3)$$

$$h_i = \frac{1}{2} h_a \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
 \text{De (3):} & \quad V = 0,733 \\
 \text{Por tanto,} & \quad D_a = \frac{1,794}{0,733} = 2,45 \\
 \text{De (2):} & \quad h_a = 0,139 \text{ litros} \\
 \text{y de (4):} & \quad h_i = 0,069 \text{ litros} \\
 \text{Luego} & \quad D_r = \frac{1,794}{0,733 - 0,139 - 0,069} = \frac{1,794}{0,525} = 3,42 \\
 \text{y por tanto,} & \quad \text{Porosidad} = 1 - \frac{D_a}{D_r} = 1 - \frac{2,45}{3,42} = 0,284
 \end{aligned}$$

por tanto, en 1 m³ hay 284 litros de huecos (totales).

15. Una prensa está compuesta por un marco metálico cerrado constituido por dos cabezales unidos por tirantes laterales. En el interior del marco se dispone un gato hidráulico con un pistón de 12 cm de diámetro. El manómetro de la máquina marca 70 Kg/cm² en el momento que se rompe por compresión una probeta de 4 × 4 × 4 cm.

De estos datos se deduce la carga de rotura de la probeta.

Posteriormente se averigua que el pistón tenía un diámetro de 12,15 cm en vez de los 12 cm indicados.

Se quiere saber qué error se ha cometido al determinar la resistencia de la probeta.

Solución

Sección de los pistones:

$$\text{Teórica} = S_t = \pi \cdot 6^2 = 113,04 \text{ cm}^2$$

$$\text{Real} = S_r = \pi \cdot 6,075^2 = 115,88 \text{ cm}^2$$

La carga que transmiten es:

$$\text{Teórica} = 113,04 \cdot 70 = 7912,80 \text{ Kg}$$

$$\text{Real} = 115,88 \cdot 70 = 8111,60 \text{ Kg}$$

La tensión de rotura es:

$$\text{Teórica} = \frac{7912,80}{16} = 494,55 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Real} = \frac{8111,60}{16} = 506,97 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{El error es: } \frac{506,97 - 494,55}{494,55} \cdot 100 = 2,51\% \text{ en menos.}$$

16. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Se quiere determinar la densidad real de una roca, para lo cual se pulveriza convenientemente y se introduce una muestra en un picnómetro que, vacío, pesa 38,7 gramos.

Posteriormente se hacen las siguientes pesadas mediante las cuales se obtienen los resultados que se indican:

a) Picnómetro con la muestra de polvo de piedra seca = 73,5 gramos.

b) Picnómetro lleno hasta la raya de enrase con un líquido de densidad 0,92 = 103,3 gramos.

c) Picnómetro con la muestra de polvo de piedra y la cantidad necesaria del citado líquido para llegar a la raya de enrase = 133,1 gramos.

Solución

Operando análogamente al ejercicio núm. 6 del capítulo 1,

$$P = \text{peso de la muestra} = 73,5 - 38,7 = 34,8 \text{ gr.}$$

Llamando $V - h$ al volumen real

$$P - (v - h) \cdot 0,92 = 133,1 - 103,3 = 29,8 \text{ gr, o sea}$$

$$34,8 - (v - h) \cdot 0,92 = 29,8, \text{ de donde}$$

$$v - h = 5,435 \text{ cm}^3, \text{ y por tanto}$$

$$D_r = \frac{P}{v - h} = \frac{34,8}{5,435} = 6,4$$

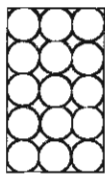
17. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

El volumen de conjunto de un saco de cemento es $0,03333 \text{ m}^3$. Su oquedad es del 45%.

Se pide determinar el peso del litro, sabiendo que la densidad relativa del cemento es $3,05 \text{ Kg/dm}^3$.

Solución

$$\text{Peso del litro} = D_c = \frac{P}{V}$$



Sea el saco representado esquemáticamente en la figura.

Sea V su volumen de conjunto, P su peso y h sus huecos (accesibles y entre grano y grano).

Suponemos que no hay huecos inaccesibles.

$$V = 0,03333 \text{ m}^3$$

$$h = 0,45 \cdot 0,03333 \text{ m}^3$$

$$v - h = 0,55 \cdot 0,03333 \text{ m}^3$$

$$\text{y como } D_c = 3,05 = \frac{P}{v - h} = \frac{P}{0,55 \cdot 0,03333}, \text{ de donde}$$

$$P = 3,05 \cdot 0,55 \cdot 0,03333 \text{ tn}$$

$$D_c = \frac{P}{V} = \frac{3,05 \cdot 0,55 \cdot 0,03333}{0,03333} = 1,6775 \frac{\text{tn}}{\text{m}^3}$$

18. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Se pesa una muestra de piedra, que ha sido previamente saturada de agua, y su peso resulta de 3,66 gramos. El peso de esta misma muestra desecada es de 3,60 gramos y el peso de esta misma muestra determinado con la balanza hidrostática es de 1,26 gramos.

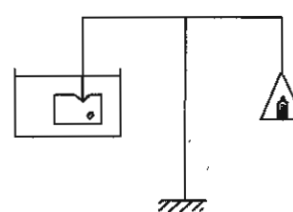
Otra muestra de esta misma piedra se pulveriza finamente y 3,6 gramos de este polvo se introducen en un picnómetro, el cual, con agua hasta el enrase y con la muestra, pesa 189,1 gramos. El peso del picnómetro con agua pero sin muestra es de 187 gramos.

Se desea conocer de esta piedra:

1. Porosidad accesible.
2. Porosidad inaccesible.
3. Densidad real.
4. Densidad aparente.
5. Compacidad.

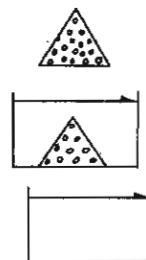
Solución

Suponemos que al pesar la primera muestra en la balanza hidrostática no penetra el agua en los poros accesibles.
Primera muestra



$$\begin{aligned} 3,66 \text{ gr} &= P + h_a \cdot l & (1) \\ 3,60 \text{ gr} &= P & (2) \\ 1,26 \text{ gr} &= P - V \cdot l & (3) \end{aligned}$$

Segunda muestra



$$\begin{aligned} &= 3,6 \text{ gr.} & (4) \\ &= 189,1 \text{ gr.} & (5) \\ &= 187 \text{ gr} & (6) \end{aligned}$$

De (1) y (2):
$$h_a = 0,06 \text{ cm}^3 \quad (7)$$

De (1), (2) y (3):
$$\begin{aligned} 1,26 &= 3,60 - V \\ V &= 2,34 \text{ cm}^3 & (8) \end{aligned}$$

Luego

$$\begin{aligned} h_a &= \frac{0,06}{2,34} \cdot 100 = 2,56\% \\ D_a &= \frac{P}{V} = \frac{3,60}{2,34} = 1,54 \text{ gr/cm}^3 \end{aligned}$$

Como los pesos empleados en ambos ensayos son 3,60 gr, podemos seguir con la misma notación; si fuesen distintos pesos, habría que diferenciarlos (por ejemplo: P y P', V y V', etc.).

De (5) y (6):
$$189,1 - 187 = 2,1 = 3,6 - (v - h) \cdot l$$

de donde
$$v - h = 1,5 \quad (9)$$

y por tanto

$$D_r = \frac{P}{V - h} = \frac{3,6}{1,5} = 2,4 \text{ gr/cm}^3$$

De (7), (8) y (9):

$$2,34 - h_i - 0,06 = 1,5$$

o sea

$$\begin{aligned} h_i &= 0,78 \text{ cm}^3 \\ h_i &= \frac{0,78}{2,34} \cdot 100 = 33,33\% \end{aligned}$$

Finalmente, la compacidad es

$$C = \frac{V - h}{V} = \frac{1,5}{2,34} = 0,641 \text{ (en tanto por uno)}$$

o bien

$$C = 64,1\%$$

19. El volumen de poros accesibles de una roca es cuatro veces mayor que el volumen de los in-
accesibles.

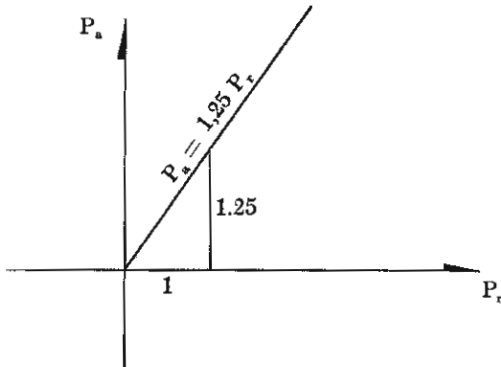
Se pide dibujar la ley que muestra la porosidad absoluta de esa roca como una función de la porosidad relativa.

Solución

Recordemos que

$$P_a = \frac{h_i + h_a}{V} \quad (1)$$

$$P_r = \frac{h_a}{V} \quad (2)$$



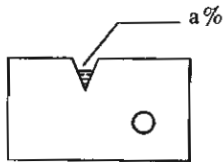
En nuestro caso: $4 h_i = h_a$
o sea $h_i = 0,25 h_a$

$$\text{Sustituyendo en (1): } P_a = \frac{0,25 h_a + h_a}{V} = \frac{1,25 h_a}{V} \quad (3)$$

Comparando (2) y (3): $P_a = 1,25 P_r$ que es la ley pedida.

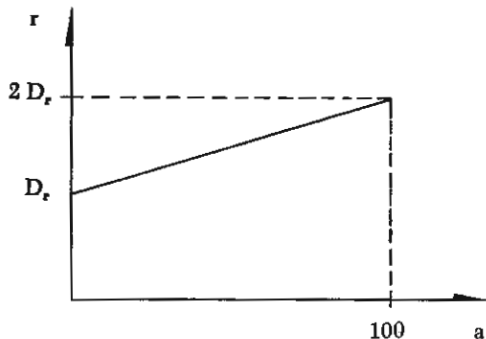
20. De una roca se conoce su densidad real D_r .

Diferentes partidas de esta piedra llegan a obra con un contenido de agua variable, a porcentaje, referido al peso seco de la roca. Se pide: dibujar un gráfico que relacione r en ordenadas con a en abscisas, siendo r el cociente entre el peso de la roca húmeda y su volumen real.

Solución

Sea P el peso seco de una muestra de roca.

$$\text{El peso de la roca húmeda es } = P + \frac{a}{100} P \quad (1)$$



$$\text{El volumen real es: } V_r = \frac{P}{D_r} \quad (2)$$

De (1) y (2):

$$r = \frac{P + \frac{a}{100} P}{\frac{P}{D_r}} = D_r \left(1 + \frac{a}{100} \right)$$

que es la relación buscada y que está representada en el gráfico de la figura.

Problemas propuestos

1. Al ensayar una muestra de ladrillo se obtienen los siguientes resultados:

Peso en aire de la muestra seca = 247 gramos.

Peso en aire de la muestra embebida en agua = 278 gramos.

Peso en agua de la muestra embebida en agua = 147 gramos.

Se pide

- Determinar la porosidad.
- Determinar el agua absorbida.
- Determinar la densidad aparente.
- Determinar la densidad real.

Se supone que todos los poros son abiertos.

$$\text{SOLUCION: } D_a = \frac{247}{131} = 1,88$$

$$D_r = \frac{247}{131 - 31} = 2,47$$

$$\text{Porosidad} = \frac{2,47 - 1,88}{2,47} = 0,23$$

$$\text{Agua absorbida} = 31 \text{ gr}$$

2. La densidad real de una roca es 2,8 Kg/dm³. Con una sonda de diamante se obtiene una probeta cilíndrica de esta roca, de 15,24 cm de altura por 10,16 cm de diámetro. Esta probeta pesa 3,12 Kg cuando está seca y 3,223 Kg cuando está saturada de agua.

Se pide determinar el porcentaje de poros cerrados.

$$\text{SOLUCION: } x = 1,45\%$$

3. El peso de una piedra seca es P₁. Dicha piedra se sumerge en un líquido de densidad δ hasta la saturación y después se pesa al aire resultando P₂. El peso de dicha piedra saturada, en un líquido de densidad γ es P₃. Hallar la densidad aparente siendo γ > δ

$$\text{SOLUCION: } D_a = \frac{P_1}{P_2 - P_3} \cdot \gamma$$

4. Determinar la compacidad de un conjunto de granos esféricos iguales cuando se acomodan tangentes entre sí y en posición de cubos de caras centradas, en los dos casos siguientes:

- Cuando el diámetro de los granos es 1 cm.
- Cuando el diámetro de los granos es 0,01 cm.

$$\text{SOLUCION: } C = 0,74, \text{ independiente del diámetro.}$$

5. La densidad real de una roca es 3,2 Kg/dm³. La roca no tiene poros abiertos y se sabe que su porosidad absoluta es 10%.

Hallar: 1) Densidad aparente. 2) Densidad relativa. 3) Compacidad.

$$\text{SOLUCION: } C = 90\%.$$

$$D_r = D_a = 2,88$$

6. Una probeta de piedra de forma cúbica con arista igual a 7,07 cm es sometida a un ensayo de resistencia a la abrasión, sobre tres de sus caras que forman triedro.

El volumen de la probeta después del ensayo es de 350 cm³.

Expresar el resultado del ensayo.

$$\text{SOLUCION: } R = 0,0226 \frac{\text{cm}^3}{\text{cm}^2}$$

7. La densidad real de una roca es 3 Kg/dm^3 . Con una sonda de diamante se obtiene una probeta cilíndrica de esta roca de 15 cm de altura por 10 cm de diámetro. Esta probeta pesa 3,05 Kg cuando está seca y 3,15 Kg cuando está saturada de agua. Hallar el tanto por ciento de poros cerrados.

SOLUCION: $x = 5,57\%$

8. Hallar la compacidad, densidad aparente y densidad relativa de una roca cuya densidad real es 2,8; su porosidad total es 14%, y su porosidad abierta, nula.

SOLUCION: $C = 86\%$

$$D_a = D_r = 2,408$$

9. Una roca tiene una porosidad relativa igual al 3%, una densidad aparente 2,6 y el 0,7% de agua con relación a su peso seco. Hallar el tanto por ciento de agua referido al volumen aparente de la roca.

SOLUCION: $1,82\%$

10. Una muestra de roca en seco pesa 1,8 gr; saturada de agua pesa 2 gr. Pesada a continuación en la balanza hidrostática dio un peso de 1 gr. Hallar la densidad relativa.

SOLUCION: $D_r = 2,25$

11. La densidad aparente de una roca es 80% de su densidad real. ¿Qué tanto por ciento representan los huecos totales respecto al volumen aparente?

SOLUCION: 20%

12. Hallar la resistencia a compresión de una roca si una probeta paralelepédica de ella, de caras opuestas $7,07 \times 7,07$ y $7,02 \times 7,12$ cm rompe bajo una carga de 16.03 TM.

SOLUCION: $320,7 \text{ Kg/cm}^2$.

13. Determinar la resistencia a tracción de una roca si una probeta de sección 12×24 cm trabajando como viga, con separación entre apoyos 50 cm, rompe bajo una carga centrada de 2,765 TM.

SOLUCION: $\sigma = 30 \text{ Kg/cm}^2$.

14. El volumen de huecos totales de una roca representa 2% del volumen aparente, y la densidad aparente vale 2,07. ¿Cuál es el valor de la densidad real?

SOLUCION: $D_r = 2,112$

Capítulo 2

YESOS

YESOS NATURALES

Existen tres diferentes tipos de yesos en la naturaleza.

$\text{SO}_4\text{Ca} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ = yeso dihidrato = Algez.

$\text{SO}_4\text{Ca} \cdot \frac{1}{2}\text{H}_2\text{O}$ = yeso hemihidrato.

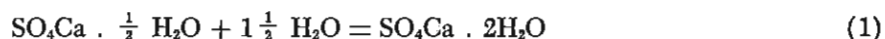
SO_4Ca = anhidrita.

FABRICACION DE YESOS COMERCIALES

De los tres productos antes citados, el más abundante en las canteras es el yeso dihidrato. El hemihidrato es el más escaso.

Este tiene la propiedad de fraguar y endurecer si se amasa con agua. Este fraguado tiene lugar, según la teoría cristaloides, debido a que, actuando los cristales (que siempre existen) de dihidrato a modo de catalizadores, el hemihidrato reacciona con el agua y pasa a dihidrato. Los cristales de dihidrato así formados se entrecruzan entre sí y proporcionan rigidez y resistencia al conjunto.

La reacción antes descrita es la siguiente:



Por tanto, como en la naturaleza es abundante el dihidrato, será necesario obtener hemihidrato a partir de aquél para poder emplear el yeso como material de construcción.

Esto se logra calcinando el Algez en hornos especiales (temperatura: 140-200°C), con lo que se produce la siguiente reacción:



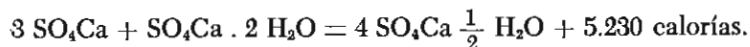
El agua se evapora junto con los gases de la combustión y se obtiene finalmente $\text{SO}_4\text{Ca} \cdot \frac{1}{2} \text{H}_2\text{O}$, es decir, hemihidrato.

YESOS COMERCIALES

Si las condiciones en el horno fuesen idénticas en todos los puntos de éste, el rendimiento de la operación sería 100% y todo el dihidrato pasaría a hemihidrato. No obstante, esto no sucede prácticamente nunca, y por tanto quedará cierta proporción de incocidos (dihidrato) si en algún punto la temperatura no llega a la necesaria para la disociación a hemihidrato.

Si la temperatura es excesiva en algún punto del horno, entonces puede pasar parte del material a anhidrita (en cualquiera de sus formas).

Como quiera que, aunque se formasen (por muy desigual reparto térmico en el horno) anhidrita y dihidrato, reaccionarían estos entre sí según:



por lo que, en un yeso comercial, siempre supondremos que hay hemihidrato y dihidrato o bien hemihidrato y anhidrita.

Cuanto más rico sea un yeso en hemihidrato, mayor poder aglomerante tendrá, pues el dihidrato y la anhidrita actúan a modo de materia inerte. Por tanto, es lógico clasificar los yesos comerciales según el contenido de hemihidrato en:

ESCAYOLA. Si tiene al menos 80% en peso de hemihidrato. Además, debe ser de color blanco y tener una finura de molido adecuada.

YESO BLANCO. 66%, como mínimo, de hemihidrato. Color blanco. Finura de molido adecuada.

YESO NEGRO. Al menos 50% de hemihidrato. Color no blanco, debido a las impurezas (gris casi siempre). Se exige menor finura de molido que a los anteriores.

Un yeso intermedio entre el blanco y la escayola se obtiene al tamizar el primero. Se denomina yeso cernido.

Cálculo de las Propiedades de un Yeso Comercial

Un yeso comercial se compone de:

Hemihidrato (componente principal).

Anhidrita o Dihidrato (por mala cocción de la materia prima).

Además, por impurezas de la materia prima, puede contener:

CO_3Ca (carbonato cálcico).

CO_3Mg (carbonato magnésico).

Estos dos compuestos no se descomponen, pues para ello son necesarias temperaturas del orden de los 600°C.

SiO_2 , FeO , Al_2O_3 , etc. (Otros productos).

CaO ó SO_3 en exceso (combinados en otros compuestos).

A esta forma de expresar la composición de un yeso, llamaremos en lo sucesivo "composición REAL".

Químicamente conocemos la composición de un yeso mediante el análisis del laboratorio. Los resultados de éste vienen expresados como óxidos, anhídridos y agua, es decir:

Agua combinada = h (%).

Sílice y residuo insoluble = p (%).

Oxidos de Al y Fe = q (%).

Oxido de calcio = $\text{CaO} = c$ (%).

Oxido de magnesio = $\text{MgO} = m$ (%).

Anhídrido sulfúrico = $\text{SO}_3 = s$ (%).

Anhídrido carbónico = $\text{CO}_2 = r$ (%).

A esta forma de expresar la composición de un yeso la llamaremos en lo sucesivo "composición de LABORATORIO".

La propiedad de un yeso la conocemos si sabemos su "composición REAL". Más adelante veremos cómo.

Pero el análisis que "a priori" conocemos es el que da la "composición de LABORATORIO".

Por tanto, el problema consiste en *calcular la "composición REAL a partir de la composición de LABORATORIO"*.

Veamos la forma de resolverlo.

Obtención de la "Composición Real"

Conocemos:		Queremos llegar a:	
	%		%
Agua combinada	h	$\text{SO}_4\text{Ca} \cdot 2 \text{H}_2\text{O} = (\text{SO}_3) (\text{CaO}) (2 \text{H}_2\text{O})$	
Sílice y residuo insoluble	p	$\text{SO}_4\text{Ca} \cdot \frac{1}{2} \text{H}_2\text{O} = (\text{SO}_3) (\text{CaO}) (\frac{1}{2} \text{H}_2\text{O})$	
Al_2O_3 y FeO	q	$\text{SO}_4\text{Ca} = (\text{SO}_3) (\text{CaO})$	
CaO	c	Exceso de CaO ó $(\text{SO}_3) = (\text{CaO})$ ó (SO_3)	
MgO	m	$\text{CO}_3\text{Ca} = (\text{CO}_2) (\text{CaO})$	
SO_3	s	$\text{CO}_3\text{Mg} = (\text{CO}_2) (\text{MgO})$	
CO_2	r	Otros productos =	
Total	100%	Total	100%

Nota: El $\text{SO}_4\text{Ca} \cdot 2 \text{H}_2\text{O}$ ó el $\text{SO}_4 \text{Ca}$ deberá ser cero.

Suponemos que tenemos 100 gr de muestra. Por tanto, los números que expresan gramos son los mismos que expresan los porcentajes respectivos.

Comenzamos viendo qué óxido o anhídrido de la composición "de laboratorio" se halla en un solo compuesto de la composición "real".

En nuestro caso ocurre con el MgO , que sólo se halla en el CO_3Mg .

Por tanto, y como $(\text{CO}_3\text{Mg}) = (\text{CO}_2) (\text{MgO})$:

Por cada mol de CO_3Mg hay un mol de MgO (1)

Peso molecular del $\text{CO}_3\text{Mg} = 12 + 3 \cdot 16 + 24 = 84$

Peso molecular del $\text{MgO} = 24 + 16 = 40$

Por tanto, podemos escribir

Por cada 84 gr de CO_3Mg hay 40 gr de MgO .

Por cada X gr de CO_3Mg habrá m gr de MgO .

Resolviendo la regla de tres, obtenemos:

$$x = \text{gr de } \text{CO}_3\text{Mg} = \% \text{ de } \text{CO}_3\text{Mg} = m \frac{84}{40} = 2,1 m$$

Ya no hay ningún otro óxido o anhídrido que se encuentre en un solo compuesto de la composición "real".

Sin embargo, el CO_2 aparece solamente en el CO_3Mg ya conocido y en el CO_3Ca ; por tanto:



o sea: 1 mol de CO_2 del CO_3Mg combina con 1 mol de MgO (para formar CO_3Mg)

Peso molecular: $\text{CO}_2 = 44$

Peso molecular: $\text{MgO} = 40$

o sea: 44 gr de CO_2 combinan con 40 gr de MgO

$$x \dots\dots\dots m$$

$$x = \text{gr de } \text{CO}_2 \text{ del } \text{CO}_3\text{Mg} = \% \text{ de } \text{CO}_2 \text{ del } \text{CO}_3\text{Mg} = m \frac{44}{40} = 1,1 \text{ m.}$$

y por tanto $\text{CO}_2 \text{ del } \text{CO}_3\text{Ca} = \text{CO}_2 \text{ total} - \text{CO}_2 \text{ del } \text{CO}_3\text{Mg}$

o sea: $\text{CO}_2 \text{ del } \text{CO}_3\text{Ca} = r - 1,1 \text{ m}$

En el CO_3Ca tenemos: $(\text{CO}_3\text{Ca}) = (\text{CO}_2) (\text{CaO})$

o sea: por cada mol de CO_2 del CO_3Ca hay un mol de CO_3Ca

Peso molecular de $\text{CO}_2 = 44$

Peso molecular del $\text{CO}_3\text{Ca} = 100$

Por tanto, y análogamente a como venimos haciendo:

$$\begin{array}{rcl} 100 \text{ gr} & \dots\dots\dots & 44 \\ x & \dots\dots\dots & (r - 1,1 \text{ m}) \end{array}$$

$$x = \text{gr de } \text{CO}_3\text{Ca} = \% \text{ de } \text{CO}_3\text{Ca} = (r - 1,1 \text{ m}) \frac{100}{44} = 2,27 (r - 1,1 \text{ m})$$

Otros productos = sílice + R.I. + óxidos de hierro y aluminio.

o sea: otros productos = $p + q$

Llegado a este punto hay que ver si hay SO_3 o CaO en exceso.

Previamente debemos hallar el CaO que forma parte del CO_3Ca .

$$\text{CO}_3\text{Ca} = (\text{CO}_2) (\text{CaO})$$

Por cada mol de CaO del CO_3Ca hay un mol de CO_2 del CO_3Ca , o sea:

Peso molecular $\text{CaO} = 56$; luego:

$$\begin{array}{rcl} 56 & \dots\dots\dots & 44 \\ x & \dots\dots\dots & (r - 1,1 \text{ m}) \end{array}$$

$$x = \% \text{ de } \text{CaO} \text{ del } \text{CO}_3\text{Ca} = (r - 1,1 \text{ m}) \frac{56}{44} = (r - 1,1 \text{ m}) 1,27$$

El CaO disponible es, pues:

$$\text{CaO disponible} = C - 1,27 (r - 1,1 \text{ m})$$

Veamos ahora si hay CaO ó SO_3 en exceso. Si no hay ninguno en exceso quiere decir que el SO_3 y el CaO disponible están totalmente combinados formando SO_4Ca (con moléculas de agua o sin ellas) es decir:

$$(\text{SO}_4\text{Ca}) = (\text{SO}_3) (\text{CaO})_{\text{disp}}$$

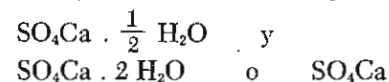
Por tanto, por cada mol de SO_3 habrá un mol de $(\text{CaO})_{\text{disp}}$

Peso molecular del $\text{SO}_3 = 80$

Luego, para que no exista CaO ni SO_3 en exceso debe cumplirse que:

$$\frac{\text{CaO}_{\text{disp}}}{\text{SO}_3} = \frac{56}{80} = 0,7 = \frac{C - 1,27 (r - 1,1 \text{ m})}{S} \quad (2)$$

Por tanto, si esto ocurre no hay ni CaO ni SO_3 en exceso: así, resta sólo hallar los porcentajes de:



Veamos si existe el dihidrato o la anhidrita. El caso límite sería cuando sólo existiera el hemihidrato.

$$\text{Entonces} \quad \text{SO}_4\text{Ca} \cdot \frac{1}{2} \text{H}_2\text{O} = (\text{SO}_4\text{Ca}) \left(\frac{1}{2} \text{H}_2\text{O} \right)$$

$$\text{Peso molecular: } \text{SO}_4\text{Ca} = 136$$

$$\text{Peso molecular: } \frac{1}{2} \text{H}_2\text{O} = 9$$

Pero además, $\text{SO}_3 + \text{CaO}_{\text{disp}} = \text{SO}_4\text{Ca}$, o sea, debe cumplirse que

$$\frac{S + C - 1,27 (r - 1,1 m)}{h} = 136/9 = 15,1$$

Por tanto, si $\frac{S + C - 1,27 (r - 1,1 m)}{h}$ es mayor que 15,1 hay defecto de agua, y por tanto tenemos

hemihidrato y anhidrita. Si el valor anterior es menor que 15,1 hay exceso de agua, y por tanto tenemos hemihidrato y dihidrato.

Veamos los dos casos. Si tenemos hemihidrato y anhidrita, llamamos:

$$X = \% \text{SO}_4\text{Ca}$$

$$Y = \% \text{SO}_4\text{Ca} \cdot \frac{1}{2} \text{H}_2\text{O}$$

y escribimos las siguientes ecuaciones:

$$\% \text{SO}_4\text{Ca} + \% \text{SO}_4\text{Ca} \cdot \frac{1}{2} \text{H}_2\text{O} = \text{SO}_3 + \text{CaO}_{\text{disp}} + \text{agua} \quad (3)$$

$$\text{agua} = \text{agua del hemihidrato} \quad (4)$$

$$\text{Es decir:} \quad X + Y = S + C - 1,27 (r - 1,1 m) + h \quad (3) \text{ bis}$$

$$h = \frac{9}{145} \cdot Y \quad (4) \text{ bis}$$

Resolviendo este sistema obtenemos las dos incógnitas.

$$X = \% \text{SO}_4\text{Ca} = S + C - 1,27 (r - 1,1 m) - 15,1 h$$

$$Y = \% \text{SO}_4\text{Ca} \cdot \frac{1}{2} \text{H}_2\text{O} = 16,1 h$$

y está resuelto el problema.

Si tenemos hemihidrato y dihidrato, llamamos:

$$X = \% \text{SO}_4\text{Ca} \cdot 2 \text{H}_2\text{O}$$

$$Y = \% \text{SO}_4\text{Ca} \cdot \frac{1}{2} \text{H}_2\text{O}$$

y escribimos las dos ecuaciones siguientes:

$$\% \text{SO}_4\text{Ca} \cdot \frac{1}{2} \text{H}_2\text{O} + \% \text{SO}_4\text{Ca} \cdot 2 \text{H}_2\text{O} = \text{SO}_3 + \text{CaO}_{\text{disp}} + \text{agua} \quad (5)$$

$$\text{agua} = \text{agua del dihidrato} + \text{agua del hemihidrato} \quad (6)$$

$$\text{es decir: } X + Y = S + C - 1,27 (r - 1,1 m) + h \quad (5) \text{ bis}$$

$$h = \frac{9}{145} \cdot Y + \frac{36}{172} \cdot X \quad (6) \text{ bis}$$

Resolviendo el sistema obtenemos los porcentajes de dihidrato y hemihidrato.

$$\% \text{SO}_4\text{Ca} \cdot \frac{1}{2} \text{H}_2\text{O} = \frac{1}{0,67} (S + C - 1,27 (r - 1,1 m) - 3,77 h)$$

$$\% \text{SO}_4\text{Ca} \cdot 2 \text{H}_2\text{O} = 4,77 h - \frac{0,33}{0,67} (S + C - 1,27 (r - 1,1 m) - 3,77 h)$$

Pero si la relación (2) no es 0,7 entonces hay CaO o SO₃ en exceso. Sabremos si hay uno u otro según qué valor tenga la relación (2).

Si es mayor que 0,7 hay CaO en exceso..... caso (A)

Si es menor que 0,7 hay SO₃ en exceso..... caso (B)

Estudiemos ambos.

CASO A. Hay CaO en exceso. El CaO en exceso se calcula así:

Todo el SO₃ está combinado con CaO para formar (SO₃) (CaO); por tanto,

Cada mol de SO₃ está combinado con un mol de (CaO), o sea:

80 gr de SO₃ 56 gr de CaO

S X

$$X = \text{gr de CaO (o \%)} \text{ combinado con SO}_3 \text{ pasa a formar (CaO) (SO}_3) = \frac{56}{80} S = 0,7 S.$$

Por tanto: exceso de CaO = CaO_{disponible} - 0,7 S = [C - 1,27 (r - 1, 1 m)] - 0,7 S.

La cantidad (o %) total de sulfato es:

$$\text{SO}_4\text{Ca} = (\text{SO}_3) (\text{CaO}) = \text{cantidad (o \%)} \text{ de SO}_3 + \text{cantidad de CaO.}$$

es decir: $\% \text{ de SO}_4\text{Ca} = S + 0,7 S = 1,7 S.$

Si todo fuese hemihidrato, sería: $\text{SO}_4\text{Ca} \frac{1}{2} \text{H}_2\text{O}$

o sea, por cada mol de SO₄Ca habría $\frac{1}{2} \text{H}_2\text{O}$

es decir, por cada 136 gr de SO₄Ca habría $18/2 = 9$ gr de agua.

$$\text{Luego: } \frac{(\text{SO}_4\text{Ca})}{(\text{H}_2\text{O})} = 136/9 = 15,1, \text{ es decir:}$$

Si $1,7 S/h = 136/9 = 15,1$ habría sólo hemihidrato.

Si $1,7 S/h$ es mayor que 15,1 hay hemihidrato y anhidrita.

Si $1,7 S/h$ es menor que 15,1 hay hemihidrato y dihidrato.

Estudiemos los tres casos.

Sea $1,7 S/h$ menor que $136/9 = 15,1$. Hay hemihidrato y dihidrato.

Sea X = % de hemihidrato.

Z = % de dihidrato.

Escribimos las ecuaciones análogas a las (5) y (6); o lo que es igual a las (5) bis y (6) bis.

$$X + Z = \% \text{ SO}_4\text{Ca} + \% \text{ H}_2\text{O} = 1,7 S + h$$

$$\frac{9}{145} X + \frac{36}{172} Z = h$$

Se resuelve el sistema anterior y está resuelto el problema.

Si hubiera sido:

$1,7 S/h$ mayor que 15,1 entonces habría hemihidrato y anhidrita, se resolvería igual estableciendo las dos ecuaciones, análogas a la (3) y (4).

$$\% \text{ SO}_4\text{Ca} + \% \text{ agua} = \% \text{ hemihidrato} + \% \text{ anhidrita.}$$

$$\text{Agua de hemihidrato} = \text{agua total.}$$

o lo que es igual:

Siendo $X = \%$ de hemihidrato.

$Y = \%$ de anhidrita.

$$1,7 S + h = X + Y$$

$$\frac{9}{145} X = h$$

y se resuelve el sistema.

CASO B. Hay SO_3 en exceso.

Se verificaba en la ecuación (2) que $\frac{C - 1,27 (r - 1,1 m)}{S}$ menor que 0,7. El SO_3 que hay en exceso se halla así:

Toda la cal disponible, ya que no hay CaO en exceso, se encuentra formando $\text{SO}_4\text{Ca} = (\text{SO}_3) (\text{CaO})$.

Cada mol de SO_3 se combina con 1 mol de CaO , o sea:

$$\begin{array}{ll} 80 \text{ grs.} & \dots\dots\dots 56 \text{ grs.} \\ X & \dots\dots\dots C - 1,27 (r - 1,1 m) \end{array}$$

$$X = \text{SO}_3 \text{ combinado con CaO para formar SO}_4\text{Ca} = \frac{80}{56} [C - 1,27 (r - 1,1 m)]$$

$$\text{Luego SO}_3 \text{ en exeeso} = S - X = S - \frac{80}{56} [C - 1,27 (r - 1,1 m)]$$

La cantidad de SO_4Ca que hay es:

$$\begin{aligned} \text{o sea:} \quad & \text{CaO}_{\text{disp}} + (\text{SO}_3)_{\text{comb}} \\ & \% \text{ de SO}_4\text{Ca} = C - 1,27 (r - 1,1 m) + X = C - 1,27 (r - 1,1 m) + \\ & + S - \frac{80}{56} [C - 1,27 (r - 1,1 m)] = \% \text{ SO}_4\text{Ca} = S - \frac{24}{56} [C - 1,27 (r - 1,1 m)] \end{aligned}$$

Si todo el sulfato estuviese en forma de hemihidrato sería:

$$\begin{array}{ll} 1 \text{ mol de SO}_4\text{Ca combina con } \frac{1}{2} \text{ H}_2\text{O} \\ 136 \text{ gr} & \dots\dots\dots 9 \end{array}$$

Es decir, estaría en la proporción:

$$\begin{aligned} & \frac{\% \text{ SO}_4\text{Ca}}{\% \text{ H}_2\text{O}} = 136/9 \\ & \frac{S - \frac{24}{56} [C - 1,27 (r - 1,1 m)]}{h} = 136/9 = 15,1 \text{ todo hemihidrato.} \end{aligned}$$

o sea:

h

Si esta relación es menor que $136/9 = 15,1$ hay hemihidrato y dihidrato.

Si esta relación es mayor que $136/9 = 15,1$ hay hemihidrato y anhidrita.

Sea $X = \%$ hemihidrato, $Y = \%$ anhidrita, $Z = \%$ dihidrato.

En cualquiera de los dos casos se establece la ecuación análoga a la (3).

$$\begin{aligned} & \% \text{ hemihidrato} + \left\{ \begin{array}{l} \% \text{ dihidrato o} \\ \% \text{ anhidrita} \end{array} \right\} = \% \text{ SO}_4\text{Ca} + \% \text{ H}_2\text{O} \\ & X + \left\{ \begin{array}{l} Y \\ Z \end{array} \right\} = S - \frac{24}{56} [C - 1,27 (r - 1,1 m)] + h \end{aligned}$$

Además, tenemos otra ecuación que es, en el caso de hemihidrato y dihidrato:

$$\frac{9}{145} X + \frac{36}{172} Z = h \quad \text{análoga a la (6) y (6) bis.}$$

Y en el caso de hemihidrato y anhidrita:

$$\frac{9}{145} X = h \quad \text{análoga a la (4) y (4) bis.}$$

Resolviendo el sistema que sea en cada caso, tenemos resuelto el problema.

NOTA. Hacemos notar que todos los coeficientes que obtenemos en este apartado dependen del valor que se tome para los pesos atómicos.

Interpretación de los resultados

Para la interpretación de los resultados, en primer lugar recordemos lo expuesto en "Yesos comerciales".

Escayola: 80% de hemihidrato, como mínimo.

Yeso blanco 66% de hemihidrato, como mínimo.

Yeso negro: 50 % de hemihidrato, como mínimo.

Si hemos obtenido que existe hemihidrato y anhidrita, quiere decir que es un yeso SOBRECOCIDO (más o menos según la cantidad de anhidrita).

Si hemos obtenido que existe hemihidrato y dihidrato, tenemos un yeso POCO COCIDO (menos cocido cuanto mayor sea la cantidad de dihidrato).

El tanto por ciento de "Otros productos" CO_3Ca , CO_3Mg y exceso de CaO o SO_3 indica las impurezas que tiene el yeso. La primera puede deberse, al menos en parte, a las cenizas del horno; pero las demás se deben a impurezas de la materia prima (véanse ejercicios 1 a 4).

OTROS TIPOS DE COMPOSICION "REAL" DE YESOS

Hasta ahora hemos encontrado siempre valores de hemihidrato mayores de 50 y valores de anhidrita o dihidrato relativamente pequeños. Pero si sucediera alguna vez que el valor de hemihidrato resultase muy bajo, entonces el yeso cuyo análisis estamos estudiando no sería un yeso comercial, sino que se trataría de un Algez o bien una anhidrita. Como ambos aparecen juntos en la naturaleza con gran frecuencia, haremos *siempre* la hipótesis de que ambos coexisten. Es decir, llamaremos $X = \%$ de dihidrato y $Y = \%$ de anhidrita, y resolveremos un sistema de ecuaciones análogo al visto en (3) y (4). (Véanse problemas 5 y 6.)

Veamos ahora qué sucede si alguno de los óxidos o anhídridos de dicho análisis es desconocido.

El proceso a seguir (véase problema 4) en este caso es el mismo ya visto en ejercicios anteriores. Operamos con las incógnitas del enunciado, que al final determinaremos teniendo en cuenta que nos darán como dato alguna de las propiedades que antes deducíamos.

Puede también presentarse el problema de, a partir de una materia prima conocida, ver qué tipo de yeso se puede obtener.

La forma de operar es idéntica a la expuesta anteriormente con la única variación de, una vez conocido el SO_3 y el CaO de los sulfatos, hacer directamente (puesto que sabemos que es Algez) la hipótesis de que tenemos dihidrato y anhidrita.

Conocida la cantidad X de dihidrato, podemos calcular el agua que perderá al pasar a hemihidrato en la cocción, y tenemos así la cantidad de hemihidrato del yeso comercial, referida a 100 menos lo que pierde de agua, con lo que está resuelto el problema.

Otra forma de resolver esta última fase consiste, como toda el agua está en forma de dihidrato, en calcular la cuarta parte de ésta, sumarla con el SO_3 y el CaO de los sulfatos, y obtenemos directamente

la cantidad de hemihidrato que tendrá el yeso fabricado a partir del Algez analizado, referido a 100 menos el agua que ha perdido.

En ambos casos, para pasar a tanto por ciento basta multiplicar por: $\frac{100}{100 - \text{agua perdida}}$

RESISTENCIAS MECANICAS

Tracción

Para determinar la resistencia a tracción de un yeso se somete una probeta de $4 \times 4 \times 16$ cm a un ensayo de flexión bajo carga puntual, P, en su centro.

Si la separación de apoyos es 10 cm, la resistencia a tracción en Kg/cm² viene expresada por:

$$R = 0,234 P \quad (P = \text{Kg})$$

y si la separación de apoyos es 10,67 cm,

$$R = 0,25 P \quad (P = \text{Kg})$$

(Ambas fórmulas pueden deducirse fácilmente aplicando los conocimientos de Resistencia de Materiales.)

Se ensayan 6 probetas y se halla la medida de los resultados.

Si uno o dos de los ensayos quedan fuera del intervalo comprendido entre el valor medio —15% de la media y el valor medio + 15% de la media, se desechan esos resultados y se halla la nueva media, la de las probetas restantes, que es precisamente el valor de la resistencia a tracción buscada.

Si tres o más de los ensayos caen fuera de dicho intervalo, hay que repetir el ensayo.

Compresión

Se emplean como probetas las 12 mitades obtenidas en el ensayo anterior. Se cargan a compresión hasta rotura.

Se calcula la media de las resistencias de las 12 probetas, valor que se toma como resistencia a compresión del yeso; si los 12 valores se hallan en el intervalo comprendido entre los dos siguientes valores:

Media — 15% de la media.

Media + 15% de la media.

Si 1, 2, 3, 4, 5 ó 6 valores se encuentran de esos dos valores, se descartan y la nueva media es el valor buscado.

Si 7 ó más de esos valores se encuentran fuera del intervalo, hay que repetir el ensayo.

Cualquier ensayo normalizado puede ser objeto de un ejercicio, por ejemplo: consistencia, tiempo de fraguado, etc.).

Para resolverlos basta saber en qué consiste el citado ensayo y aplicar exactamente las indicaciones de la norma correspondiente.

Quizá los más interesantes, dentro de esta última clasificación, sean los de morteros de yeso.

Problemas resueltos

1. Determinar la cantidad de sulfato cálcico hemihidratado que contiene el yeso cuyo análisis se adjunta, indicando el tipo de yeso de que se trata. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

	%		%
CO ₂	= 8,8	CaO	= 33,6
R.I.	= 3,1	MgO	= 4
SiO ₂	= 3	SO ₃	= 40
Al ₂ O ₃	= 3	H ₂ O	= 4,5

Solución

$$\% \text{ CO}_3\text{Mg} = 2,1 \cdot 4 = 8,4\%$$

$$4 \cdot 1,1 = 4,4 = \text{CO}_2 \text{ del } \text{CO}_3\text{Mg}$$

$$8,8 - 4,4 = 4,4 = \text{CO}_2 \text{ del } \text{CO}_3\text{Ca}$$

$$4,4 \cdot 2,27 = 9,988 = \% \text{ de } \text{CO}_3\text{Ca}$$

$$1,27 \cdot 4,4 = 5,588 = \% \text{ de CaO del } \text{CO}_3\text{Ca}$$

$$33,6 - 5,588 = 28,012 \% \text{ de CaO disponible para formar } \text{SO}_4\text{Ca}$$

$$28,012/40 = 0,7000; \text{ por tanto no hay ni } \text{SO}_3 \text{ ni CaO en exceso.}$$

$$28,012 + 40 = 68\% \text{ de } \text{SO}_4\text{Ca.}$$

$$68/4,5 = 15,1$$

Por tanto, todo el yeso es hemihidratado.

$$\% \text{ hemihidratado} = 68 + 4,5 = 72,5\%$$

Por tanto, es un yeso blanco (72,5%)

Como todo es hemihidratado, está muy bien cocido.

$$\text{Impurezas} = 3,1 + 3 + 3 + 9,988 + 8,4 = 27,488\%$$

2. El análisis de un yeso es:

	%		%
R.I.	= 2,3	MgO	= 1,00
SiO ₂	= 0,6	SO ₃	= 52,5
Al ₂ O ₃ + FeO	= 0,4	H ₂ O	= 4,9
CaO	= 32,1	CO ₂	= 6,2

Interpretar este análisis.

Solución

$$\% \text{ CO}_3\text{Mg} = 2,1 \cdot 1 = 2,1\%$$

$$\% \text{ CO}_2 \text{ del } \text{CO}_3\text{Mg} = 1,1 \cdot 1 = 1,1 \%$$

$$\% \text{ CO}_2 \text{ del } \text{CO}_3\text{Ca} = 6,2 - 1,1 = 5,1 \%$$

$$\% \text{ CO}_3\text{Ca} = 2,27 \cdot 5,1 = 11,6 \%$$

$$\text{Otros productos} = 2,3 + 0,6 + 0,4 = 3,30 \%$$

$$\% \text{ CaO del } \text{CO}_3\text{Ca} = 1,27 \cdot 5,1 = 6,47 \%$$

$$\text{CaO disponible} = 32,1 - 6,47 = 25,63 \%$$

$$\frac{\text{CaO}_{\text{disp}}}{\text{SO}_3} = \frac{25,63}{52,5} = 0,49 \text{ menor que } 0,7 \dots \text{ hay } \text{SO}_3 \text{ en exceso}$$

$$80 \dots\dots\dots 56$$

$$X \dots\dots\dots 25,63 \quad X = \text{SO}_3 \text{ comb} = 36,5\%$$

$$\text{SO}_3 \text{ en exceso} = 52,5 - 36,5 = 16\%$$

$$\frac{\text{SO}_4\text{Ca}}{\text{H}_2\text{O}} = \frac{\text{SO}_3 \text{ comb} + \text{CaO}_{\text{disp}}}{h} = \frac{36,5 + 25,63}{4,9} = \frac{62,13}{4,9} = 12,7 \text{ menor que } 15,1$$

Hay exceso de agua, o sea, hay hemihidrato y dihidrato.

$$X = \% \text{ hemihidrato}$$

$$Y = \% \text{ dihidrato}$$

$$4,9 = h = X \frac{9}{145} + Y \frac{36}{172}$$

o sea:

$$4,9 + 36,5 + 25,63 = X + Y$$

$$4,9 = 0,062 X + 0,21 Y$$

$$67,03 = X + Y$$

De donde:

$$Y = 67,03 - X$$

$$4,9 = 0,062 X + 0,21 \cdot 67,03 - 0,21 X$$

$$4,9 = -0,148 X + 14,05$$

$$0,148 X = 9,15$$

De donde:

$$X = \% \text{ hemihidrato} = 61,9\%$$

$$Y = \% \text{ dihidrato} = 5,13\%$$

Por tanto, se trata de un yeso negro, ligeramente poco cocido, con bastantes impurezas ($2,1 + 11,6 + 3,3 + 16 = 33\%$).

3. Un yeso analizado en laboratorio da los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \text{R.I.} + \text{SiO}_2 + \text{Al}_2\text{O}_3 &= \frac{\%}{0,1} \\ \text{CaO} &= 39,0 \\ \text{MgO} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{SO}_3 &= \frac{\%}{54,2} \\ \text{H}_2\text{O} &= 6,45 \\ \text{CO}_2 &= 0,25 \end{aligned}$$

Se pide razonar de qué tipo de yeso se trata, e indicar si puede emplearse para construir un cielo-raso.

Solución

$$\% \text{ CO}_3\text{Mg} = 2,1 \cdot 0 = 0$$

$$\% \text{ CO}_3\text{Ca} = 2,27 \cdot 0,25 = 0,568 = 0,57\%$$

$$\text{Otros productos} = 0,1\%$$

$$\% \text{ CaO del CO}_3\text{Ca} = 1,27 \cdot 0,25 = 0,318\% = 0,32\%$$

$$\text{CaO disponible} = 39,0 - 0,32 = 38,68\%$$

$$\frac{\text{CaO}_{\text{disp}}}{\text{SO}_3} = \frac{38,68}{54,2} = 0,713 \text{ mayor que } 0,7 \dots\dots\dots \text{sobra CaO}$$

$$\left. \begin{array}{l} 80 \dots\dots\dots 56 \\ 54,2 \dots\dots\dots X \end{array} \right\} X = \% \text{ CaO}_{\text{comb}} = 38\%$$

$$\text{CaO en exceso} = 38,68 - 38,00 = 0,68\%$$

$$\frac{\text{SO}_4\text{Ca}}{\text{H}_2\text{O}} = \frac{38 + 54,2}{6,45} = \frac{92,2}{6,45} = 14,3 \text{ menor que } 15,1$$

Por tanto hay agua en exceso, o lo que es lo mismo: dihidrato y hemihidrato.

$$X = \% \text{ hemihidrato}$$

$$Y = \% \text{ dihidrato}$$

$$X + Y = 92,2 + 6,45 = 98,65$$

$$6,45 = X \frac{9}{145} + \frac{36}{172} Y. \text{ Resolviendo el sistema:}$$

$$6,45 = 0,062 X + 0,21 Y$$

$$Y = 98,65 - X$$

$$6,45 = 0,062 X + 0,21 \cdot 98,65 - 0,21 X = -0,148 X + 20,7$$

$$0,148 X = 14,25$$

$$X = \% \text{ hemihidrato} = 96,2\%$$

$$Y = \% \text{ dihidrato} = 98,65 - 96,2 = 2,45\%$$

El yeso objeto del presente ejercicio es, pues, una escayola muy pura, ligeramente poco cocida y con pocas impurezas (0,51 + 0,1 + 0,68). Es, por tanto, totalmente adecuada para construir el cielo-raso.

4. El análisis de un yeso es el siguiente:

$$\begin{array}{rcl} \text{R.I.} + \text{SiO}_2 + \text{Al}_2\text{O}_3 & = & \frac{\%}{0,1} \\ \text{CaO} & = & 39 \\ \text{MgO} & = & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} & & \frac{\%}{\text{SO}_3 = 56,0} \\ & & \text{H}_2\text{O} = 4,2 \\ & & \text{CO}_2 = 0,25 \end{array}$$

Interpretar este análisis.

Solución

$$\% \text{ CO}_3\text{Mg} = 0$$

$$\% \text{ CO}_3\text{Ca} = 2,27 \cdot 0,25 = 0,57$$

$$\text{Otros productos} = 0,1$$

$$\% \text{ CaO del CO}_3\text{Ca} = 1,27 \cdot 0,25 = 0,32$$

$$\% \text{ CaO disponible} = 39 - 0,32 = 38,68$$

$$\frac{\text{CaO}_{\text{disp}}}{\text{SO}_3} = \frac{38,68}{56} = 0,69 \text{ menor que } 0,7 \dots\dots\dots \text{sobra SO}_3$$

$$80 \dots\dots\dots 56$$

$$X \dots\dots\dots 38,68 \quad X = \text{SO}_{3\text{comb}} = 55,2\%$$

$$\text{SO}_3 \text{ en exceso} = 56 - 55,2 = 0,8\%$$

$$\frac{\text{SO}_4\text{Ca}}{\text{H}_2\text{O}} = \frac{55,2 + 38,68}{4,2} = \frac{93,88}{4,2} = 22,4 \text{ mayor que } 15,1. \text{ Falta agua.}$$

Por tanto, tenemos hemihidrato y anhidrita.

$$X = \% \text{ hemihidrato}$$

$$Y = \% \text{ anhidrita.}$$

Podemos escribir:

$$4,2 = \frac{9}{145} \cdot X = 0,062 X$$

Resolviendo el sistema obtenemos:

$$X + Y = 93,88 + 4,2 = 98,08$$

$$X = \% \text{ hemihidrato} = 67,8$$

$$Y = \% \text{ anhidrita} = 30,28$$

Se trata, por tanto, de un yeso blanco muy sobrecocido y con pocas impurezas.

5. En un laboratorio se obtiene el siguiente análisis de un yeso:

	%		%
R.I.	= 0,53	MgO	= 1
SiO ₂	= 0,55	SO ₃	= 42
Al ₂ O ₃	= 1,02	H ₂ O	= 18
CaO	= 33,5	CO ₂	= 3,4

Indicar de qué yeso se trata y para qué serviría en la práctica.

Solución

El elevado porcentaje de agua que da el análisis del laboratorio nos hace sospechar que podría tratarse de un Algez (pues habrá mucho dihidrato).

Seguiremos el procedimiento general.

$$\% \text{CO}_3\text{Mg} = 2,1 \cdot 1 = 2,1\%$$

$$\% \text{CO}_2 \text{ del } \text{CO}_3\text{Mg} = 1,1 \cdot 1 = 1,1\%$$

$$\% \text{CO}_2 \text{ del } \text{CO}_3\text{Ca} = 3,4 - 1,1 = 2,3\%$$

$$\% \text{CO}_3\text{Ca} = 2,27 \cdot 2,3 = 5,22\%$$

$$\% \text{otros productos} = 0,53 + 0,55 + 1,02 = 2,1\%$$

$$\% \text{CaO del } \text{CO}_3\text{Ca} = 2,3 \cdot 1,27 = 2,92\%$$

$$\% \text{CaO disponible} = 33,5 - 2,92 = 30,58\%$$

$$\frac{\text{CaO}_{\text{disp}}}{\text{SO}_3} = \frac{30,58}{42} = 0,728 \text{ mayor que } 0,7. \text{ Sobra CaO}$$

$$\begin{array}{rcl} 80 & \dots\dots\dots 56 & \\ 42 & \dots\dots\dots X & \end{array} \quad X = \text{CaO}_{\text{comb}} = 29,40$$

$$\text{Por tanto} \quad \frac{\text{SO}_4\text{Ca}}{\text{H}_2\text{O}} = \frac{29,40 + 42}{18} = \frac{71,40}{18} \text{ menor que } 15,1. \text{ Sobra agua.}$$

Tendremos dibidrato y hemihidrato.

$$X = \% \text{SO}_4\text{Ca} \frac{1}{2} \text{H}_2\text{O}$$

$$Y = \% \text{SO}_4\text{Ca} 2 \text{H}_2\text{O}$$

$$X + Y = 71,40 + 18 = 89,40$$

$$18 = X \cdot 0,062 + Y \cdot 0,21$$

Resolviendo este sistema:

$$Y = 89,40 - X$$

$$18 = X \cdot 0,062 + 0,21 \cdot 89,40 - 0,21 X$$

$$18 = -0,148 X + 18,774$$

o sea:

$$-0,148 X = -0,774$$

Obtenemos un valor absurdo de X (del orden de 5%), lo que confirma nuestras sospechas de que, lejos de ser un yeso comercial, se trata de un Algez.

Llamemos:

$$X = \% \text{dihidrato}$$

$$Y = \% \text{anhidrita}$$

$$X + Y = 89,40$$

Resolviendo este sistema:

$$18 = \frac{36}{172} \cdot X = 0,21 X$$

$$X = 18/0,21 = 85,7 = \% \text{dihidrato}$$

$$Y = 89,40 - 85,70 = 3,7 = \% \text{anhidrita}$$

Se trata, por tanto, de un Algez impurificado por 3,7% de anhidrita y $2,1 + 5,22 + 2,1 + (30,58 - 29,40) = 10,60$ de otros productos.

Se podría emplear como materia prima para fabricar yeso comercial.

6. El análisis de un yeso es el siguiente:

	<u>%</u>		<u>%</u>
R.I.	= 0	SO ₃	= 55,4
CaO	= 42	H ₂ O	= 0,5
MgO	= 1	CO ₂	= 1,1

Indicar de qué yeso se trata, razonando el resultado.

Solución

La poca cantidad de agua nos hace suponer que se trata de anhidrita.

$$\% \text{ CO}_3\text{Mg} = 2,1 \cdot 1 = 2,1\%$$

$$\% \text{ CO}_2 \text{ del } \text{CO}_3\text{Mg} = 1,1 \cdot 1 = 1,1\%$$

$$\% \text{ CO}_2 \text{ del } \text{CO}_3\text{Ca} = 1,1 - 1,1 = 0\%$$

Por tanto, no hay CO₃Ca.

$$\% \text{ CaO del } \text{CO}_3\text{Ca} = 0$$

$$\text{Otros productos} = 0$$

$$\text{CaO disponible} = 42 - 0 = 42$$

$$\frac{\text{CaO}_{\text{disp}}}{\text{SO}_3} = \frac{42}{55,4} = 0,758 \text{ mayor que } 0,7. \text{ Sobra CaO}$$

$$\begin{array}{ccc} 80 & \dots\dots\dots & 56 \\ 55,4 & \dots\dots & X \end{array} \quad X = \text{CaO}_{\text{comb}} = \frac{55,4 \cdot 56}{80} = 38,78$$

$$\frac{\text{SO}_4\text{Ca}}{\text{H}_2\text{O}} = \frac{38,78 + 55,40}{0,5} = \frac{94,18}{0,5} = 188,36 \text{ mucho mayor que } 15,1 \text{ (Falta agua.)}$$

$$X = \% \text{ hemihidrato.}$$

$$Y = \% \text{ anhidrita}$$

$$X + Y = 98,18 + 0,5 = 98,68$$

$$0,5 = X \cdot 0,062$$

$$X = \frac{0,5}{0,062} = 50/6,2 = 8,06 \% \text{ de hemihidrato}$$

Resultado que está de acuerdo con las sospechas primitivas y confirma que se trata de una anhidrita.

Por tanto, llamamos:

$$X = \% \text{ dihidrato}$$

$$Y = \% \text{ anhidrita}$$

Podemos escribir:

$$X + Y = 98,68$$

Resolviendo el sistema:

$$0,5 = X \cdot 0,21$$

$$X = \frac{0,5}{0,21} = 2,38 = \% \text{ de dihidrato}$$

$$Y = 98,68 - 2,38 = 96,30 = \% \text{ de anhidrita}$$

Vemos, pues, que se trata de una anhidrita casi pura.

7. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

El análisis de un yeso cocido es el siguiente:

	$\frac{\%}{\text{}}$		$\frac{\%}{\text{}}$
CO ₂	= 8,8	MgO	= X
R.I. + SiO ₂ + Al ₂ O ₃	= Y	SO ₃	= 40
CaO	= 33,6	H ₂ O	= 4,5

Determinar el contenido de magnesia, X, sabiendo que no hay exceso de óxido de calcio y que todo el yeso está en la forma de hemihidrato.

Solución

Siguiendo el procedimiento explicado anteriormente:

$$\% \text{CO}_3\text{Mg} = 2,1 \cdot X$$

$$\% \text{CO}_2 \text{ del } \text{CO}_3\text{Mg} = 1,1 \cdot X$$

$$\% \text{CO}_2 \text{ del } \text{CO}_3\text{Ca} = 8,8 - 1,1 X$$

$$\% \text{CO}_3\text{Ca} = 2,27 (8,8 - 1,1 X) = 19,98 - 2,497 \cdot X$$

$$\% \text{CaO del } \text{CO}_3\text{Ca} = 1,27 (8,8 - 1,1 X) = 11,18 - 1,397 X$$

$$\% \text{CaO}_{\text{disp}} = 33,6 - 11,18 + 1,397 X = 22,42 + 1,397 X$$

$$\frac{22,42 + 1,397 X}{40} \text{ puede ser, según el enunciado, igual o menor que } 0,7.$$

Estudiemos ambos casos:

$$\text{Si } \frac{22,42 + 1,397 X}{40} = 0,7 \dots\dots\dots X = 3,994 = 4\%$$

$$\text{Si } \frac{22,42 + 1,397 X}{40} \text{ es menor que } 0,7 \dots\dots\dots \text{hay exceso de SO}_3$$

$$80 \dots\dots\dots 56$$

$$Z \dots\dots\dots (22,42 + 1,397 X)$$

$$Z = \text{SO}_{3\text{comb}} = \frac{80}{56} (22,42 + 1,397 X) = 1,428 (22,42 + 1,397 X) = 32 + 2 X$$

La cantidad de sulfato es:

$$\text{SO}_4\text{Ca} = 32 + 2 X + 22,42 + 1,397 X = 54,42 + 3,397 X \%$$

La cantidad de agua es 4,5%. Como, según el enunciado, todo está en forma de hemihidrato,

$$\frac{\text{SO}_4\text{Ca}}{\text{H}_2\text{O}} = 15,1 = \frac{54,42 + 3,397 X}{4,5}, \text{ o sea}$$

$$15,1 \cdot 4,5 = 67,95 = 54,42 + 3,397, \text{ y}$$

$$X = 13,53/3,397 = 3,982 \% = 4\%$$

Por tanto, *siempre* $X = 4\%$

8. De unas pruebas de laboratorio, obtenemos el siguiente análisis de un yeso:

	$\frac{\%}{\text{}}$		$\frac{\%}{\text{}}$
Agua combinada	= X	MgO	= 0,5
Sílice y R.I.	= 20,5	SO ₃	= Z
Oxidos de Al y Fe	= 8,3	CO ₂	= 1,5
CaO	= Y		

Se pide: determinar X, Y, Z para que el análisis se refiera a un yeso negro, con máximo contenido de hemihidrato, perfectamente cocido y con un exceso de CaO del 2%.

Solución

$$\% \text{CO}_3\text{Mg} = 2,1 \cdot 0,5 = 1,05$$

$$\% \text{CO}_3\text{Ca} = 2,27 \cdot 0,95 = 2,16$$

$$\% \text{CO}_2 \text{ del } \text{CO}_3\text{Mg} = 1,1 \cdot 0,5 = 0,55$$

$$\% \text{CaO del } \text{CO}_3\text{Ca} = 1,27 \cdot 0,95 = 1,20$$

$$\% \text{CO}_2 \text{ del } \text{CO}_3\text{Ca} = 1,5 - 0,55 = 0,95$$

$$\% \text{CaO disponible} = Y - 1,20$$

Como hay un 2% de CaO en exceso, calculamos el CaO combinado en los sulfatos.

$$80 \dots\dots\dots 56$$

$$Z \dots\dots\dots C$$

$$C = \% \text{CaO}_{\text{comb}} = Z \frac{56}{80} = 0,7 Z$$

$$\text{CaO en exceso} = 2 = Y - 1,20 - 0,7 Z \quad (1)$$

Además, por estar *perfectamente* cocido el yeso, todo estará en forma de hemihidrato, o sea:

$$\frac{\text{SO}_4\text{Ca}}{\text{H}_2\text{O}} = 15,1 = \frac{0,7 Z + Z}{X} = \frac{1,7 \cdot Z}{X} \quad (2)$$

y como ha de ser yeso negro con máximo contenido de hemihidrato (65,99%):

$$65,99 = 1,7 Z + X \quad (3)$$

Con (1), (2) y (3) tenemos un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas que nos permite determinar X, Y, Z:

$$\text{De (1): } 3,20 = Y - 0,7 Z$$

$$\text{De (2): } 15,1 \cdot X = 1,7 Z$$

$$\text{De (3): } 65,99 = 1,7 Z + X$$

$$Z = \frac{15,1}{1,7} X, \text{ entrando en (3)}$$

$$65,99 = 1,7 \cdot \frac{15,1}{1,7} X + X = 16,1 X$$

$$X = 65,99/16,1 = 4,098 = 4,1\%$$

$$Z = \frac{15,1}{1,7} \cdot 4,1 = 36,42\%$$

$$Y = 3,20 + 0,7 \cdot Z = 3,20 + 0,7 \cdot 36,42 = 28,70\%$$

Como comprobación vemos que:

$$4,1 + 20,5 + 8,3 + 28,70 + 0,5 + 36,42 + 1,5 = 100$$

Muy análogo en el procedimiento a seguir para resolverlo es el siguiente tipo de ejercicio.

9. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Una fábrica produce un yeso cuyo análisis es el siguiente:

	$\frac{\%}{\text{---}}$		$\frac{\%}{\text{---}}$
H ₂ O	= 5,5	MgO	= 0,2
SiO ₂ y R.I.	= 0,6	CO ₂	= 1,9
Al ₂ O ₃	= 0,3	SO ₃	= 54,0
CaO	= 38,0		

Se desea saber la cantidad máxima de arena de cuarzo finamente molida que puede añadirse a una tonelada de este yeso para que, desde el punto de vista químico, pueda venderse bajo la denominación de yeso blanco.

Pesos atómicos:

$$H = 1, O = 16, Si = 28, Al = 27, Ca = 40, Mg = 24, C = 12, S = 32.$$

Solución

Como los pesos atómicos coinciden con los considerados antes expuestos, podemos seguir empleando las fórmulas allí obtenidas.

$$\% CO_3Mg = 2,1 \cdot 0,2 = 0,42$$

$$\% CO_3Ca = 1,68 \cdot 2,27 = 3,81$$

$$\% CO_2 \text{ del } CO_3Mg = 1,1 \cdot 0,2 = 0,22$$

$$\% CaO \text{ del } CO_3Ca = 1,27 \cdot 1,68 = 2,13$$

$$\% CO_2 \text{ del } CO_3Ca = 1,9 - 0,22 = 1,68$$

$$\text{Otros productos} = 0,6 + 0,3 = 0,9\%$$

$$CaO \text{ disponible} = 38 - 2,13 = 35,87\%$$

$$\frac{CaO_{disp}}{SO_3} = \frac{35,87}{54} = 0,664 \text{ menor que } 0,7 \quad \text{Sobra } SO_3$$

$$80 \dots \dots \dots 56$$

$$X = SO_{3comb} = 51,24\%$$

$$X \dots \dots \dots 35,87$$

$$\frac{SO_4Ca}{H_2O} = \frac{51,24 + 35,87}{5,5} = \frac{87,11}{5,5} = 15,84 \text{ mayor que } 15,1$$

por tanto, falta agua.

Hay pues, hemihidrato y anhidrita.

$$X = \% \text{ hemihidrato.}$$

$$Y = \% \text{ anhidrita.}$$

$$X + Y = 87,11 + 5,5 = 92,61$$

$$5,5 = 0,062 X$$

De donde:

$$X = \% \text{ hemihidrato} = 5,5/0,062 = 88,71\%$$

El problema ahora queda reducido a un simple ejercicio de mezclas.

Sean 100 gr de yeso, que tiene 88,71 gr de hemihidrato.

Tomamos P gr de arena machacada.

En total hay 100 P gr de material, de los que 88,71 gr son de hemihidrato.

Como para que pueda considerarse yeso blanco es necesario que tengamos al menos 66% de hemihidrato:

$$100 \dots \dots \dots 66$$

$$(100 + P) \dots \dots 88,71$$

Resolviendo esta regla de tres, obtenemos P:

$$66 (100 + P) = 100 \cdot 88,71$$

$$\text{Luego } \frac{100 \cdot 88,71}{66} - 100 = P$$

o sea:

$$P = 100 (1,344 - 1) = 34,4$$

Luego, por cada 100 gr de yeso pueden añadirse 34,4 gr. Por tanto, para 1 tn, se pueden añadir 344 Kg.

10. El análisis químico de una muestra tomada en una cantera de Algez es el siguiente:

$$\begin{array}{lcl} & \% & \\ SiO_2 + R.I. & = & 3,6 \\ Al_2O_3 & = & 0,4 \\ H_2O & = & 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} & \% & \\ SO_3 & = & 41 \\ CaO & = & 34 \\ CO_2 & = & 6 \end{array}$$

Se quiere saber si con este Algez se puede fabricar escayola.

Solución

$$\% \text{CO}_3\text{Mg} = 0$$

$$\% \text{CO}_3\text{Ca} = 6 \cdot 2,27 = 13,62$$

$$\% \text{CaO del CO}_3\text{Ca} = 6 \cdot 1,27 = 7,62$$

$$\% \text{CaO disponible} = 34 - 7,62 = 26,38$$

$$\frac{\text{CaO}}{\text{SO}_3} = \frac{26,38}{41} = 0,643 \text{ menor que } 0,7. \quad \text{Sobra SO}_3$$

$$80 \dots \dots \dots 56$$

De donde:

$$X \dots \dots \dots 26,38$$

$$X = \text{SO}_{3\text{comb}} = \frac{26,38 \cdot 80}{56} = 37,69$$

$$\text{SO}_3 \text{ en exceso} = 41 - 37,69 = 3,31\%$$

Sabemos que es un Algez; luego, llamamos:

$$X = \% \text{dihidrato}$$

$$Y = \% \text{anhidrita.}$$

Podemos escribir las dos ecuaciones siguientes:

$$X + Y = 37,69 + 26,38 + 15 = 79,07$$

$$15 = \frac{36}{172} \cdot X$$

De donde $X = 76,67\%$ de dihidrato, o sea en 100 gr hay 71,67 gr de dihidrato.

$$172 \dots \dots \dots 145$$

$$71,67 \dots \dots \dots X$$

$$X = \text{gr de hemihidrato que se obtienen al calcar 100 gr de Algez} = 71,67 \cdot \frac{145}{172} = 60,41$$

Se pierden por tanto, $71,67 - 60,41 = 11,26$ grs.

Luego, como 100 gr se convierten en $100 - 11,26$ podemos escribir la siguiente regla de tres:

$$100 \dots \dots \dots 88,74$$

$$X \dots \dots \dots 60,41$$

Por tanto, si la coacción es perfecta y todo el dihidrato pasa a hemihidrato, el máximo tanto por ciento de hemihidrato que se puede obtener es:

$$\frac{100 \cdot 60,41}{88,74} = 68,1\%$$

Luego no se puede fabricar escayola. El segundo procedimiento explicado es así:

$$\text{Agua disponible} = 15\%$$

$$\text{Pierde las } \frac{3}{4} \text{ partes; luego, } 15\frac{3}{4} = 11,25 \text{ gr}$$

$$100 \text{ gr} \dots \dots \dots (100 - 11,25)$$

$$X \dots \dots \dots 60,41$$

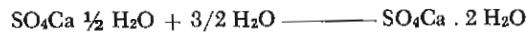
$$X = 68,1\%$$

Igual que obteníamos antes. Parecido al ejercicio anterior es el siguiente.

11. Se pide hallar la cantidad de agua estrictamente necesaria para amasar 1 Kg de yeso del ejercicio núm. 1.

Solución

Vimos que se trataba de un yeso blanco con 72,5% de hemihidrato. Recordemos que:



Peso molecular $\text{SO}_4\text{Ca} \cdot \frac{1}{2} \text{H}_2\text{O} = 145$

Peso molecular $\frac{3}{2} \text{H}_2\text{O} = 27$

Peso molecular $\text{SO}_4\text{Ca} \cdot 2 \text{H}_2\text{O} = 172$

Podemos establecer la siguiente regla de tres:

$$145 \text{ gr} \dots\dots\dots 27$$

$$1.000 \cdot 0,725 \dots\dots X$$

$$X = \frac{725 \cdot 27}{145} = 135 \text{ gr de agua} = 135 \text{ cm}^3 \text{ de agua.}$$

12. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.

Se quiere determinar la resistencia de un yeso a tracción y compresión.

Efectuados los ensayos correspondientes entre 6 probetas de $4 \times 4 \times 16 \text{ cm}$ se obtienen los siguientes resultados:

Probeta número	Tracción Kg/cm ²	Compresión Kg/cm ²
1	38	78 y 84
2	52	124 y 136
3	37	80 y 60
4	41	102 y 98
5	34	82 y 83
6	44	98 y 124
Sumas:	246	1.149

Se desea saber su resistencia a tracción y compresión, razonando el resultado.

Solución

$$\text{Tracción } 246/6 = 41$$

$$41 \cdot \frac{15}{100} = 6,15. \quad \text{intervalo } 47,15 \text{ y } 34,85$$

Valores desechados: 52 y 34

Vale el ensayo.

$$\text{Resistencia a tracción} = \frac{38 + 37 + 41 + 44}{4} = \frac{160}{4} = 40 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Compresión. } 1.149/12 = 95,7$$

$$95,7 \cdot \frac{15}{100} = 14,35. \quad \text{intervalo } 110,05 \text{ y } 81,35$$

Valores desechados 78, 124, 136, 80, 60 y 124

Vale el ensayo.

$$\text{Resistencia a compresión} = \frac{84 + 102 + 98 + 82 + 83 + 98}{6} = 547/6 = 91,16 \text{ Kg/cm}^2.$$

13. En el ensayo a tracción de una escayola se utilizan seis probetas prismáticas de $4 \times 4 \times 16$ cm, con los apoyos separados 10,67 cm. Estas probetas se rompen al aplicar las siguientes cargas: 160, 164, 176, 164, 144 y 104 Kg.

Indicar si el ensayo es válido y si la muestra cumple la condición de resistencia a tracción exigida para la escayola.

Solución

En este caso $R = 0,25 P$. Por tanto, las tensiones de rotura son: 40, 41, 44, 41, 36 y 26 Kg/cm²

$$R_m = \frac{40 + 41 + 44 + 41 + 36 + 26}{6} = 228/6 = 38 \text{ Kg/cm}^2$$

$$38 \cdot \frac{15}{100} = 5,70. \quad \text{Intervalo: } 44,70 \text{ y } 32,3$$

Valores desechados = 26

$$R'_m = \frac{40 + 41 + 44 + 41 + 36}{6} = 202/6 = 33,67 \text{ Kg/cm}^2$$

Consultando las normas españolas (F. Arredondo "Yesos" pág. 31), vemos que la escayola debe resistir al menos 70 Kg/cm² a tracción. Por tanto, la muestra ensayada no cumple las normas.

14. Un mortero de yeso 1:1 tiene una resistencia a compresión de 140 Kg/cm². Se desea saber qué resistencia a compresión tendrá el mortero formado por 800 gr de ese mismo yeso y 3,200 gr de la misma arena.

Solución

$$\frac{\text{Yeso}}{\text{Arena}} = \frac{800}{3.200} = \frac{1}{4} \text{ (en peso)}$$

En el ábaco del libro "Yesos" de F. Arredondo vemos que la resistencia pedida serán 30 Kg/cm².

15. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

El análisis químico de una muestra de Algez procedente de una cantera ha dado los siguientes resultados:

Humedad	5,1%	Co ₂	3,3%
Agua combinada	15,9%	CaO	32,1%
MgO	1,3%	SO ₃	42,3%

Se desea saber el mayor porcentaje de hemihidrato que puede obtenerse por cocción de este material y la cantidad de agua que es preciso eliminar para obtener una tonelada de producto cocido.

Pesos atómicos: H = 1, O = 16, S = 32, Ca = 40, C = 12, Mg = 24,3

Solución

Por ser Algez, estará formado por dihidrato y anhidrita. Toda el agua combinada forma parte del dihidrato.

Sean 100 gr de muestra.

$$\% \text{ CO}_2 \text{ del CO}_3\text{Mg} = \frac{44}{40} \cdot 1,3 = 1,43$$

$$\% \text{ CO}_2 \text{ del CO}_3\text{Ca} = 3,3 - 1,43 = 1,87$$

$$\% \text{ CaO del CO}_3\text{Ca} = 1,87 \cdot \frac{56}{44} = 2,38$$

$$\% \text{ CaO disponible} = 32,1 - 2,38 = 29,72$$

$$\frac{\% \text{CaO}_{\text{disp}}}{\% \text{SO}_3} = \frac{29,72}{42,3} = 0,7. \text{ No hay CaO ni SO}_3 \text{ en exceso.}$$

$$\% \text{SO}_4\text{Ca de los sulfatos} = 29,72 + 42,30 = 72,02$$

Como se trata de un Algez, existirá dihidrato y anhidrita.

$$\text{Sea:} \quad X = \% \text{ de dihidrato.}$$

$$Y = \% \text{ de anhidrita.}$$

$$\text{Podemos escribir:} \quad X + Y = 72,02 + 15,9 = 87,92$$

$$\frac{36}{172} \cdot X = 15,9$$

$$\text{Por tanto:} \quad X = 15,9 \cdot 172/36 = 75,9 \% \text{ de dihidrato.}$$

$$Y = 12,02 = \% \text{ de anhidrita.}$$

Como al transformarse el dihidrato en hemihidrato se pierde 75% del agua combinada, el máximo porcentaje de hemihidrato que puede obtenerse es:

$$75,9 - 0,75 \cdot 15,9 = 75,9 - 11,93 = 63,97\%$$

Esto es referido a 100 unidades de la materia prima (incluida el agua de cantera y el agua combinada). Si queremos referir el máximo contenido de hemihidrato del producto fabricado, será:

$$63,97 \dots\dots\dots (100 - 5,1 - 11,93)$$

$$X \dots\dots\dots 100$$

O sea: $X = 77,10 \%$, máximo contenido posible de hemihidrato del yeso comercial obtenido.

Para obtener $(100 - 5,1 - 11,93)$ tn de producto cocido (pero no de hemihidrato), es necesario eliminar $5,1 + 11,93$ tn de agua, o sea:

$$\begin{array}{rcl} 82,97 & \dots\dots\dots & 17,03 \\ 1 & \dots\dots\dots & X \end{array} \quad X = 0,205$$

Por tanto, es necesario eliminar 0,205 tn de agua para obtener una tonelada de producto cocido.

16. Una probeta prismática de yeso de $40 \times 40 \times 160$ mm sometida a un ensayo de flexotracción rompe al alcanzar la carga un valor de 180 Kg. Este ensayo se realizó con separación de apoyos 10 cm y la carga, centrada, se aplicó a una velocidad de 4 Kg/seg.

Sobre otra probeta prismática, del mismo yeso, de $30 \times 30 \times 200$ mm y fabricada con el agua de consistencia normal, se aplica una fuerza vertical en el ensayo de flexotracción de 53 Kg, con separación de apoyos de 15 cm.

Se desea saber si se produce la rotura de esta segunda probeta.

Solución

En el ensayo de flexotracción, la resistencia a tracción es, operando en Kg y cm:

$$\sigma = \frac{3 \cdot P \cdot L}{2 \cdot a \cdot b^2} = \frac{3 \cdot 180 \cdot 10}{2 \cdot 4 \cdot 16} = 42,18 \text{ Kg/cm}^2$$

La tracción máxima producida en la segunda probeta como aplicación de la fuerza de 53 Kg y separación de apoyos 15 cm es:

$$\sigma = \frac{3 \cdot 53 \cdot 15}{2 \cdot 3 \cdot 9} = 44,16 \text{ Kg/cm}^2$$

Como 44,16 es mayor que 42,12 la segunda probeta se rompe.

17. Clasificar un yeso cuyo análisis es el siguiente:

RI + SiO ₂ + Al ₂ O ₃	= 0,1%
CaO	= 38,1%
MgO	= 0,3%
SO ₃	= 53,5%
H ₂ O	= 6,22%
CO ₂	= 1,98%

Solución

$$\% \text{ CO}_3\text{Mg} = 0,3 \cdot 2,09 = 0,627$$

$$\% \text{ de CO}_2 \text{ del CO}_3\text{Mg} = 0,3 \cdot 1,09 = 0,327$$

$$\% \text{ de CO}_2 \text{ del CO}_3\text{Ca} = 1,98 - 0,327 = 1,653$$

$$\% \text{ de CO}_3\text{Ca} = 1,653 \cdot 2,27 = 3,75$$

$$\% \text{ de CaO del CO}_3\text{Ca} = 3,75 \cdot 0,56 = 2,1$$

$$\% \text{ de CaO disponible} = 38,1 - 2,1 = 36$$

$$\frac{36}{53,5} = 0,67 < 0,7, \text{ luego sobra SO}_3$$

$$\frac{36}{0,7} = 51,48, \text{ o sea}$$

$$\text{SO}_3 \text{ sobrante} = 53,5 - 51,48 = 2,02$$

$$\% \text{ de SO}_4\text{Ca} = 36 + 51,48 = 87,48$$

$$\frac{87,48}{6,22} = 14 < 15,12, \text{ luego sobra agua}$$

$$x + y = 87,48 + 6,22 = 93,7$$

$$0,062x + 0,208y = 6,22$$

de donde se obtiene

$$\% \text{ de hemihidrato} = x = 90,91$$

$$\% \text{ de dihidrato} = y = 2,79$$

Se trata, por tanto, de una esayola con algún incocido.

18. Se quiere determinar la resistencia de un yeso a tracción y a compresión.

Los resultados de los ensayos sobre probetas de $4 \times 4 \times 16$ cm son los siguientes, expresados en Kg/cm².

Probeta Núm.	Tracción	Compresión
1	31	82 y 85
2	35	105 y 106
3	25	65 y 72
4	30	78 y 85
5	32	80 y 90
6	34	88 y 102

Solución**1. Tracción**

$$R_m = \frac{31 + 35 + 25 + 30 + 32 + 34}{6} = 31,1 \text{ Kg/cm}^2$$

$0,15 \cdot 31,1 = 4,66 \text{ Kg/cm}^2$; por tanto, el intervalo $R_m \pm 15\% R_m$ es el comprendido entre

$$31,1 + 4,66 = 35,76 \text{ Kg/cm}^2 \text{ y}$$

$$31,1 - 4,66 = 26,44 \text{ Kg/cm}^2$$

Es preciso eliminar el valor 25 Kg/cm^2 . La nueva resistencia media es:

$$R_t = \frac{31 + 35 + 30 + 32 + 34}{5} = 32,4 \text{ Kg/cm}^2, \text{ que es el valor de la resistencia a tracción pedida.}$$

2. Compresión

$$R_m = \frac{82 + 85 + 105 + 106 + 65 + 72 + 78 + 85 + 80 + 90 + 88 + 102}{12} = 86,5 \text{ Kg/cm}^2$$

$0,15 \cdot 86,5 = 12,97$. El intervalo de validez es, pues, $99,47$ y $73,53 \text{ Kg/cm}^2$.

Hay que eliminar los valores $102, 65, 72, 105$ y 106 . Como son menos de la mitad, el ensayo es válido, y la resistencia a compresión vale:

$$R_c = \frac{82 + 85 + 78 + 85 + 80 + 90 + 88}{7} = 84 \text{ Kg/cm}^2$$

Problemas propuestos

1. Determinar la cantidad de sulfato cálcico hemihidrato que contiene el yeso cuyo análisis se expone a continuación, indicando el tipo de yeso de que se trata:

Residuo insoluble, SiO_2 y Al_2O_3	0,1 %
CaO	38,1 %
MgO	0,3 %
SO_3	53,5 %
H_2O	6,22 %
CO_2	1,98 %

SOLUCION: Se trata de un yeso cocido con algo de incocido y algunas impurezas, y por ser hemihidrato $= 90,91 > 80$ es una escayola.

2. Hallar la naturaleza del yeso cuyo análisis se expone a continuación:

H_2O	18,54 %
SiO_2 y residuo insoluble	0,5 %
Al_2O_3	0,4 %
CaO	33,79 %
MgO	0 %
SO_3	44,69 %
CO_2	1,98 %

SOLUCION: Dihidrato $= 88,7$

Anhidrita $= 5,8$

Se trata de una piedra de yeso sin cocer con algunas impurezas.

3. Hallar la naturaleza del yeso cuyo análisis se expresa a continuación:

H ₂ O	18 %
Residuo insoluble y SiO ₂	1 %
CaO	33,6 %
MgO	1 %
SO ₃	40,9 %
CO ₂	5,49 %

SOLUCION: Hemihidrato = 0

Dihidrato = 86

Por lo que se trata de un yeso sin cocer, con algunas impurezas.

4. El análisis de una anhidrita es:

R. I.	0,10
Al ₂ O ₃	0,20
SiO ₂	0,10
Fe ₂ O ₃	0,10
CO ₂	8,00
MgO	6,50
CaO	39,00
SO ₃	46,00

Hallar la cantidad de dihidrato que contiene:

SOLUCION: Dihidrato = 4,78%

5. El análisis de un yeso negro es el siguiente:

SiO ₂	0,3 %
Al ₂ O ₃	0,7 %
Fe ₂ O ₃	1,0 %
CaO	x %
MgO	3,6 %
SO ₃	y %
CO ₂	4,44 %
H ₂ O	9,16 %

Determinar X y Y para que el yeso tenga exactamente 63,82% de hemihidrato y 24,9% de dihidrato.

SOLUCION: x = 34%

y = 46,8%.

6. Un fabricante poco escrupuloso decide adulterar el yeso que fabrica, añadiéndole Algez. Las composiciones de ambos son las que abajo figuran. Hallar cuál es la máxima proporción de Algez que puede emplear para el producto obtenido pueda considerarse yeso blanco.

	Yeso	Algez
SiO ₂	0,0 %	0,2 %
Al ₂ O ₃	0,1 %	0,3 %
Fe ₂ O ₃	0,3 %	0,5 %
CaO	37,4 %	30,8 %
MgO	0,0 %	2,2 %
SO ₃	52,1 %	44,0 %
H ₂ O	9,16 %	19,8 %
CO ₂	1,0 %	2,2 %

SOLUCION: 14,60 Kg de Algez por cada 100 Kg de yeso.

7. Un yeso tiene 68% de SO_4Ca . Hallar entre qué límites puede estar el agua combinada para que el producto sea aceptable desde el punto de vista de la composición química.

SOLUCION: Entre 3,1% y 5,6%.

8. El análisis de un yeso es el siguiente:

SiO_2	7,47%
Al_2O_3	0,60%
Fe_2O_3	1,50%
MgO	6,82%
CO_2	14,1 %
CaO	32,00%
SO_3	36,25%
H_2O	4,00%

¿De que yeso se trata?

SOLUCION: Yeso negro.

9. El análisis de un yeso es el siguiente:

$\text{SiO}_2 + \text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Fe}_2\text{O}_3$	1 %
MgO	0,40%
CO_2	1,10%
CaO	y %
SO_3	x %
H_2O	4,20%

Determinar X y Y para que se trate de un yeso con 67,57 de hemihidrato y 25,70% de anhidrita.

SOLUCION: $X = 52,4\%$ $y = 40,9\%$

10. Los ensayos de resistencia a tracción y compresión de un yeso han dado los siguientes resultados:

Tracción (Kg/cm^2)	Compresión (Kg/cm^2)
70	138 y 150
74	156 y 150
60	124 y 130
59	146 y 152
69	132 y 140
81	159 y 155

Hallar las resistencias de ese yeso.

SOLUCION: Resistencia a tracción es $70,25 \text{ Kg}/\text{cm}^2$

Resistencia a compresión $143,5 \text{ Kg}/\text{cm}^2$.

11. Al eusayar a tracción probetas de yeso de $4 \times 4 \times 16$ cm con apoyos a 10,67 cm se han producido las roturas bajo cargas centradas de:

124,8 Kg
118,56 Kg
131,04 Kg
149,76 Kg
112,32 Kg
115,44 Kg

Determínese la resistencia a tracción de ese yeso.

SOLUCION: $30,11 \text{ Kg}/\text{cm}^2$.

12. Un yeso tiene 4% de agua combinada y 60% de SO_3 .

¿De qué yeso se trata?

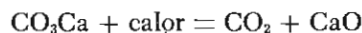
SOLUCION: Un yeso comercial de cocción perfecta (dihidrato = anhidrita = O).

Capítulo 3

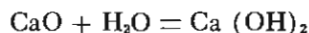
CALES

FABRICACION Y FRAGUADO DE LA CAL AEREA

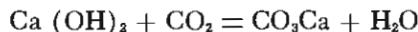
Como materia prima se tiene la caliza, CO_3Ca . En el horno tiene lugar la siguiente reacción:



El CaO es lo que se conoce por cal viva. Para apagarla se le añade agua.



Este hidróxido cálcico, o cal apagada, se amasa con agua y se pone en obra. Entra en reacción con el CO_2 del aire y se regenera la caliza de origen, adquiriendo dureza y resistencia. La reacción es:



Esta cal se llama aérea porque para fraguar necesita el CO_2 del aire. Por tanto, no fragua bajo el agua.

La temperatura del horno para su fabricación es del orden de 1.080°C .

TIPOS DE CALES

Además de la cal aérea, en el mercado hay otro tipo de cales, denominadas hidráulicas, que tienen la propiedad de fraguar bajo el agua. Esto se debe a que la caliza empleada como materia prima tenía cierta cantidad de impurezas (SiO_2 , Al_2O_3 , Fe_2O_3) que reaccionan con el CaO que se forma en el horno y dan aluminatos y silicatos cálcicos análogos a los que veremos al estudiar el cemento Portland. Estos últimos compuestos tienen la propiedad de fraguar bajo el agua, de ahí el nombre de cal hidráulica.

La temperatura que reina en los hornos de cal hidráulica es del orden de 1.200°C . Las cales aéreas se dividen, a su vez, en cales grasas y magras, según que su contenido de MgO sea menor o mayor de 5%. (Véanse problemas 1 y 2.)

Otro tipo de ejercicio es aquél en que se conoce la composición de una caliza y se trata de saber el tipo de cal (hidráulica, aérea, grasa, magra) que se va a obtener.

Esta cal puede obtenerse a partir, únicamente, de la caliza dada, o bien mezclando la caliza con una arcilla de composición conocida e introduciendo ambas en el horno, previa trituration de molinos adecuados. En este último caso será necesario conocer la relación caliza/arcilla = r en que son mezcladas ambas. Esta relación casi siempre se expresa en peso.

Para poder clasificar correctamente las cales hidráulicas, recordemos que Vicat definió como índice de hidráulicidad de una cal la siguiente relación:

$$i_v = \frac{\text{SiO}_2 + \text{Al}_2\text{O}_3}{\text{CaO}}$$

Según el índice de Vicat, las cales se clasifican en:

	i,
Cal aérea	0 a 0,1
Cal débilmente hidráulica	0,1 a 0,16
Cal medianamente hidráulica ...	0,16 a 0,31
Cal hidráulica normal	0,31 a 0,42
Cal eminentemente hidráulica ...	0,42 a 0,50
Cementos Portland	Mayor de 0,50

(Véase el problema 3.)

Normalmente, si se quiere fabricar una cal hidráulica (del tipo que sea) es muy difícil que la caliza de que se dispone dé, al calcinar, la composición deseada. Para lograrla, tendremos que corregir la composición química de la caliza, aportando los óxidos necesarios. Para ello se suele emplear arcilla.

Una arcilla tiene en su composición los mismos óxidos que la caliza, aunque en distintas proporciones.

El caso más frecuente es aquel en que se conoce la composición de una caliza y una arcilla y se quiere saber en qué relación caliza/arcilla deben mezclarse para, después de calcinar, obtener una cal prefijada. Generalmente se fija el índice de Vicat de la cal o uno cualquiera de sus óxidos.

Otro caso, menos corriente y de solución análoga, conociendo la composición de la caliza y de la arcilla así como la relación r en que se mezclan para obtener el crudo, consiste en averiguar la composición de la cal hidráulica resultante.

Explicaremos estos casos con unos ejemplos. (Véanse problemas 4, 5 y 6.)

RENDIMIENTO

El rendimiento de una cal, para una consistencia determinada, es igual al volumen de pasta obtenido con una unidad de peso de cal viva

RESISTENCIAS MECANICAS

Se determinan con probetas iguales a las empleadas para ensayar yesos. No insistimos en el tema.

EXPANSION

Se realiza este ensayo con las agujas de Le Chatelier. La separación de los extremos de las agujas debe ser inferior a 10 mm a los 7 días si se ensaya en frío, y a las 3 h si se ensaya en caliente.

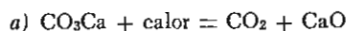
No hacemos ningún ejercicio sobre estos tres últimos temas, ya que basta en todo caso con aplicar exactamente lo dicho antes.

Problemas resueltos

1. Se tiene una cantera de piedra caliza, que analizada resulta poseer una riqueza de CO_3Ca de 94,94%. La fábrica que pretende explotar la cantera tiene una producción de 10 tn/día de cal viva (jornada de 24 horas). El rendimiento del conjunto de las operaciones para esa fábrica es 92%.

Se pide:

- Toneladas que es preciso extraer cada día de la cantera.
- Agua necesaria para el apagado de esa cal.

Solución

Peso molecular de $\text{CaO} = 56$

Peso molecular del $\text{CO}_3\text{Ca} = 100$

Luego 100 gr de CO_3Ca producen 56 gr de CaO .

Podemos, en toneladas, escribir la siguiente regla de tres:

$$\begin{array}{rcl} 100 \text{ tn} & \dots\dots\dots & 56 \\ X & \dots\dots\dots & 10 \\ X = \frac{100 \cdot 10}{56} & = & 17,82 \text{ tn de } \text{CO}_3\text{Ca} \end{array}$$

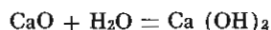
Como la riqueza en CO_3Ca de la caliza es 94,94%:

$$\frac{17,82}{0,9494} = 18,8 \text{ tn}$$

y como el rendimiento de la fábrica es 92%,

$$18,8/0,92 = 20,4 \text{ tn}$$

b) Según el enunaiado, obtenemos al día 10 tn de CaO , y como



Peso molecular del $\text{CaO} = 56$

Peso molecular del agua = 18

Podemos escribir:

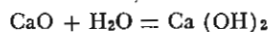
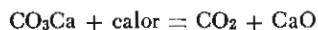
$$\begin{array}{rcl} 56 & \dots\dots\dots & 18 \\ 10 & \dots\dots\dots & X \\ X = \frac{10 \cdot 18}{56} & = & 3,22 \text{ tn de agua} = 3,22 \text{ m}^3 \text{ de agua} \end{array}$$

2. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Determinar la cantidad de cal apagada que se obtendrá a partir de 111 tn de caliza de 93% de riqueza en carbonato cálcico, con un rendimiento en el conjunto de las operaciones de 95,5%.

Solución

Operando análogamente como hicimos en el ejercicio anterior:



Peso molecular del $\text{CO}_3\text{Ca} = 100$

Peso molecular del $\text{Ca}(\text{OH})_2 = 74$

Luego

$$\begin{array}{rcl} 100 & \dots\dots\dots & 74 \\ 111 \cdot 0,93 \cdot 0,955 & \dots\dots\dots & X \\ X = \frac{111}{100} \cdot 0,93 \cdot 0,955 \cdot 74 & = & 72,95 \text{ tn} \end{array}$$

3. Hallar qué tipo de cal resultará al calcinar una piedra caliza que tiene la siguiente composición:

	%		%
SiO ₂	3,35	MgO	8,13
CO ₂	43,47	CaO	39,56
Fe ₂ O ₃	0,92	H ₂ O y pérdidas	1,65
Al ₂ O ₃	2,92		

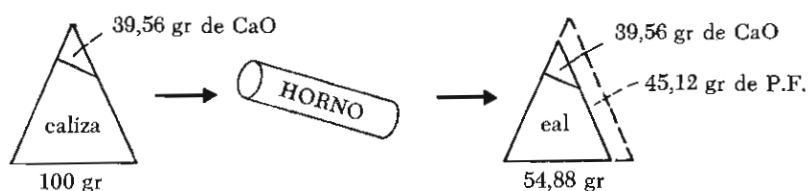
Solución

Al calcinar 100 gr de esa caliza se pierden el CO₂, H₂O y pérdidas por tanto:

Pérdida al fuego = P.F. = 43,47 + 1,65 = 45,12 gr

o sea, quedan 100 — 45,12 = 54,88 gr

Esquemáticamente podemos representar el proceso así:



Estudiemos, por ejemplo, qué pasa con el CaO.

Los 39,56 gr de CaO que hay en los 100 gr de caliza, a la salida del horno siguen siendo 39,56 gr de CaO que habrá en los 54,88 gr de cal.

Por tanto, para hallar el porcentaje de CaO que existe en la cal bastará resolver la siguiente regla de tres.

$$\begin{array}{rcl}
 54,88 & \dots\dots\dots & 39,56 \\
 100 & \dots\dots\dots & X \\
 X = 100 \frac{39,56}{54,88} = 72,08\% = \% \text{ CaO}
 \end{array}$$

Análogamente, procedemos con los demás óxidos y anhídridos.

$$\begin{aligned}
 \% \text{ SiO}_2 &= 100 \frac{3,35}{54,88} = 6,10 \% \\
 \% \text{ Fe}_2\text{O}_3 &= 100 \frac{0,92}{54,88} = 1,68 \% \\
 \% \text{ Al}_2\text{O}_3 &= 100 \frac{2,92}{54,88} = 5,32 \% \\
 \% \text{ MgO} &= 100 \frac{8,13}{54,88} = 14,81 \% \\
 i_v &= \frac{6,10 + 5,32}{72,08} = \frac{3,35 + 2,92}{39,56} = 0,158
 \end{aligned}$$

Por tanto, al calcinar la caliza dada, se obtiene una cal débilmente hidráulica (aunque muy cerca ya de las medianamente hidráulicas).

El que tenga MgO en cantidad apreciable, indica que la caliza empleada como materia prima tenía una cantidad apreciable de dolomía.

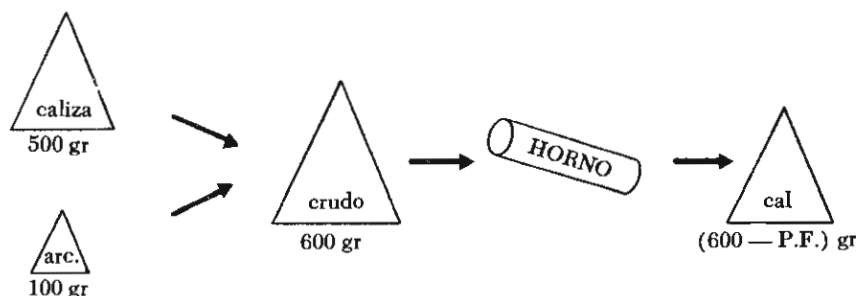
4. Se dispone de una caliza y una arcilla cuyo análisis se da a continuación.

Se mezclan en la relación caliza/arcilla = 5. Hallar la composición de la cal hidráulica resultante, indicando de qué tipo se trata.

	Caliza (%)	Arcilla (%)
SiO ₂	1,02	48
CO ₂	42,73	0
Fe ₂ O ₃	0,32	6
Al ₂ O ₃	1,95	32
MgO	0,21	0
CaO	51,82	0
H ₂ O y pérdidas	— 1,95	14

Solución

Tomamos 500 gr de caliza y 100 gr de arcilla. Esquemáticamente, podemos representar el proceso:



En primer lugar, debemos hallar la pérdida al fuego (P.F.) total, que será suma de la P.F. de caliza más la P.F. de la arcilla.

$$\text{P.F. de 100 gr de caliza} = 42,73 + 1,95 = 44,68 \text{ gr}$$

$$\text{P.F. de 500 gr de caliza} = 5 \cdot 44,68 = 223,40 \text{ gr}$$

$$\text{P.F. de 100 gr de arcilla} = 0 + 14 = 14,00 \text{ gr}$$

Por tanto, la P.F. de los 600 gr de crudo será:

$$\text{P.F.} = 223,40 + 14,00 = 237,40 \text{ gr}$$

Por tanto, el peso de la cal hidráulica resultante es:

$$600 - 237,40 = 362,60 \text{ gr}$$

Análogamente a como hemos calculado la P.F. total, podemos calcular los gramos de cada compuesto que hay en la cal, como suma de los que hay en los 100 gr de arcilla y en los 500 gr de caliza.

Por ejemplo, considerando el CaO:

$$\text{CaO de 500 gr de caliza} = 5 \cdot 51,82 = 259,10$$

$$\text{CaO de 100 gr de arcilla} = 0 = 0$$

Peso total del CaO del crudo = Peso total del CaO de la cal hidráulica = 259,10.
Por tanto:

$$\begin{array}{rcl}
 362,60 & \dots\dots\dots & 259,10 \\
 100 & \dots\dots\dots & X \\
 X = \% \text{ CaO de la cal hidráulica} & = & \frac{259,10}{362,60} \cdot 100 = 71,46\%
 \end{array}$$

Análogamente obtenemos:

$$\% \text{ SiO}_2 = \frac{5 \cdot 1,02 + 48}{362,60} \cdot 100 = 14,64$$

$$\% \text{Fe}_2\text{O}_3 = \frac{5 \cdot 0,32 + 6}{362,60} \cdot 100 = 2,10$$

$$\% \text{Al}_2\text{O}_3 = \frac{5 \cdot 1,95 + 32}{362,60} \cdot 100 = 11,51$$

$$\% \text{MgO} = \frac{5 \cdot 0,21 + 0}{362,60} \cdot 100 = 0,29$$

Como comprobación vemos que:

$$71,46 + 14,64 + 2,10 + 11,51 + 0,29 = 100,00$$

$$i_v = \frac{14,64 + 11,51}{71,46} = 0,366$$

Se trata, por tanto, de una cal hidráulica normal. Observemos que para calcular el índice de Vicat, es igual emplear los tantos por ciento calcinados o sin calcinar, ya que la diferencia entre ambos es el factor

$$\frac{100}{\text{Peso crudo} - \text{P.F.}} \text{ que multiplica a cada óxido.}$$

5. Dadas la caliza y la arcilla del ejercicio anterior, hallar en qué proporción hay que mezclarlas para, una vez calcinada, obtener una cal hidráulica con 70% de CaO.

Solución

Sea r = caliza/arcilla la relación pedida.

Tomamos 100 r gramos de caliza y 100 de arcilla.

CaO de la caliza = $r \cdot 51,82$

CaO de la arcilla = 0

CaO del crudo = $r \cdot 51,82$ gr

P.F. = $r \cdot (42,73 + 1,95) + 14$ gr = $44,68 \cdot r + 14$ gr

Peso del crudo $100 r + 100$ gr = $100 (1 + r)$ gr

Peso de cal hidráulica = $100 (1 + r) - 44,68 r - 14$ gr

Obtengamos el % de CaO de la cal hidráulica.

$$100 (1 + r) - 44,68 r - 14 \dots\dots\dots r \cdot 51,82$$

$$100 \dots\dots\dots X$$

$$X = \% \text{CaO de la cal hidráulica} = 100 \frac{r \cdot 51,82}{100 (1 + r) - 44,68 r - 14}$$

y como según el enunciado $X = 70$; tenemos, resolviendo el sistema,

$$r = 4,572$$

6. Hallar entre qué límites puede variar la relación caliza arcilla = r , siendo la caliza y la arcilla las mismas del ejercicio 4, para obtener una cal eminentemente hidráulica.

Solución

Cal eminentemente hidráulica es aquella en que el índice de Vicat está comprendido entre 0,42 y 0,50.

Vimos en (4) que para calcular el índice de Vicat era lo mismo operar con los tantos por ciento de composición del crudo o de la cal hidráulica.

Por tanto, si tomamos 100 r partes de caliza y 100 partes de arcilla;

$$\% \text{SiO}_2 \text{ en el crudo} = \frac{r \cdot 1,02 + 48}{100 (1 + r)} \cdot 100 = \frac{r \cdot 1,02 + 48}{1 + r}$$

$$\% \text{Al}_2\text{O}_3 \text{ en el crudo} = \frac{r \cdot 1,95 + 32}{1 + r}$$

$$\% \text{ CaO en el crudo} = \frac{r \cdot 51,82 + 0}{1 + r}$$

por tanto:

$$i_v = \frac{\frac{r \cdot 1,02 + 48}{1 + r} + \frac{r \cdot 1,95 + 32}{1 + r}}{\frac{r \cdot 51,82}{1 + r}} = \frac{2,97 \cdot r + 80}{r \cdot 51,82}$$

$$\text{si} \quad 0,42 = \frac{2,97 \cdot r + 80}{r \cdot 51,82} \quad r = 4,257$$

$$\text{si} \quad 0,50 = \frac{2,97 \cdot r + 80}{r \cdot 51,82} \quad r = 3,487$$

Luego r puede oscilar entre 3,487 y 4,257.

7. Los análisis químicos de una caliza y de una arcilla son los siguientes:

	Caliza	Arcilla
Pérdida al fuego	41,3	7,2
SiO ₂	3,5	54,3
Al ₂ O ₃	1,8	21,8
Fe ₂ O ₃	1,2	8,2
CaO	52,1	3,5
Sin dosificar	0,1	5,0

Determinése el intervalo de variación de la relación $\frac{\text{caliza}}{\text{arcilla}} = r$, para que el producto resultante tras la cocción sea una cal medianamente hidráulica.

Solución

El índice hidráulico debe estar comprendido entre:

$$0,16 \leq i = \frac{\text{SiO}_2 + \text{Al}_2\text{O}_3}{\text{CaO}} \leq 0,31$$

Trabajamos con materiales crudos (pues los índices y módulos se mantienen tras la cocción).

Sean 100 partes de arcilla y 100 r partes de caliza. La mezcla tiene:

$$\text{SiO}_2 = 3,5r + 54,3$$

$$\text{Al}_2\text{O}_3 = 1,8r + 21,8$$

$$\text{CaO} = 52,1r + 3,5$$

El índice hidráulico de la mezcla es:

$$i = \frac{3,5r + 54,3 + 1,8r + 21,8}{52,1r + 3,5} = \frac{5,3 \cdot r + 76,1}{52,1 \cdot r + 3,5}$$

Deberá, pues, cumplirse

$$0,16 \leq \frac{5,3 \cdot r + 76,1}{52,1 \cdot r + 3,5} \leq 0,31$$

Resolviendo esta ecuación, obtenemos

$$6,92 \leq r \leq 24,88$$

8. Se pide determinar la máxima cantidad de CO_3Ca incocido que se admitiría en unas hipotéticas normas sobre cales, en todo equivalentes a las actuales, en las que se supusiera que no existía el carbonato magnésico.

Solución

Las normas actuales limitan la cantidad de $\text{CO}_2 \leq 5\%$. Los pesos moleculares son:

$$\text{PM CO}_2 = 12 + 2 \cdot 16 = 44$$

$$\text{PM CO}_3\text{Ca} = 12 + 3 \cdot 16 + 40 = 100$$

Supongamos una muestra de 100 gr de cal. Las normas actuales permiten un máximo de 5 gr de CO_2 en su muestra. Podemos establecer la siguiente regla de tres:

$$44 \dots\dots\dots 5$$

$$100 \dots\dots\dots X$$

$$\text{de donde} \quad X = \frac{100}{44} \cdot 5 = 11,36 \text{ gr de } \text{CO}_3\text{Ca}$$

máximo en la muestra, lo que equivale a:

$$\text{CO}_3\text{Ca incocido} \leq 11,36\%$$

Problemas propuestos

1. Se dispone de una caliza y una arcilla de análisis.

	Caliza (%)	Arcilla (%)
CO_3Ca	87	0
CO_3Mg	5	0
SiO_2	2,5	44
Al_2O_3	0,5	41
Fe_2O_3	0,2	3,5
H_2O	2,2	10,5

Se mezclan en la proporción $\frac{\text{caliza}}{\text{arcilla}} = 8,5$. ¿Qué tipo de cal se obtiene después de calcinar?

SOLUCION: Una cal medianamente hidráulica.

2. Determinar la cantidad de cal apagada que se obtendrá a partir de 93 tn de caliza de 91,7% de riqueza en carbonato cálcico, si se supone un rendimiento en el conjunto de las operaciones de 92,8%.

SOLUCION: 58,56 tn.

3. Dadas una caliza y una arcilla, cuyos análisis son los siguientes:

Caliza		Arcilla	
CO_3Ca	90 %	SiO_2	43%
SiO_2	3 %	Al_2O_3	37%
Al_2O_3	2 %	Fe_2O_3	6%
Fe_2O_3	0,5%	H_2O	14%
H_2O	4,5%		

Se mezclan en la relación $\frac{\text{caliza}}{\text{arcilla}} = 4$. Hallar el índice hidráulico de la cal hidráulica resultante.

SOLUCION: $i = 0,535$.

4. ¿Entre qué límites puede variar la relación $\frac{\text{caliza}}{\text{arcilla}}$ siendo la caliza y la arcilla las del ejercicio anterior para obtener una cal medianamente hidráulica?

SOLUCION: $8,49 < r < 33,54$.

5. Calcinando completamente una caliza se obtiene una cal viva de composición:

$$\text{CaO} = 62,3\%$$

$$\text{MgO} = 8,7\%$$

$$\text{SiO}_2 = 15,3\%$$

$$\text{Al}_2\text{O}_3 = 10,2\%$$

$$\text{Fe}_2\text{O}_3 = 3,5\%$$

¿Qué Al_2O_3 , CaO y CO_2 tenía dicha caliza si su contenido de humedad era nulo?

SOLUCION: $\text{Al}_2\text{O}_3 = 6,4\%$

$$\text{CaO} = 39,2\%$$

$$\text{CO}_2 = 35,3\%$$

6. ¿Qué cantidad de agua se necesita para apagar 57 tn de la cal viva del ejercicio anterior?

SOLUCION: $13,63 \text{ m}^3$.

Capítulo 4

CEMENTOS

FABRICACION

Como materias primas se emplean la caliza y la arcilla. Es posible sustituirlas por otras que tengan sus mismos óxidos.

En la caliza, el CO_3Ca puede expresarse como tal, o como CO_2 (P.F.) y CaO . Para pasar del primer caso al segundo operamos como sigue:

Sea $\text{CO}_3\text{Ca} = A\%$

Peso molecular del $\text{CaO} = 56$

Peso molecular del $\text{CO}_2 = 44$

Peso molecular del $\text{CO}_3\text{Ca} = 100$

Podemos escribir:

100.....56

A.....X

100.....44

A.....Y

$$X = \% \text{ CaO} = A \cdot \frac{56}{100} = 0,56 A.$$

$$Y = \% \text{ CO}_2 \text{ (P.F.)} = 0,44 A.$$

Para hallar la P.F. habría que sumar a este CO_2 el H_2O y la P.F. que nos diese el análisis de la caliza.

Si tuviésemos CO_3Mg , se operaría igual.

Sea $\text{CO}_3\text{Mg} = B$.

Peso molecular $\text{MgO} = 24 + 16 = 40$

Peso molecular $\text{CO}_2 = 44$

Peso molecular $\text{CO}_3\text{Mg} = 84$

Por tanto:

84.....40

B.....X

84.....44

B.....Y

$$X = \% \text{ de MgO} = \frac{40}{84} B = 0,48 B.$$

$$Y = \% \text{ de CO}_2 = \frac{44}{84} B = 0,52 B.$$

Este CO_2 también se sumaría a los componentes de la P.F.

La caliza y la arcilla que empleamos como materia prima pueden estar secas (vía seca) o húmedas (vía húmeda).

La tendencia moderna, por economía de combustible, es ir a vía seca.

Una vez obtenido el crudo y pasado éste por el horno, se tiene el clinker, que se muele, y se añade una pequeña proporción de yeso (2 a 4% en peso), con lo que se ha fabricado el cemento.

El esquema de fabricación es el siguiente:

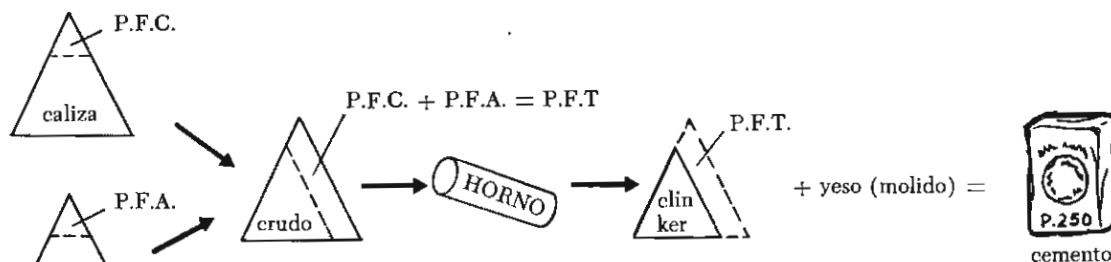


Figura 4-1

FORMULAS ABREVIADAS

Como veremos, el clinker está formado por silicatos y aluminatos de fórmulas complicadas. Al estudiar la química del cemento Portland se supone que estos silicatos y aluminatos están formados por combinaciones de los óxidos y anhídridos más sencillos, y con objeto de simplificar la notación se emplea, y así lo haremos nosotros, la siguiente tabla:

C = CaO	SC ₃ = SiO ₂ . 3 CaO	Alc = Alcalis
A = Al ₂ O ₃	SC ₂ = SiO ₂ . 2 CaO	C.P. = Cemento Portland
S = SiO ₂	AC ₃ = Al ₂ O ₃ . 3 CaO	C.A. = Cemento aluminoso
F = Fe ₂ O ₃	AC = Al ₂ O ₃ . CaO	PAH = Cemento Portland de alto horno
T = TiO ₂	ASC ₂ = Al ₂ O ₃ . SiO ₂ 2 CaO	SF = Cemento siderúrgico sobresulfatado
M = MgO	FC ₂ = Fe ₂ O ₃ . 2 CaO	P.F. = Pérdida al fuego
K = K ₂ O	AFC ₄ = Fe ₂ O ₃ . 4CaO . Al ₂ O ₃	S.D. = Sin dosificar
N = Na ₂ O		
H = H ₂ O		

COMPOSICION CENTESIMAL Y COMPOSICION POTENCIAL

En el clinker existen los llamados constituyentes mineralógicos principales, que son:

Silicato tricálcico = SC₃

Silicato bicálcico = SC₂

Aluminato tricálcico = AC₃

Aluminato-Ferrito-tetracálcico = AFC₄

Además pueden existir: FC₂, AC₂, AC, A₃C₅, A₅C₃, etc.

Estos constituyentes son los que determinan las propiedades del cemento, por eso será interesante determinar la proporción en que se encuentran en el clinker a partir de la composición dada por el laboratorio:

<i>Porcentaje</i>	
C	= c
A	= a
S	= s
F	= f
SO ₃	= s ₁
M	= m
Cal libre = k%	

Esta es la llamada composición centesimal.

Para pasar de la composición centesimal a la composición potencial se emplean las fórmulas de Bogue, que deduciremos más adelante.

PROPIEDADES DE LOS CONSTITUYENTES MINERALOGICOS PRINCIPALES DEL CEMENTO PORTLAND

Las resistencias mecánicas son debidas a la suma de SC₃ y SC₂, siendo el primero el que da las resistencias a corto plazo, y el segundo al cabo del tiempo.

El módulo de elasticidad está directamente relacionado con las resistencias mecánicas, y por tanto depende en igual grado que éstas del SC₃ y SC₂.

El AC₃ acelera el endurecimiento en las primeras horas. El AC₃ y AFC₄, y principalmente éste último, actúan como verdaderos fundentes, bajando la temperatura necesaria dentro del horno para la cocción.

Los calores de hidratación son los siguientes:

$$SC_3 = 120 \text{ cal/gr}$$

$$SC_2 = 62 \text{ cal/gr}$$

$$AC_3 = 207 \text{ cal/gr}$$

$$AFC_4 = 100 \text{ cal/gr}$$

Es la única propiedad de los cementos que puede considerarse aditiva.

La resistencia a los sulfatos y al hielo-deshielo depende del AC₃. A mayor cantidad de AC₃, menor resistencia a ambos.

Para poder precisar en los ejercicios qué valor de cada constituyente puede considerarse "bajo" y cuál "alto", damos a continuación los siguientes límites:

La suma de SC₃ y SC₂ oscila entre 60 y 80%. Por tanto, podemos considerar "normal" un 35% de SC₂ y un 35% de SC₃.

AC₃ menor de 5% es un cemento P.A.S. (resistente a sulfatos).

AC₃ entre 5 y 7% resiste débilmente a los sulfatos.

AC₃ puede variar de 2 a 14%.

AFC₄ suele tener porcentajes comprendidos alrededor de 10%.

Deducción de las fórmulas de Bogue

Sabemos *a priori*, o hemos demostrado, que se trata de un cemento Portland. Conocemos la composición centesimal y queremos hallar la composición potencial.

Bogue supone que la composición potencial es:



Además existe C libre, M y el yeso que hemos añadido al clinker. La composición centesimal dada por el laboratorio es, en el caso más general:

<i>Porcentaje</i>	
S	= s
A	= a
F	= f
C	= c
M	= m
SO ₃	= s ₁
Sin dosificar	= d
Total	= 100
Cal libre	= k

El porcentaje de cal libre siempre está incluido en el c% de CaO que da el análisis. Dicho de otra forma k se incluye en la suma:

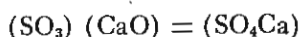
$$s + a + f + c + m + s_1 + d = 100$$

Suponemos, como hacíamos en yesos, que tenemos 100 gr de muestra; por tanto, los números que expresan porcentaje expresan igualmente gramos.

Comenzaremos, pues, restando k de C. Queda, por tanto, una cantidad de cal para el yeso y los componentes del clinker:

$$C - k$$

Veamos ahora el CaO del yeso; para ello:



Peso molecular del SO₃ = 80

Peso molecular del CaO = 56

Peso molecular del SO₄Ca = 136

80 gr de SO₃ combinan con 56 de CaO }
 s₁ X }

$$X = \% \text{ CaO del yeso} = \frac{56}{80} s_1 = 0,7 \cdot s_1$$

80 gr de SO₃ combinan formando 136 de yeso }
 s₁ Y }

$$Y = \% \text{ de SO}_4\text{Ca} = 1,7 s_1 \text{ (igual se podría referir el yeso a dihidrato).}$$

En general, el SO₃ no se combina con M; si así fuese tendrían que advertirlo en el enunciado. CaO restante para combinar en los constituyentes mineralógicos:

$$C - k - 0,7 s_1$$

Seguimos un método análogo al visto en yeso. Es decir, buscamos un óxido o anhídrido de la composición centesimal que aparezca sólo una vez en la composición potencial: el F.

$$(AFC_4) = (A) (F) (C_4)$$

Peso molecular de A = 102

Peso molecular de F = 160

Peso molecular de 4 C = 4 · 56 = 224

Peso molecular de AFC_4 = 486

Podemos escribir:

$$\left. \begin{array}{r} 160 \dots\dots\dots 486 \\ f \dots\dots\dots X \end{array} \right\} \quad X = \% AFC_4 \frac{486}{160} f = 3,04 f.$$

El A existe sólo en AFC_4 y AC_3 , por tanto:

$$\left. \begin{array}{r} 160 \dots\dots\dots 102 \\ f \dots\dots\dots X \end{array} \right\} \quad X = 0,64 f = \% \text{ de A del } AFC_4$$

Análogamente:

$$\left. \begin{array}{r} 160 \dots\dots\dots 224 \\ f \dots\dots\dots X \end{array} \right\} \quad X = 1,4 f = \% \text{ de C del } AFC_4$$

De A, para el AC_3 , disponemos de:

$$a - 0,64 f.$$

Peso molecular 3 C = 3 · 56 = 168

Peso molecular AC_3 = 270

$$(A) (C_3) = (AC_3)$$

Por tanto:

$$\left. \begin{array}{r} 102 \text{ gr de A se combinan en } 270 \text{ gr de } AC_3 \\ (a - 0,64 f) \dots\dots\dots X \end{array} \right\} \quad X = \% \text{ de } AC_3 = 2,65 a - 1,7 f$$

Hallamos la C del AC_3 :

$$\left. \begin{array}{r} 102 \dots\dots\dots 168 \\ (a - 0,64 f) \dots\dots\dots X \end{array} \right\} \quad X = \% \text{ de C del } AC_3 = 1,65 a - 1,06 f.$$

Queda sólo hallar los porcentajes de SC_3 y de SC_2 .

Disponemos de $S\% = S \text{ gr de S y}$

$$c - k - 0,7 s_1 - 1,65 a - 0,34 f \text{ de C.}$$

Peso molecular del C_2 = 2 · 56 = 112

Peso molecular del S = 60

Peso molecular del SC_2 = 172

Peso molecular del C_3 = 3 · 56 = 168

Peso molecular del SC_3 = 228

Sea $X = \% \text{ de } SC_2$ e $Y = \text{porcentaje de } SC_3$

$$(SC_2) = (S) (C_2)$$

$$(SC_3) = (S) (C_3)$$

Podemos escribir las dos ecuaciones siguientes:

$$\% SC_2 + \% SC_3 = S + C \text{ (disponible)}$$

$$\% S \text{ del } SC_2 + \% \text{ de } S \text{ del } SC_3 = S$$

Es decir:

$$X + Y = S + c - k - 0,7 s_1 - 1,65 a - 0,34 f \quad (1)$$

$$\frac{60}{172} \cdot X + \frac{60}{228} \cdot Y = S \quad (2)$$

Resolviendo el sistema (1) y (2) obtenemos:

$$Y = \% \text{ de } SC_3 = 4,07 c - 7,6 S - 1,4 f - 6,7 a$$

$$X = \% \text{ de } SC_2 = -3,05 c + 8,66 S + 1,05 f + 5,02 a$$

Análogamente a como hemos deducido la composición potencial en el caso de que existan en el clinker SC_3 , SC_2 , AC_3 y AFC_4 (fórmulas de Bogue), podemos obtener la citada composición potencial si en el clinker existen, o suponemos que existen, otros constituyentes mineralógicos principales (véanse problemas 3, 4 y 5).

Por muy complicada que fuese la composición "potencial" de un cemento dado, siempre podríamos hallarla en función de los datos de la composición centesimal, sin más que llamar X, Y, Z..., etc., a cada uno de los constituyentes mineralógicos y escribir las siguientes ecuaciones:

$$a + f + C \text{ disp.} + s + \dots = X + Y + Z + \dots$$

$$a = A \text{ del } X + A \text{ del } Y + A \text{ del } Z + \dots$$

$$f = F \text{ del } X + F \text{ del } Y + F \text{ del } Z + \dots$$

$$C \text{ disponible} = C \text{ del } X + C \text{ del } Y + C \text{ del } Z + \dots$$

$$s = S \text{ del } X + S \text{ del } Y + S \text{ del } Z + \dots$$

Resolviendo este sistema obtenemos X, Y, Z, ... Además, así podemos saber si es determinado o no, si faltan o sobran datos, etc.

Análogamente se operaría si existieran constituyentes más complicados, como el NC_8A_3 o el $KC_{23}S_{12}$ (siempre el mismo tipo de regla de tres). De todas formas, no es frecuente que el K y el N combinen totalmente con el C y S.

DOSIFICACION DE CRUDOS; VIA SECA

En los problemas de dosificación se trata de hallar la relación $R = \text{caliza/arcilla}$ en que hay que mezclar ambas materias primas para, una vez calcinadas, obtener un clinker de características dadas. El procedimiento a seguir será análogo en todos los casos.

Supondremos conocido R, lo introduciremos en los cálculos, obligando a cumplir al clinker (o crudo) las condiciones que sean, y así tendremos ecuaciones que nos permitirán encontrar R. Estos tipos de ejercicios son, en cierto modo, análogos a los estudiados en cales.

Regla de Carbonatos

Consiste en fijar el tanto por ciento de CO_3Ca que debe tener el crudo a la entrada al horno. Son datos los tantos por ciento de CO_3Ca de la caliza y de la arcilla. Estos tantos por ciento de CO_3Ca pueden darse directamente, o bien en forma de CaO. Para pasar del CaO al CO_3Ca se opera así:

$$(CaO) (CO_2) = (CO_3Ca)$$

es decir, como los pesos moleculares del CaO y del CO_3Ca son respectivamente 56 y 100, bastará multiplicar el tanto por ciento de CaO por 100/56 para obtener el tanto por ciento de CO_3Ca .

Sea a el % de CO_3Ca de la caliza.

Sea b el % de CO_3Ca de la arcilla.

Sea c el % de CO_3Ca del crudo.

La relación caliza/arcilla = $\frac{c-b}{a-b}$ está resuelto el problema (véase ejercicio 5).

Cálculo basado en el contenido de CaO en el Clinker

La regla de los carbonatos no toma en cuenta cómo pueden reaccionar los óxidos dentro del horno. Por eso, parece más lógico y exacto determinar, en vez del CO_3Ca del crudo, el CaO del clinker. El procedimiento a seguir exactamente igual al que vimos cuando estudiamos las cales hidráulicas (véase ejercicio 6).

Cálculo basado en el módulo hidráulico

El módulo hidráulico se define como la relación $\frac{C}{S + A + F}$

En este caso se quiere hallar, como siempre, la relación $R = \text{caliza/arcilla}$ en que hay que mezclar los crudos para obtener un clinker de módulo hidráulico conocido.

Hallaremos los tantos por ciento de C, A, S, F del clinker, como veremos en el ejercicio 6, en función de R e igualaremos la relación $\frac{C}{S + A + F}$ al valor dado del módulo hidráulico.

El módulo hidráulico oscila entre 1,7 y 4, y a mayor módulo hidráulico mayor resistencia inicial tiene el cemento. Igual podría generalizarse el método fijando el módulo silícico o el módulo de fundentes.

Cálculo basado en la saturación en cal

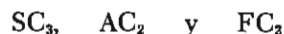
En este método se suponen conocidos de antemano los constituyentes que van a formarse en el horno. Si no los dan en el enunciado, supondremos que se forma SC_3 , SC_2 , AC_3 y AFC_4 , o bien SC_3 , SC_2 , FC_2 y AFC_4 , según que la relación A/F sea mayor o menor que $102/160 = 0,64$ (relación entre los pesos moleculares del A y del F). Si esta relación fuese 0,64 exactamente, entonces el cemento estaría formado por SC_3 , SC_2 y AFC_4 .

Existen numerosos índices y módulos que dan las respectivas fórmulas de saturación en cal. Todos los índices y módulos son relaciones lineales entre A, F, S, C y M.

Se llama índice si la relación es de óxidos ácidos a básicos, y módulo en el caso contrario. Para obtener una fórmula (índice o módulo) de saturación en cal, basta suponer cuáles son los constituyentes mineralógicos principales del clinker y escribir la siguiente ecuación:

$$C \text{ combinada} = \text{cal saturada por A} + \text{cal saturada por F} + \text{cal saturada por S.}$$

De esta ecuación pasamos el primer miembro al segundo, o viceversa, con lo que queda una igualdad en que uno de los miembros es la unidad. Como ejemplo veamos cómo se deduciría la fórmula de Hans Kühl. Este autor supone que el cemento está formado por:



Pesos moleculares: C = 56, S = 60, A = 102, F = 160

Cal saturada:

Cada 60 gr de sílice saturan 3 . 56 de cal.

Cada 102 gr de A saturan 2 . 56 de cal.

Cada 160 gr de F saturan 2 . 56 de cal.

Por tanto, la ecuación es:

$$C = \frac{3.56}{60} \cdot S + \frac{2.56}{102} \cdot A + \frac{2.56}{160} \cdot F = 2.8 \cdot S + 1.1 \cdot A + 0.7 F$$

o sea:

$$\frac{C}{2.8 S + 1.1 A + 0.7 F} = 1$$

que es la fórmula dada por Kühl.

Si en alguna de esas fórmulas (la de Eckel, por ejemplo) se supone que la magnesia puede sustituir a la cal, el primer miembro de la ecuación será $C + \frac{56}{40} M = C + 1.4 M$.

Elegida la fórmula de dosificación adecuada y como siempre conocida la relación $R = \text{caliza/arcilla}$, hallamos los tantos por ciento de C, M, A, F, S del clinker; sustituimos en la fórmula y despejamos R. También podemos hallar R directamente (ver fórmula en "Materiales", de F. Arredondo).

Como todos los índices y módulos son cocientes de relaciones lineales de A, F, S, C y M, al sustituir los óxidos será lo mismo considerar los tantos por ciento de los crudos o de los materiales calcinados, ya que todo se reducirá a multiplicar o dividir numerador y denominador por un valor H (véase el problema 7).

Observaciones sobre el método de dosificación basado en la saturación en cal

Como ya hemos indicado anteriormente, si demostramos que un cemento es Portland, podemos aplicar las fórmulas de Bogue, aunque en la fórmula de saturación no se suponga que se forman SC_3 , SC_2 , AC_3 , AFC_4 , ya que la fórmula de dosificación sólo sirve para fijar la relación caliza/arcilla, pero no "obliga" a formarse en el horno los compuestos supuestos por ella.

Ya vimos que en el crudo había un tanto por ciento de SO_3 , el cual pudiera estar formando SO_4Ca , y no incluimos la C que se combinaba con ese SO_3 . Si nos indicasen expresamente en el enunciado qué cantidad de C combinaba con el SO_3 , la restaríamos de la C total y entraríamos con la diferencia en la fórmula de dosificación.

Igual operaríamos si se fija el tanto por ciento de cal libre. Esto sólo en el caso de que lo advirtieran expresamente.

Método gráfico de Grun y Kunze

Sobre un sistema de coordenadas se puede representar cualquier material *calcinado*. En este método se determina el punto representativo de un material mediante el contenido de sílice (en porcentaje) en abscisas, y el de Cal residual (cal que combina, o puede combinar para formar silicatos), en ordenadas.

Caso particular de "un material calcinado" será un cemento. Como en un cemento toda la sílice y la mayor parte de la cal están en forma de silicatos, es evidente que su punto representativo estará en el primer cuadrante.

Como, además, la suma de cal residual y sílice no puede ser superior al 100%, si unimos los puntos (100;0) y (0;100), cualquier punto representativo de un cemento estará en el triángulo formado por esa recta y los dos ejes coordenados.

Un cemento formado únicamente por silicatos cálcicos debe tener su punto representativo situado sobre la recta que une los puntos (0;100) y (100;0), ya que $SC_3 + SC_2 = 100$, y por tanto $S + C_r = 100$. (Toda la cal es "residual" en este caso.)

Asimismo, si $SC_3 + SC_2 = K$ ($K = \text{constante}$), el cemento que cumpla esta condición debe tener su punto representativo en la recta que une los puntos (0;K) y (K;0), ya que (ver figura 4-2):

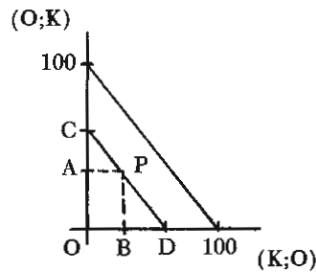


Figura 4-2

$$\overline{AP} = \overline{AC} \text{ y } \overline{PB} = \overline{BD}$$

$$\text{y además } \overline{OA} = \overline{PB}$$

Por tanto:

$$\overline{K} = \overline{OA} + \overline{AC} = \overline{PB} + \overline{AC} = \overline{PB} + \overline{AP}$$

y como $\overline{PB} = \text{cal residual}$

$$\overline{AP} = \text{Sílice.}$$

Está demostrado lo que pretendíamos.

Sabemos, además, que los cementos Portland tienen la suma $SC_2 + SC_3$ comprendida entre 60 y 80%; por tanto, todos los puntos representativos de un cemento Portland deben hallarse representados en el espacio limitado por las rectas que unen los puntos (0;60) y (60;0), y (0;80) y (80;0).

Un cemento que contenga únicamente SC_3 estará en la recta (0;100) (100;0), ya que $SC_3 + SC_3 = SC_3 + 0 = 100$; además, la ordenada y la abscisa están en la relación $3.56/60$; por tanto, está determinado su punto representativo.

Sobre la misma recta anterior, pero con la ordenada y la abscisa en la relación $\frac{2.56}{60}$ estará el punto representativo de un cemento formado únicamente por SC_2 . Por tanto, el punto representativo de cualquier cemento debe estar comprendido entre las rectas que, pasando por el origen, tienen de pendiente angular los valores:

$$\frac{3.56}{60} \text{ y } \frac{2.56}{60}$$

Es decir, el punto representativo de un cemento Portland debe estar ubicado en el cuadrilátero RSTU de la figura 4-6.

Si tenemos dos materiales calcinados A y B y los mezclamos en la relación $R = \text{cantidad de B} / \text{cantidad de A}$ (que es lo mismo, a efectos de este método, que mezclarlos sin calcinar y calcinar después), el producto obtenido tiene su punto representativo en un punto C del segmento que une los dos puntos representativos de las materias primas calcinadas, y precisamente se cumple (ver figura 4-3).

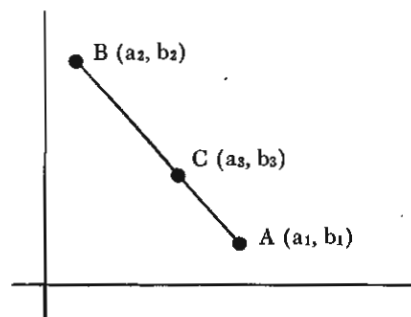


Figura 4-3

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{CB}} = \frac{\text{Cantidad de B}}{\text{Cantidad de A}} = R \quad (1)$$

En efecto: sean las coordenadas las indicadas en la figura.

La ecuación de la recta AB, sabemos que es:

$$\frac{a - a_1}{a_2 - a_1} = \frac{b - b_1}{b_2 - b_1}$$

Sea $q_a = \text{cantidad de A}$ y $q_b = \text{cantidad de B}$.

$$\% \text{ de a de la mezcla} = a_3 = \frac{a_1 q_1 + a_2 q_2}{q_1 + q_2} \quad \text{y} \quad b_3 = \frac{b_1 q_1 + b_2 q_2}{q_1 + q_2}$$

$$\text{Calculemos } \frac{a_3 - a_1}{a_2 - a_1} \quad \text{y} \quad \frac{b_3 - b_1}{b_2 - b_1}$$

$$\frac{a_3 - a_1}{a_2 - a_1} = \frac{a_1 q_1 + a_2 - a_1 (q_1 + q_2)}{(a_2 - a_1) (q_1 + q_2)} = \frac{(a_2 - a_1) q_2}{(a_2 - a_1) (q_1 + q_2)} = \frac{q_2}{(q_1 + q_2)} \quad (2)$$

$$\frac{b_3 - b_1}{b_2 - b_1} = \frac{b_1 q_1 + b_2 q_2 - b_1 (q_1 + q_2)}{(b_2 - b_1) (q_1 + q_2)} = \frac{q_2}{q_1 + q_2} \quad (3)$$

Por tanto, por ser $\frac{a_3 - a_1}{a_2 - a_1} = \frac{b_3 - b_1}{b_2 - b_1}$, queda demostrado que C está en la recta AB.

Además, C ha de estar comprendido en el segmento AB, pues si fuese exterior a él, por ejemplo si correspondiese a un punto de la recta AB tal que fuese b_3 mayor que b_1 , el porcentaje de b de C sería superior al de b de B, en contra de la ley de las mezclas.

Además, por la semejanza de triángulos ACD y ABE de la figura 4-4:

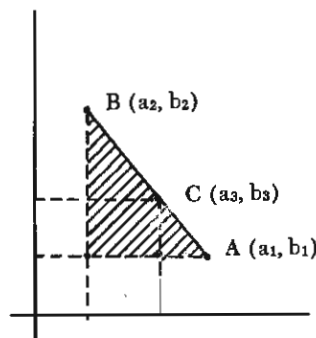


Figura 4-4

$$\frac{CB}{AB} = \frac{AD}{AE}, \text{ o sea}$$

$$\frac{a_1 - a_3}{a_1 - a_2} = \frac{a_3 - a_1}{a_2 - a_1} = \frac{q_2}{q_1 + q_2} \quad (2)$$

En consecuencia:

$$\frac{CB}{AB} = \frac{AB - BC}{AB} = 1 - \frac{BC}{AB} = 1 - \frac{q_2}{q_1 + q_2} = \frac{q_1}{q_1 + q_2}$$

Por tanto, las distancias $\overline{CA}$, $\overline{CB}$ y $\overline{AB}$ son proporcionales a las cantidades q_2 , q_1 y $(q_1 + q_2)$.

Por ser $CA = K \cdot q_2$; $CB = q_1 \cdot K$, se verifica $CA/CB = q_2/q_1$, que es la ecuación (1), también denominada "Ley de la Palanca".

Finalmente, advertimos que en este método se supone, para hallar la cal residual, que los constituyentes mineralógicos del cemento Portland son: SC_3 , SC_2 , AC_3 y FC_2 .

Tenemos ya los conocimientos necesarios para dosificar un cemento Portland por este método.

Determinación del crudo de dos Componentes

Se fijan en la gráfica los dos puntos representativos de caliza y arcilla. El segmento que los une debe pasar por el cuadrilátero en que se encuentran todos los puntos representativos de los cementos. Si esto no sucede, no tiene solución el problema. En el segmento comprendido dentro del cuadrilátero se fija el punto del cemento que queremos obtener, y por la "Ley de la palanca" se determinan las proporciones necesarias de caliza y arcilla *calcinadas*. Pasando a caliza y arcilla *sin calcinar* está resuelto el problema.

Determinación del Crudo de tres Componentes

Para ello, se unen los puntos representativos de dos de ellos. Se une el punto representativo del clínker que queremos hallar con el tercero, de ellos. En la intersección de estas dos rectas tenemos un punto Q que representa el crudo que se obtiene al mezclar A y C en la relación:

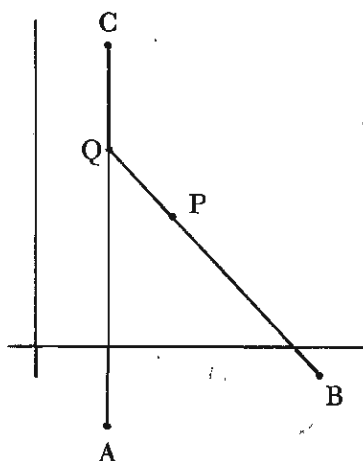


Figura 4-5

$$C/A = AQ/CQ$$

Este nuevo material así obtenido se mezcla con B en la relación:

$$Q/B = PB/PQ$$

y se obtiene el clinker pedido. (Véase el problema núm. 11.)

DOSIFICACION DE CRUDOS; VIA HUMEDA

El problema es el siguiente: se dispone de dos vasos de pasta, de densidades d_1 y d_2 y contenidos de agua a_1 y a_2 que tienen un elemento CO_3Ca referido al crudo, supuesto seco, de porcentaje c_1 y c_2 (sea c_1 mayor que c_2).

Se quiere saber en qué relación (en volumen) hay que mezclar ambas pastas para obtener un crudo que tenga un $c\%$ de CO_3Ca , referido a su peso en seco. Ya vimos en la regla de los carbonatos que, en seco, la relación $R = \text{caliza/arcilla}$ era:

$$\text{caliza/arcilla} = \frac{c - c_2}{c_1 - c} \quad (1) \quad (c_2 = \% \text{ de } \text{CO}_3\text{Ca} \text{ de la arcilla})$$

Supuesto resuelto el problema, sean V_1 y V_2 los volúmenes pedidos. El peso de ambos volúmenes será $V_1 d_1$ y $V_2 d_2$.

Materia seca en cada uno (en peso):

$$\begin{array}{l} 100 \dots\dots\dots 100 - a_1 \\ V_1 d_1 \dots\dots\dots X_1 \end{array}$$

$$X_1 = \text{materia seca, en peso, en } V_1 = V_1 d_1 \frac{100 - a_1}{100}$$

Análogamente:

$$X_2 = V_2 d_2 \frac{100 - a_2}{100}$$

Por tanto, entrando con estos valores en (1):

$$\frac{c - c_2}{c_1 - c} = \frac{V_1 d_1 \frac{100 - a_1}{100}}{V_2 d_2 \frac{100 - a_2}{100}} = \frac{V_1 d_1 (100 - a_1)}{V_2 d_2 (100 - a_2)}$$

de donde:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{(c - c_2) d_2 (100 - a_2)}{(c_1 - c) d_1 (100 - a_1)}$$

que es la relación buscada (véase problema 12).

Interpretar el análisis de un cemento

Otro tipo de problema es en el que se da la composición centesimal de un clinker, o de un cemento y se pide interpretar esa composición. Para averiguar de qué cemento o clinker se trata, es preciso proceder por eliminación.

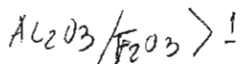
Al final habremos llegado a que el análisis del cemento o clinker dado debe ser uno o dos de ellos. En el caso de un cemento Portland, se deberán aplicar las fórmulas de Bogue con objeto de poder decir algo sobre sus propiedades. A continuación damos las normas para eliminar posibles conglomerantes.

En un cemento aluminoso, las cantidades de cal y alúmina son muy parecidas y su suma oscila entre 75 y 80%.

Un cemento Ferrari tiene comprendido el módulo de fundentes entre 0,64 y 1.

Un Portland férrico tiene el módulo de fundentes menor de 0,64.

Un Portland blanco suele tener F menor de 0,5%.



Un cemento P.A.S. tiene AC_3 menor del 5%.

Un cemento Portland tiene el módulo hidráulico comprendido entre 1,7 y 3,2; el módulo silíceo entre 1, 2 y 4 (valor normal 2, 5). La cal, comprendida entre 60 y 67%, y la sílice alrededor de 20. El módulo de fundentes entre 1 y 4 (valor normal 2).

Los cementos siderúrgicos (PS, PAH, SC) se caracterizan por su porcentaje de sílice superior al de un Portland (puede oscilar entre 20 y 32%). El contenido de alúmina también es superior al del Portland.

Los cementos siderúrgicos sobresulfatados se caracterizan por tener 5 a 12% de SO_3 .

Los cementos puzolánicos son muy parecidos en su composición química a los siderúrgicos.

Los cementos sin retracción y expansivos tienen más alúmina que el Portland.

El módulo hidráulico de un cemento aluminoso está comprendido entre 0,5 y 0,65.

A continuación damos la composición centesimal tipo de los conglomerantes hidráulicos más comunes.

ALUMINOSO ALTO H₂O SIN SULFATO

	P-250	C.P. blanco	C.A.	P.A.H.	S.F.	PUZ.	Portland férrico	P-350	N.L.	N.R.
C	60 — 67	60 — 67	36 — 47	43 — 58	45	50	54 — 60	57 — 75	61,6	55
S	17 — 25	17 — 25	7 — 17	24 — 30	25	23	21 — 27	18 — 21	19,7	21,8
A	3 — 8	3 — 8	35 — 50	7 — 16	13	9	6 — 10	5 — 8,3	3,6	10
F	0,5 — 6	Mxo. 0,5	6 — 12	1 — 3	0,6	6,5	1 — 4	1,8 — 5,8	4	3,8
M	0,1 — 5	0,1 — 5	Hasta 2	Hasta 6	3	2,6	Hasta 4	0,66 — 4,1	1,8	2,8
SO ₃	1 — 3	1 — 3	Hasta 0,5	Hasta 4	7,5	1,5	Hasta 3	1 — 3	1,6	2,7
FeO			1 — 5	Tiene K, N, T, etc.	Tiene T, Mn, etc.				Puede tener P.F. (hasta 8)	Puede tener P.F. (hasta 5)

La A.S.T.M. en su especificación A.S.T.M. C 150-61 da la siguiente composición potencial media para cada uno de los cinco tipos de cemento Portland, empleados en Estados Unidos:

Tipo de cemento	Proporción de los constituyentes (en porcentaje)			
	C ₃ S	C ₂ S	C ₃ A	C ₄ AF
I. Normal	45	27	11	8
II. Modificado.	44	31	7	13
III. De elevada resistencia inicial.	53	19	10	7
IV. De bajo calor de hidratación.	20	52	6	14
V. Resistente a los sulfatos.	38	43	4	8

OTROS CEMENTOS

Con los cementos especiales pueden resolverse ejercicios análogamente a como hicimos con el cemento Portland. Los casos que pueden presentarse son:

1. Conocida la composición de las materias primas, hallar en qué proporción hay que mezclarlas para obtener un cemento de características dadas.
2. Conocida la composición centesimal de un cemento especial, así como los compuestos mineralógicos de que consta (que tendrá que ser un dato del ejercicio), hallar éstos.
3. Conocida la composición centesimal de un cemento, indicar de qué cemento se trata (véanse problemas 20 y 21).

Los primeros dos casos vamos a explicarlos con un ejemplo, en el que puede verse la semejanza con lo estudiado al tratar los cementos Portland. (Véase problema 22).

VARIOS

Otros tipos de ejercicios son los que se refieren al cálculo de los elementos que integran una fábrica de cemento. Para resolverlos bastará aplicar las fórmulas, tablas y ábacos que figuran en los libros especializados. (Véase problema 23.)

Problemas resueltos

1. El análisis de un clinker de cemento Portland es el siguiente:

	Porcentaje
S	= 20,9
A	= 5,8
F	= 2,7
C	= 59,2
M	= 1,4
P.F.	= 4,7
R.I.	= 1,4
S.D.	= 1,8
	100

Interpretar este análisis.

Solución

Como nos dicen que es Portland, aplicamos directamente las fórmulas de Bogue:

$$\% C_4AF = 3,04 \cdot 2,7 = 8,2$$

$$\% C_3A = 2,65 \cdot 5,8 - 1,7 \cdot 2,7 = 10,8$$

$$\% SC_3 = 4,07 \cdot 59,2 - 7,60 \cdot 20,9 - 1,4 \cdot 2,7 - 6,7 \cdot 5,8 = 39,2$$

$$\% SC_2 = -3,05 \cdot 59,2 + 8,66 \cdot 20,9 + 1,05 \cdot 2,7 + 5,02 \cdot 5,8 = 30,3$$

Se trata de un Portland de resistencias mecánicas algo más elevadas de lo normal a corto plazo, aunque normales a largo plazo. Igual podemos decir del módulo de elasticidad. No resistirá a los sulfatos ni al hielo-deshielo.

Temperatura de cocción: normal.

Calor de hidratación: algo más elevado de lo normal.

Las cantidades de SO_3 , M, R.I. cumplen las especificaciones del Pliego de Condiciones vigente, no así la P.F., que sobrepasan en 0,7% lo permitido.

2. El análisis de un cemento Portland es el siguiente:

	<i>Porcentaje</i>
S	= 20,8
A	= 6
F	= 2,8
C	= 63
M	= 1,6
SO_3	= 2,5
PF + RI + SD	= 3,3
	100
Cal libre	= 1,3

Interpretar este análisis.

Solución

Aplicando la ley de Bogue, ya que nos dicen que se trata de un cemento Portland, obtenemos:

$$\% AFC_4 = 8,5$$

$$\% AC_3 = 11,2$$

$$\% SC_2 = 13,0$$

$$\% SC_3 = 54,0$$

Por ser la cal libre 1,3% mayor que 1, hay peligro de que el cemento sea algo expansivo.

M menor que 5 está dentro de las especificaciones del Pliego.

SO_3 menor que 4 está dentro de las especificaciones del Pliego.

P.F. menor que 4 está dentro de las especificaciones del Pliego.

Tendrá elevada resistencia inicial, que casi se mantendrá constante a largo plazo (54% de SC_3 y 12% de SC_2). Igual ocurre con el módulo de Elasticidad.

Temperatura de cocción: normal.

Muy poco resistente a los sulfatos y al hielo-deshielo (11,2% de AC_3).

Color hidratación muy elevado ($SC_3 = 54\%$, y $AC_3 = 11,2\%$).

3. Deducir, conocida la composición centesimal, los porcentajes de los constituyentes mineralógicos de un cemento, suponiendo que éstos sean FC_2 , SC_2 , SC_3 y AFC_4 .

Solución

Sea la composición centesimal:

	<u>Porcentaje</u>
S	= s
A	= a
F	= f
C	= c
M	= m
SO ₃	= s ₁
S.D.	= d
	100

Cal libre = L

Como siempre, suponemos que tenemos 100 gr de muestra. Al deducir las fórmulas de Bogue vimos que los pesos moleculares tenían por valor:

$$C = 56, S = 60, F = 160, A = 102, SO_3 = 80, AFC_4 = 486, SC_3 = 228, SC_2 = 172.$$

Peso molecular del FC₂ = 272.

Cal combinada con SO₃ formando SO₄Ca:

$$\begin{array}{l} 80 \dots\dots\dots 56 \\ S_1 \dots\dots\dots X \end{array} \quad X = \text{CaO del } SO_4\text{Ca} = \frac{56}{80} S_1 = 0,7 \cdot S_1$$

$$k = \text{cal disponible para } SC_3, SC_2, AFC_4 \text{ y } FC_2 = c - L - 0,7S_1$$

El óxido o anhídrido de la composición centesimal, que aparece una sola vez en los constituyentes mineralógicos, es ahora el A, que aparece solamente en el AFC₄.

$$\begin{array}{l} 102 \dots\dots\dots 486 \\ a \dots\dots\dots X \end{array} \quad X = \% \text{ de } AFC_4 = \frac{486}{102} a = 4,75 a$$

El F está solamente en el FC₂ y en el AFC₄; por tanto, porcentaje de F del AFC₄:

$$\begin{array}{l} 102 \dots\dots\dots 160 \\ a \dots\dots\dots X \end{array} \quad X = \% \text{ de F del } AFC_4 = \frac{160}{102} a$$

$$\% \text{ F del } FC_2 = f - \frac{160}{102} a$$

Por tanto:

$$\left. \begin{array}{l} 160 \dots\dots\dots 272 \\ (f - \frac{160}{102} a) \dots\dots X \end{array} \right\}$$

$$X = \% \text{ de } FC_2 = (f - \frac{160}{102} a) \cdot 272/160 = 1,7 f - 2,67 a$$

Dehemos considerar ahora conjuntamente el SC₃ y el SC₂.

Sea X = % de SC₂

Y = % de SC₃

Escribimos las dos ecuaciones siguientes:

$$\% \text{ de S} = \% \text{ de S del } SC_2 + \% \text{ de S del } SC_3$$

$$\% \text{ de C disp.} = \% \text{ de C del } SC_2 + \% \text{ de C del } SC_3 + \% \text{ de C del } FC_2 + \% \text{ de C del } AFC_4$$

Es decir:

$$S = \frac{60}{172} \cdot X + \frac{60}{228} \cdot Y \quad (1)$$

$$k = \frac{2 \cdot 56}{172} X + \frac{3 \cdot 56}{228} Y + \frac{2 \cdot 56}{272} (1,7 f - 2,67 a) + \frac{4 \cdot 56}{486} 4,75 a \quad (2)$$

Resolviendo el sistema (1) y (2) obtenemos:

$$X = \% SC_2 = 8,5 S - 3,04 k + 5,07 f - 1,43 a$$

$$Y = \% SC_3 = 7,5 S + 4,04 k - 6,77 f - 1,9 a$$

4. Deducir, conocida la composición centesimal, los porcentajes de los constituyentes mineralógicos de un cemento blanco, supuestamente formado por SC , SC_2 y AC_3 .

Solución

Sea la composición centesimal:

	<u>Porcentaje</u>
S	= s
A	= a
F	= o
C	= c
M	= m
SO ₃	= S ₁
S.D.	= d
	100
Cal libre	= L

Como siempre, tomamos 100 gr de muestra. Cal del yeso:

$$80 \dots\dots\dots 56$$

$$S_1 \dots\dots\dots X$$

$$X = \% \text{ CaO del yeso} = 0,7 S_1$$

$$k = \text{Cal disponible para } SC_3, SC_2 \text{ y } AC_3 = c - L - 0,7 S_1$$

Consideremos el A del AC_3 :

$$(A) (C_3) = (AC_3)$$

$$102 \dots\dots\dots 270$$

$$a \dots\dots\dots X$$

$$X = \% AC_3 = \frac{270}{102} a = 2,65 a$$

Cal del AC_3 :

$$3 \cdot 56 \dots\dots\dots 102$$

$$X \dots\dots\dots a$$

$$X = \% \text{ de C del } AC_3 = \frac{3 \cdot 56}{102} a = 1,65 a$$

$$\text{Cal de los silicatos} = k - 1,65 a$$

Escribamos las ecuaciones:

$$\% SC_3 + \% SC_2 = \text{Cal de los silicatos} + S$$

$$\% S \text{ del } SC_3 + \% S \text{ del } SC_2 = S$$

Es decir, si $X = \% SC_3$ $Y = \% SC_2$

$$X + Y = k - 1,65 a + S \quad (1)$$

$$\frac{60}{228} X + \frac{60}{172} Y = S \quad (2)$$

Resolviendo el sistema (1) y (2) y sustituyendo k por su valor, obtenemos:

$$X = \% SC_3 = 4,07 e - 7,6 S - 6,7 a$$

$$Y = \% SC_2 = -3,05 c + 8,66 S + 5,02 a$$

Como era previsible, hemos obtenido las mismas fórmulas que si hubiéramos hecho $f = 0$ en las de Bogue.

5. Una caliza tiene 53% de CaO. Se quiere saber en qué relación hay que mezclarla con una arcilla de 5% de CaO para obtener un crudo con 76% de CO_2Ca .

Solución

$$53 \cdot \frac{100}{56} = 94,65\% \text{ de } CO_2Ca \text{ en la caliza}$$

$$5 \cdot \frac{100}{56} = 8,93\% \text{ de } CO_2Ca \text{ en la arcilla}$$

$$\frac{\text{Caliza}}{\text{Arcilla}} = \frac{76 - 8,93}{94,65 - 76} = \frac{67,07}{18,65} = 3,6$$

6. Se quiere fabricar un clinker a partir de las siguientes materias primas:

	Caliza (%)	Arcilla (%)
C	53	3
S	4	56
A	1	23
F.	1	9
S.D.	1	2
P.F.	40	7

Hallar en qué relación se debe mezclar la caliza y la arcilla para obtener un contenido de 66% de CaO en el clinker.

Solución

Sea R la relación buscada. Tomamos 100 R gr de caliza y 100 gr de arcilla.

P.F. de los 100 R gr de caliza = $R \cdot 40$ gr

P.F. de los 100 gr de arcilla = 7 gr

Luego, el clinker pesa $100 (R + 1) - 40 R - 7$ gr.

gr de CaO que hay en 100 R gr de caliza = $53 R$ gr

gr de CaO que hay en 100 gr de arcilla = 3 gr

Luego, en el crudo, o lo que es lo mismo, en el clinker hay $53 R + 3$ gr de CaO. Por tanto, podemos escribir la siguiente regla de tres:

Si en $100 (R + 1) - 40 R - 7$ gr de clinker hay $53 R + 3$ gr de CaO

en 100 habráX

$$X = \% \text{ CaO del clinker} = 66 = \frac{100}{100 (R + 1) - 40 R - 7} (53 R + 3)$$

y de aquí despejamos R .

$$R = 4,37$$

7. Para la caliza y la arcilla del problema 6 se quiere fabricar un clinker que tenga un módulo hidráulico 2,5.

Solución

Sea R la relación caliza/arcilla. Tomamos 100 R gr de caliza y 100 gr de arcilla.

En el problema 6 vimos que:

$$\% \text{ CaO del clinker} = \frac{100}{100 (R + 1) - 40 R - 7} (53 R + 3)$$

Análogamente, podemos escribir:

$$\% S = \frac{100}{100 (R + 1) - 40 R - 7} (4 R + 56)$$

$$\% A = \frac{100}{100 (R + 1) - 40 R - 7} (R + 23)$$

$$\% F = \frac{100}{100 (R + 1) - 40 R - 7} (R + 9)$$

Por tanto, y llamando H al cociente común a todos ellos:

$$M.I. = 2,5 = \frac{H (53 R + 3)}{H (4 R + 56) + H (R + 23) + H (R + 9)} = \frac{53 R + 3}{4 R + 56 + R + 23 + R + 9} = \frac{53 R + 3}{6 R + 88}$$

de donde

$$R = 5,71$$

Observemos que es lo mismo emplear los porcentajes de los C, A, F, S, del clinker que del erudo, ya que todo se reduce a multiplicar o dividir denominador y numerador por el factor H.

8. Se dispone de una caliza y una arcilla, cuya composición es la siguiente:

	Caliza	Arcilla
	(%)	(%)
S	4,6	22,8
A	0,6	8
F	0,55	2,9
C	51,6	33,1
M	0,75	2,1
SO ₃	0,39	0,93
P.F.	41,3	29,2
S.D.	0,2	0,97

1. Hallar la relación R = caliza/arcilla en la que hay que mezclarlas para obtener un cemento saturado en cal.

2. Hallar la composición potencial del clinker.

3. Características del clinker.

Solución

Según el enunciado, debemos emplear el método de saturación en cal. Podemos adoptar cualquier fórmula de saturación; por ejemplo, la de Lea y Parker.

Empleamos directamente la fórmula que da la relación caliza/arcilla, aplicando los coeficientes de Lea y Parker.

$$R = \frac{\text{Caliza}}{\text{Arcilla}} = \frac{(2,8 S + 1,18 A + 0,65 F) \text{ arcilla} - C \text{ arcilla}}{C \text{ caliza} - (2,8 S + 1,18 A + 0,65 F) \text{ caliza}}$$

Sustituyendo:

$$R = \frac{2,8 \cdot 22,8 + 1,18 \cdot 8 + 0,65 \cdot 2,9 - 33,1}{51,6 - (2,8 \cdot 4,6 + 1,18 \cdot 0,64 + 0,65 \cdot 0,55)} = \frac{42,06}{37,62} = 1,12$$

Calculemos ahora la composición centesimal del crudo.

$$212 \text{ gr de crudo se transforman en } 212 - 29,2 - 1,12 \cdot 41,3 \text{ gr de clinker} = 136,5 \text{ gr de clinker}$$

En los 212 gr de crudo o lo que es lo mismo, en los 136,5 gr de clinker hay, de C:

$$33,1 + 51,6 \cdot 1,12 \text{ gr}$$

Por tanto, para hallar el porcentaje de C del clinker:

$$136,5 \dots\dots\dots 33,1 + 51,6 \cdot 1,12$$

$$100 \dots\dots\dots X$$

$$X = \% \text{ C del clinker} = \frac{100}{136,5} (33,1 + 51,6 \cdot 1,12) = 66,5$$

Análogamente:

$$\% S = (22,8 + 1,12 \cdot 4,6) \frac{100}{136,5} = 20,4$$

$$\% A = (8 + 0,64 \cdot 1,12) \frac{100}{136,5} = 6,31$$

$$\% F = (2,9 + 0,55 \cdot 1,12) \frac{100}{136,5} = 2,57$$

$$\% M = (2,1 + 1,12 \cdot 0,72) \frac{100}{136,5} = 2,13$$

$$\% SO_3 = (0,93 + 0,39 \cdot 1,12) \frac{100}{136,5} = 1,05$$

$$\% S.D. = (0,97 + 1,12 \cdot 0,2) \frac{100}{136,5} = 0,875$$

Como comprobación, vemos que todos estos porcentajes suman 99,835.

Para hallar la composición potencial del cemento, habría de verse qué cantidad de SO_3 se añadía a este clinker. Como no lo sabemos, vamos a suponer (cosa que no es verdad, pero sirve de todos modos para comprender el razonamiento) que el porcentaje de SO_3 que hemos hallado proviene del yeso añadido.

Cal combinada con el yeso:

$$56 \dots\dots\dots 80$$

$$X \dots\dots\dots 1,05$$

$$X = \% \text{ C del yeso} = 1,05 \frac{56}{80} = 0,735$$

$$\text{Cal libre} = 0 \text{ (supuesta perfecta la mezcla y cocción).}$$

Cal disponible para formar los componentes mineralógicos principales:

$$66,5 - 0,735 = 66,765$$

Hallamos la relación $A/F = 6,31/2,57$ mayor que 1 y mayor que 0,64; por tanto, puede ser un cemento Portland, y además podemos aplicar las fórmulas de Bogue.

Hacemos un inciso para establecer que, si demostramos que un cemento es Portland, podemos aplicar la ley de Bogue, aunque en la fórmula de saturación no se suponga que forman SC_3 , SC_2 , AC_3 , AFC_4 , ya que la fórmula de dosificación sólo sirve para fijar la relación caliza/arcilla, pero no "obliga" a formar en el horno los compuestos supuestos por ella.

Como la composición centesimal es completamente análoga a la de un cemento Portland, y las materias que intervienen en su fabricación son las que intervienen en la fabricación del cemento Portland, estamos seguros que es de este tipo. Podemos, aplicar las fórmulas de Bogue. Obtenemos:

$$\% \text{AFC}_4 = 7,81$$

$$\% \text{AC}_3 = 12,35$$

$$\% \text{SC}_3 = 71,47$$

$$\% \text{SC}_2 = 4,35$$

Por tanto: se trata de un Portland de elevada resistencia mecánica inicial, que se mantiene casi constante a lo largo del tiempo (resistencia a lo largo del tiempo elevada) con mucho desprendimiento de calor.

Temperatura de clinkerización media.

Módulo de elasticidad alto, incluso al cabo de poco tiempo.

Resistencia a los sulfatos y hielo-deshielo casi nula.

Por ser SC_3 mayor que 35%, no podrá emplearse en presas.

Casi seguro que es un P-350 o P-450.

Cumple todos los límites de composición química que marca el Pliego vigente.

9. Dadas la caliza y la arcilla cuya composición centesimal se incluye, calcular la dosificación de dichas materias, así como la composición centesimal y potencial del clinker resultante, para obtener un cemento de las siguientes características: la cal estará totalmente combinada formando los siguientes compuestos, SC_2 , SC_3 , AC_3 , AFC_4 .

El índice de saturación en cal es 1 (no hay cal libre) y $\% \text{SC}_3 = \% \text{SC}_2$. Indicar las propiedades de ese clinker.

Solución

Tomamos 100 R gr de caliza y 100 gr de arcilla, y formamos el siguiente cuadro:

	Caliza	Arcilla	Crudo
S	3,5 R	54,3	3,5 R + 54,3
A	1,8 R	21,8	1,8 R + 21,8
F	1,2 R	8,2	1,2 R + 8,2
C	52,1 R	3,5	52,1 R + 3,5
P.F.	41,3 R	7,2	41,3 R + 7,2
S.D.	0,1 R	5,0	0,1 R + 5
TOTAL	100 R	100	100 (R + 1)

La C combinada en el AC_3 y en el AFC_4 vale, según vimos al deducir las fórmulas de Bogue:

$$C_1 = 1,65 a + 0,35 f$$

$$X + Y = S + C$$

Además, si llamamos $X = \% \text{SC}_2$ $Y = \% \text{SC}_3$

$$\frac{60}{172} X + \frac{60}{228} Y = S \qquad X = Y$$

Por tanto,

$$C = 2,268 S + 1,65 a + 0,35 f$$

Sustituyendo los valores de la columna "crudo" obtenemos:

$$52,1 R + 3,5 = 2,268 (3,5 R + 54,3) + 1,65 (1,8 R + 21,8) + 0,35 (1,2 R + 8,2)$$

De donde

$$R = 3,93$$

Por tanto, siguiendo el mismo sistema ya empleado en otros ejercicios, obtenemos los porcentajes de óxidos en el clinker:

	Clinker (%)
S	20,9
A	8,9
F	3,98
C	64,7
P.F.	0
S.D.	1,66
TOTAL	100,14

Se trata de un cemento Portland; aplicando las fórmulas de Bogue obtenemos:

$$\% \text{AFC}_4 = 12,05$$

$$\% \text{AC}_3 = 16,9$$

$$\% \text{SC}_2 = \% \text{SC}_3 = 34,8$$

Las propiedades del cemento que se puede fabricar a partir de este clinker son:

Resistencia mecánica y módulo de elasticidad medias, tanto a corto plazo como a largo plazo.

Desprendimiento de calor, más bien elevado (moderado SC_3 y mucho AC_3).

Temperatura de cocción baja.

Nula resistencia al hielo-deshielo y a los sulfatos.

10. Se dispone de una caliza y una arcilla cuyo análisis se da a continuación. Determinar en qué proporción hay que mezclarlas para obtener un clinker que tenga la máxima cantidad posible de cal residual.

	Sin calcinar		Calcinados	
	Caliza (%)	Arcilla (%)	Caliza (%)	Arcilla (%)
C	53	4,5	91,05	5,14
S	3	50	5,15	57,15
A	1	23	1,72	26,29
F	1	8	1,72	9,14
M	0,2	2	0,34	2,28
P.F.	41,8	12,5	—	—

Solución

En primer lugar, pasamos de materiales sin calcinar a materiales calcinados. (Ver tabla anterior).

Caliza calcinada:

$$\text{Cal combinada con la A (sólo en } \text{AC}_3) = 1,65 \cdot 1,72 = 2,838$$

$$\text{Cal combinada con el F (sólo en } \text{FC}_2) = 0,7 \cdot 1,72 = 1,204$$

$$\text{TOTAL} = 4,042$$

$$\text{Cal residual} = 91,05 - 4,042 = 87,008$$

Arcilla calcinada:

$$\text{Cal combinada con la A} = 1,65 \cdot 26,29 = 43,379$$

$$\text{Cal combinada con el F} = 0,7 \cdot 9,14 = 6,398$$

$$\text{TOTAL} = 49,777$$

$$\text{Cal residual} = 5,14 - 49,777 = -44,637$$

Los puntos representativos de la caliza y de la arcilla tienen las coordenadas C (5,15; 87,008) y A(57,15; -44,637).

Lo representamos en la gráfica así como el cuadrilátero de los cementos (figura 4-6).

Unimos A y C. P será el punto representativo del cemento buscado. Medimos directamente $PC = 25$ mm.
 $PA = 70$ mm.

Por tanto: $\text{Caliza/Arcilla} = PA/PC = 70/25$

Por cada 70 gr de caliza calcinada hay que tomar 25 gr de arcilla calcinada. Pasando a erudos sin calcinar:

Caliza:

100 58,2
 X 70

$$X = 70 \cdot \frac{100}{58,2} = 120,27 \text{ gr de caliza sin calcinar}$$

Arcilla:

100 87,5
 Y 25

$$Y = 25 \cdot \frac{100}{87,5} = 28,57 \text{ gr de arcilla sin calcinar}$$

La relación pedida es: $\text{Caliza/Arcilla} = 120,27/28,57 = 4,21$.

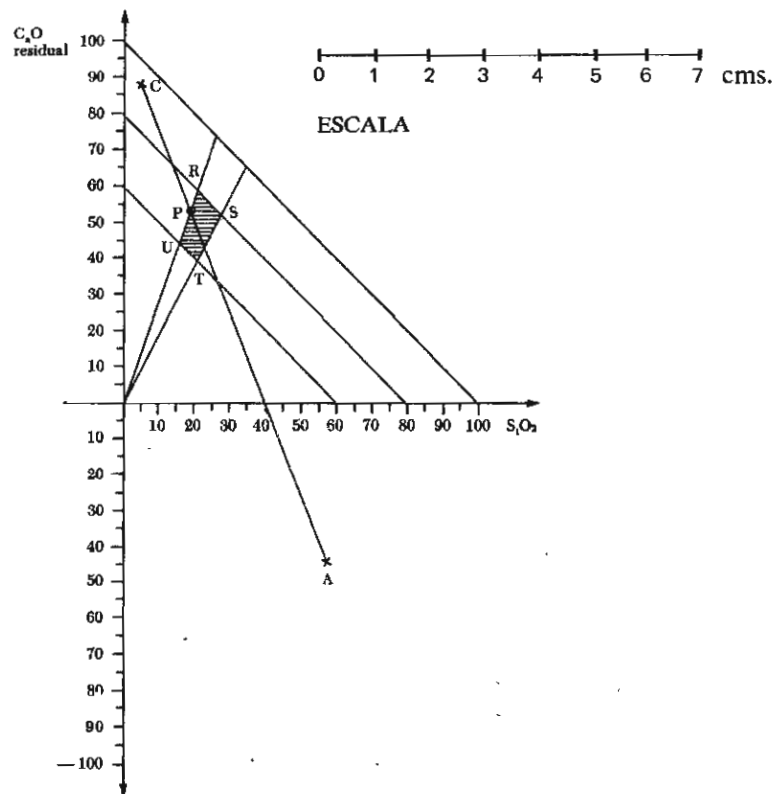


Figura 4-6

11. Se dispone de tres materiales calcinados A, B y C cuyas cantidades de sílice y cal residual son:

	A	B	C
S =	30	90	5
C residual =	— 50	— 5	90

Se desea saber en qué relación hay que mezclarlos (sin calcinar), sabiendo que sus pérdidas al fuego son respectivamente 10, 0 y 40%, para obtener un clinker que tenga 25% de sílice y 50% de cal residual.

Solución

Dibujamos el diagrama (figura 4-7) con los cuatro puntos A, B, C y P. Unimos A con C y P con B, y obtenemos Q.

Midiendo: $QA = 76 \text{ mm}$ $QC = 18,5 \text{ mm}$ $PQ = 13,5 \text{ mm}$

$PB = 56,5 \text{ mm}$

Por tanto, A y C hay que mezclarlos en la relación:

$$C/A = QA/QC = 76/18,5$$

Tomamos 76 gr de C y 18,5 de A (calcinados) y obtenemos 94,5 gr de Q.

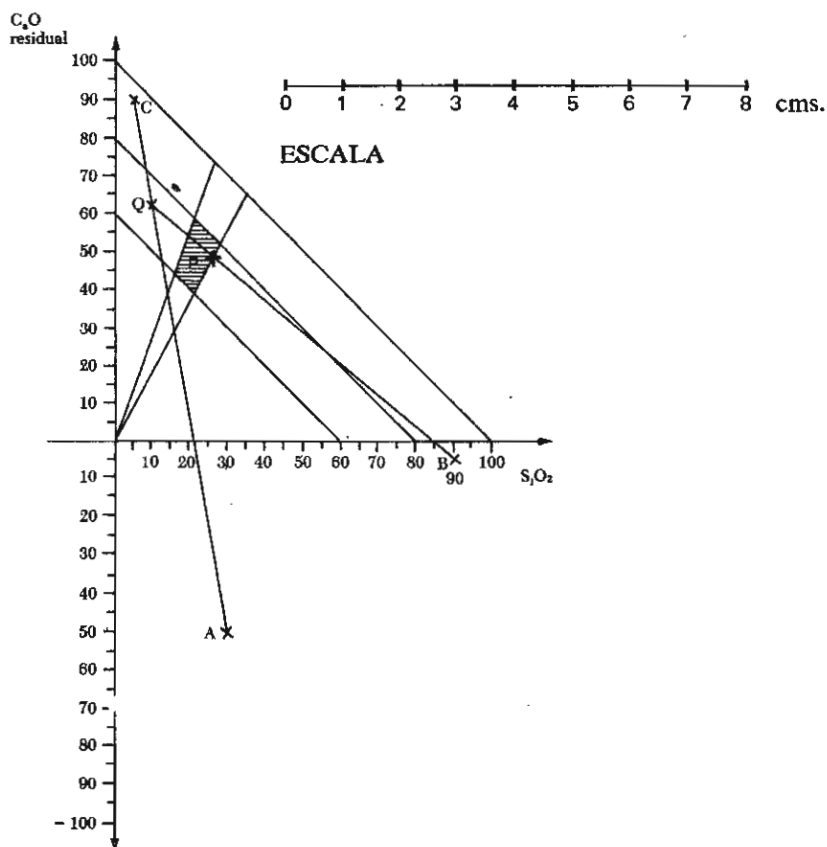


Figura 4-7

Por otra parte, Q y B debemos mezclarlos en la relación:

$$Q/B = PB/PQ = 56,5/13,5 = 94,5/22,58$$

Por tanto, debemos tomar, referidos a productos calcinados:

18,5 gr de A; 76 gr de C y 22,58 gr de B

Pasando a materiales sin calcinar:

100 90

X 18,5

X = 20,56 gr de A sin calcinar

De B, como la P.F. = 0, tomamos 22,58 gr sin calcinar

100 60

Y 76

Y = 126,67 gr de C sin calcinar

La relación A : B : C = 20,56 : 22,58 : 126,67, o si se prefiere

$$A : B : C = 1 : 1,098 : 6,16$$

12. Se dispone de dos vasos de pasta, cuyas características son las siguientes:

	Vaso 1	Vaso 2
Agua	30 %	40 %
CO ₃ Ca	80 %	75 %
d	1,67	1,62

Se desea saber en qué proporción (en volumen) hay que mezclarlos para obtener una pasta que tenga 77% de CO₃Ca (referido al crudo seco).

Solución

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{(77 - 75) 1,62 (100 - 40)}{(80 - 77) 1,67 (100 - 30)} = \frac{2 \cdot 1,62 \cdot 60}{3 \cdot 1,67 \cdot 70} = 0,552$$

13. En el ejercicio anterior, hallar los volúmenes de ambas pastas que hay que mezclar para obtener 100 ton de pasta de crudo.

Solución

$$\text{Sabemos que:} \quad V_1/V_2 = 0,552 \quad (1)$$

$$V_1 \text{ y } V_2 \text{ en m}^3$$

$$\text{y que} \quad V_1 \cdot 1,67 + V_2 \cdot 1,62 = 100 \quad (2)$$

$$\text{De (1):} \quad V_1 = 0,552 V_2$$

Entrando en (2):

$$V_2 \cdot 0,552 \cdot 1,67 + 1,62 V_2 = 100$$

$$0,92 V_2 + 1,62 V_2 = 100$$

$$2,54 V_2 = 100$$

$$V_2 = 39,4 \text{ m}^3$$

$$\text{y por tanto:} \quad V_1 = 0,552 \cdot 39,4 = 21,7 \text{ m}^3$$

Veamos ahora ejercicios de cementos que pueden ser resueltos con los conocimientos adquiridos hasta ahora.

14. Se dispone de un cemento Portland cuyo análisis es el siguiente:

	Porcentaje
C	67
S	20
A	X
F	Y
SO ₃	2,6
P.F.	1,00
S.D.	2,00

Se pide:

- Determinar X y Y con la condición de que en el cemento no exista FC₂ ni AC₃.
- Hallar la composición potencial del mismo.
- ¿De qué cemento se trata?

Solución

- El cemento, por ser Portland y no tener FC₂ ni AC₃, tiene por composición SC₃, SC₂, AFC₄.

Por tanto, por cada mol de A habrá un mol de F, es decir, los porcentajes de ambos deben estar en la relación de sus pesos moleculares

$$X/Y = 102/160 = 0,64$$

Además:

$$X + Y = 100 - 67 - 20 - 2,6 - 1 - 2 = 7,40$$

Por tanto:

$$X = 0,64 \cdot Y$$

$$1,64 \cdot Y = 7,40$$

$$Y = 4,50$$

$$X = 2,90$$

b) Como se trata de un cemento Portland, aplicamos las fórmulas de Bogue:

$$\% \text{ C del yeso} = 0,7 \cdot 2,6 = 1,82 \quad \text{Cal disponible} = 65,18\%$$

$$\% \text{ AFC}_4 = 13,65$$

$$\% \text{ AC}_3 = 0 \text{ (según enunciado)}$$

$$\% \text{ SC}_3 = 83,0$$

$$\% \text{ SC}_2 = -6$$

Resultado absurdo que indica que la cantidad de S dada es demasiado pequeña para saturar toda la C disponible, por lo que quedará cal libre.

c) Este cemento, por tener mucha cal libre, no puede considerarse como tal, por lo que su empleo no es aconsejable.

15. El análisis de un cemento Portland es el siguiente:

	Porcentaje
C	X
S	Y
A	4
F	3
SO ₃	2
S.D.	1

Se pide: determinar X y Y, para que los porcentajes de SC₃ y SC₂ sean iguales.

Solución

Según obtuvimos al deducir las fórmulas de Bogue

$$\text{C del SO}_4\text{Ca} = 0,7 \cdot 2 = 1,4\%$$

$$\text{C del AFC}_4 = 1,4 \cdot 3 = 4,2\%$$

$$\text{C del AC}_3 = 1,65 \cdot 4 - 1,06 \cdot 3 = 3,42\%$$

$$\text{C libre} = 0\%$$

Por tanto:

$$\text{C del SC}_3 + \text{C del SC}_2 = X - 1,4 - 4,2 - 3,42 = X - 9,02$$

$$\text{S del SC}_3 + \text{S del SC}_2 = Y$$

Sabemos que:

$$X + Y = 100 - 4 - 3 - 2 - 1 = 90$$

(1)

y además, sea:

$$\% \text{ SC}_3 = \% \text{ SC}_2 = Z$$

Tenemos:

$$Z \left(\frac{60}{228} + \frac{60}{172} \right) = Y$$

$$Z \left(\frac{3 \cdot 56}{228} + \frac{2 \cdot 56}{172} \right) = X - 9,02$$

Dividiendo miembro a miembro:

$$\frac{Y}{X - 9,02} = \frac{60 \cdot 172 + 60 \cdot 228}{3 \cdot 56 \cdot 172 + 2 \cdot 56 \cdot 228} = \frac{60 \cdot 400}{56 \cdot 972} = 0,44$$

Por tanto:

$$Y = 0,44 \cdot X - 3,97 \text{ y entrando en (1) con este valor}$$

$$X + 0,44 X - 3,97 = 90$$

$$1,44 X = 93,97$$

$$X = 65,26$$

$$Y = 24,74$$

16. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos)

A una obra de grandes proporciones llega una partida de clinker con la siguiente composición:

	<u>Clinker (%)</u>
P.F.	1
R.I.	0,1
S	19,6
A	7,8
F	2,7
C	66,9
M	1,6
S.D.	0,3
Total	100,00

Se pretende moler este clinker en obra para obtener el cemento necesario en la misma con la adición correspondiente de yeso.

Se quiere saber el peso de yeso de la siguiente composición que hay que añadir por Kg de clinker durante la molienda, de forma que suponiendo que se combina formando $C_3A \cdot SO_4Ca \cdot 12 H_2O$ en la hidratación, quede un exceso de 4% de AC_3 sin combinar con el yeso añadido.

Pesos atómicos: Si = 28 O = 16 Al = 27 Fe = 56 Ca = 40
Mg = 24 H = 1 S = 32 C = 12

	<u>Yeso (%)</u>
H	15,42
S y R.I.	2,4
A y F	1,08
C	32,7
M	0,65
SO ₃	45,15
CO ₂	2,6
Total	100,00

Solución

Halleemos la composición "real" del yeso:

$$\% CO_2 \text{ del } CO_3Mg = 0,65 \frac{44}{40} = 0,715$$

$$\% CO_3Mg = 0,65 \frac{84}{40} = 1,36$$

$$\% \text{CO}_2 \text{ del } \text{CO}_3\text{Ca} = 2,6 - 0,715 = 1,885$$

$$\% \text{CaO del } \text{CO}_3\text{Ca} = 1,885 \frac{56}{44} = 2,4$$

$$\% \text{CO}_3\text{Ca} = 1,885 \frac{100}{44} = 4,3$$

Disponemos de $32,7 - 2,4 = 30,3\%$ de C y $45,15\%$ de SO_3

$$30,3/45,15 = 0,672. \text{ Hay exceso de } \text{SO}_3$$

$$\% \text{SO}_3 \text{ del } \text{SO}_4\text{Ca} = 30,3 \frac{80}{56} = 43,2$$

$$\text{Exceso de } \text{SO}_3 = 45,15 - 43,2 = 1,95\%$$

Aquí sólo interesa conocer el porcentaje de SO_4Ca , pero no cómo está combinado; por tanto:

$$\% \text{SO}_4\text{Ca} = 30,3 + 43,2 = 73,5$$

El clinker corresponde a un C.P. Por tanto, podemos aplicar las fórmulas de Bogue:

$$\% \text{AC}_3 = 2,65 \cdot 7,8 - 1,7 \cdot 2,7 = 16,08$$

Según el enunciado, debe quedar 4% de AC_3 sin combinar; por tanto, para formar el sulfoaluminato queda:

$$16,08 - 4 = 12,08\% \text{ de } \text{AC}_3$$

Sea Y la cantidad de yeso, en gr, que tomamos. Tomaremos, según el enunciado, 1000 gr de clinker. En los 1000 gr de clinker hay 120,8 gr de AC_3 . En Y gr de yeso hay 0,735 Y gr de SO_4Ca .

Las cantidades de SO_4Ca y AC_3 del sulfoaluminato deben estar en la relación de sus pesos moleculares, es decir:

$$\frac{136}{270} = \frac{0,735 Y}{120,8} \quad \text{de donde} \quad Y = \text{gr de yeso} = 82,79 \text{ gr}$$

17. (Propuesto en la E.T. de Peritos de Obras Públicas)

Un cemento Portland tiene 30% de SC_2 y 35% de SC_3 . En la composición química de este cemento, se aumenta la cantidad de CaO en 1% y se disminuye la SiO_2 en la misma cantidad. Hallar los nuevos porcentajes de SC_3 y SC_2 .

Solución

Consideremos el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que teníamos al deducir las fórmulas de Bogue, para determinar los porcentajes de SC_3 y SC_2 .

$$X + Y = S + C$$

$$0,34 X + 0,262 Y = S$$

Sabemos que:

$$X = 30$$

$$Y = 35$$

Por tanto:

$$S = 19,37\% \quad C = 45,63\%$$

Las nuevas proporciones son:

$$S' = 18,37\% \quad C = 46,63\%$$

Entrando nuevamente en el sistema:

$$18,37 + 46,63 = X + Y$$

$$0,348 X + 0,262 Y = 18,37$$

De donde:

$$X = \% \text{SC}_2 = 15,58$$

$$Y = \% \text{SC}_3 = 49,42$$

18. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos)

Se dispone de cuatro materias primas, cuyos análisis son los siguientes:

	A (%)	B (%)	C (%)	D (%)
P.F.	40	4	0	10
S.	5	63	99	9
A.	0,5	19	0	4
F.	0,5	4	0	75
C.	51	1	0	0
M.	1	0	0	0
S.D.	2	9	1	2

Se desea saber en qué proporción deben mezclarse para obtener un clinker de módulo hidráulico 2,2; módulo silícico 1,9 y que esté exento de AC_3 y FC_2 .

Solución

Tomamos 100 a gr de A; 100 b gr de B; 100 c gr de C y 100 gr de D.

En el crudo tenemos, en gr:

$$P.F. = 40a + 4b + 10$$

$$S = 5a + 63b + 99c + 9$$

$$A = 0,5a + 19b + 4$$

$$F = 0,5a + 4b + 75$$

$$C = 51a + b$$

$$M = a$$

$$S.D. = 2a + 9b + c + 2$$

El que $FC_2 = AC_3 = 0$ quiere decir (ya que se trata de un Portland) que la A y el F están en la relación de sus pesos moleculares.

$$A/F = 0,64 \quad (\text{módulo de fundentes})$$

Como todos los datos del enunciado son módulos, ya vimos que es lo mismo considerar porcentajes del clinker que del crudo, que gr de crudo; por tanto:

$$M.H. = 2,2 = \frac{51a + b}{6a + 86b + 99c + 88}$$

$$M.S. = 1,9 = \frac{5a + 63b + 99c + 9}{a + 23b + 79}$$

$$M.F. = 0,64 = \frac{0,5a + 19b + 4}{0,5 + 4b + 75}$$

Resolviendo el sistema, tenemos:

$$a = 75 \quad b = 10 \quad c = 1,61 \quad d = 1$$

19. Para comprobar si el cemento con el que se ha fabricado un hormigón tenía cal libre, se toma un trozo de éste y se trata con $ClH0,1N$, produciéndose efervescencia.

Se supone que la cal libre se ha hidratado, pasando a $Ca(OH)_2$ y éste se ha carbonatado con el CO_2 del aire, transformándose en CO_3Ca . El ClH reacciona con el CO_3Ca , produciendo la efervescencia antes indicada. ¿Es válido el ensayo?

Solución

Como en la hidratación de los silicatos se produce $Ca(OH)_2$ (cal liberada), este $Ca(OH)_2$, siempre presente en el hormigón, reaccionará con el CO_2 del aire, produciendo CO_3Ca .

Por tanto, siempre (aunque no exista cal libre) se producirá efervescencia. El ensayo no es válido.

20. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos)

El análisis de un cemento es el siguiente:

	<i>Porcentaje</i>
Pérdida al fuego	0,81
SiO ₂	22,90
Al ₂ O ₃	4,50
Fe ₂ O ₃	3,11
CaO	64,10
MgO	0,79
SO ₃	2,37
Sin dosificar	1,42
CaO libre	0,90

Interpretar este análisis.

Solución

Como $C = 64$ y $A = 4,5$ no es aluminoso.

$A/F = 4,5/3,11$ es mayor que 1, puede ser Portland y no es ni Ferrari ni Portland férrico.

$F = 3,11$ no será Portland blanco.

$S = 22,90$ puede ser Portland y no es ni puzolánico ni siderúrgico.

$SO_3 = 2,37$ no es siderúrgico sobresulfatado.

$$M.H. = \frac{64,10}{22,90 + 4,50 + 3,11} = 2,1 \text{ puede ser Portland.}$$

$$M.S. = 22,90/7,61 = 2,9 \text{ puede ser Portland.}$$

Tiene cal libre: puede ser Portland.

Podemos, pues, afirmar que el cemento objeto del presente ejercicio es un cemento Portland. Aplicando el método de Bogue, tenemos:

$$\begin{aligned} AFC_4 &= 10,58 \\ AC_3 &= 6,67 \\ SC_3 &= 52,16 \\ SC_2 &= 26,37 \end{aligned}$$

Por tanto: se trata de un cemento Portland, casi resistente a los sulfatos, elevada resistencia y módulo de elasticidad a corto plazo, y bastante estimable a largo plazo. Bastante resistente al hielo-deshielo. Elevado calor de hidratación, debido al SC_3 . No resistente a las aguas puras ni a los ácidos débiles (SC_3 elevado). Temperatura de cocción en el horno, normal. Probablemente se trata de un P-350.

21. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos)

Para la construcción de una presa llega a obra una partida de cemento artificial cuyo análisis es el siguiente:

P.F.	0,75
R.I.	0,20
SiO ₂	32,10
Al ₂ O ₃	9,55
Fe ₂ O ₃	3,48
CaO	46,40
MgO	1,37
SO ₃	1,47
Sin dosificar	4,68

Se pide:

a) Interpretar este análisis.

b) Indicar si este cemento es adecuado para la construcción de la presa, justificando la respuesta, supuesto que cumple las características mecánicas requeridas.

Solución

$$M.H. = \frac{46,40}{32,10 + 9,55 + 3,48} \quad \text{menor que 1,7. No es Portland.}$$

F = 3,34 tampoco es Portland blanco.

A = 9,55 y C = 46,40 no es aluminoso.

A/F = 9,55/3,48 no es Ferrari ni Portland férrico.

SO₃ = 1,47 no es siderúrgico sobresulfatado.

Puede ser puzolánico o siderúrgico.

En cualquiera de ambos casos, como el calor de hidratación es menor que el del Portland, es adecuado para la construcción de la presa.

22. Dadas la caliza y la bauxita cuyo análisis se da a continuación, determinar en qué proporción hay que mezclarlas para obtener un cemento aluminoso formado por AC, A₃C₅ y SC₂, tal que los porcentajes de AC y A₃C₅ estén en la relación 1:4.

Pesos moleculares:

$$AC = 158 \quad C_5A_3 = 586 \quad SC_2 = 172 \quad A = 102 \quad C = 56 \quad S = 60.$$

	Caliza (%)	Bauxita (%)
C	56	0
S	2	4
A	1	52
F	1	24
M	0	—
Alc.	0	4
P.F.	40	16
TOTAL	100	100

Solución

Tomamos 100 R gr de caliza y 100 gr de bauxita. Tenemos 100 R + 100 gr de crudo.

$$P.F. = 40 R + 16$$

Tenemos 100 (R + 1) — 40 R — 16 = 60 R + 84 gr de clinker. La composición centesimal del clinker es:

$$\% C = (56 R + 0) \frac{100}{60 R + 84} = 56 \cdot R \cdot H$$

$$\% S = (2 R + 4) \frac{100}{60 R + 84} = (2 R + 4) H$$

$$\% A = (R + 52) \frac{100}{60 R + 84} = (R + 52) H$$

$$\% F = (R + 24) \frac{100}{60 R + 84} = (R + 24) H$$

Suponemos que toda la cal está combinada en los tres constituyentes supuestos.

Por tanto, y operando análogamente a como hacíamos al deducir las fórmulas de Bogue:

Considerando el SC_2

$$\begin{array}{l} 60 \dots\dots\dots 172 \\ (2R + 4)H \dots\dots Z \end{array} \quad Z = \% \text{ de } SC_2 = \frac{172}{60} (2R + 4)H \quad (1)$$

Además:

$$\begin{array}{l} 60 \dots\dots\dots 2.56 \\ (2R + 4)H \dots\dots Z' \end{array} \quad Z' = \% \text{ de C del } SC_2 = \frac{112}{60} (2R + 4)H$$

Por tanto:

$$\% \text{ de C de los aluminatos} = 56RH - \frac{112}{60} (2R + 4)H = (56R - 3,7R - 7,48)H = (52,26R - 7,48)H$$

Sea $X = \% \text{ de AC}$ y $Y = \% \text{ de } A_3C_5$

Escribamos las dos ecuaciones siguientes, supuesto que todo el A está combinado en los aluminatos.

$$\% A + \% \text{ de C de los aluminatos} = \% AC + \% A_3C_5$$

$$\% A = \% \text{ de A del AC} + \% \text{ de A del } A_3C_5$$

Es decir:

$$(R + 52)H + (52,26R - 7,48)H = X + Y$$

$$(R + 52)H = \frac{158}{102}X + \frac{586}{3 \cdot 56}Y$$

Resolviendo el sistema, obtenemos:

$$X = \% AC = \frac{(-55,26R + 7,48)H}{0,55} = (-100,47R + 13,60)H \quad (2)$$

$$Y = \% A_3C_5 = (153,73R + 30,92)H \quad (3)$$

y como, según el enunciado, debe cumplirse:

$$4X = Y$$

$$4H(-100,47R + 13,60) = (153,73R + 30,92)H \quad \text{o sea}$$

$$-401,88R + 54,40 = 153,73R + 30,92$$

de donde:

$$R = 0,042$$

y entrando con este valor en (1), (2), (3) y recordando que $H = \frac{100}{60R + 84} = 1,156$, tenemos

$$\% AC = 10,84$$

$$\% A_3C_5 = 43,21$$

$$\% SC_2 = 13,53$$

La suma de los tres constituyentes mineralógicos principales no es 100; esto se debe a que en los tres considerados no interviene el F, y el porcentaje de F es, precisamente:

$$\% F = (0,042 + 24)1,156 = 27,79$$

Ahora:

$$27,79 + 10,84 + 43,21 + 13,53 + 4 \cdot 1,156 = 100,00$$

Podemos decir, finalmente, que este cemento aluminoso tendrá 27,79% de F y 4,63 de álcalis. Esta proporción es excesiva, y por tanto no será un buen cemento.

Sería interesante, para rebajar el F manteniendo las demás proporciones, buscar otra cantera de bauxita.

23. Determínese la velocidad óptima y la velocidad crítica de un molino de bolas cuyo diámetro interior mide 4 m.

Solución

Según Fischer: la velocidad óptima, expresada en revoluciones por minuto, vale:

$$N = 32 / \sqrt{D} = 32 / \sqrt{4} = 16 \text{ r.p.m.}$$

La velocidad crítica vale:

$$N_c = 42,3 \sqrt{1/D} = 42,3 \sqrt{0,25} = 21,15 \text{ r.p.m.}$$

24. Un molino de bolas para clinker, de una sola cámara, tiene un diámetro interior de 2 m, una longitud de 10 m y un grado de llenado de 30%. Los elementos molturadores son cylpebs.

Supuesta una densidad de conjunto de los cylpebs de 6 ton/m³, determinar la potencia necesaria para el arrastre del molino.

Solución

Según F. Soria (ábaco, fig. 26 del libro "Conglomerantes Hidráulicos"), para 2 m de diámetro, los m³ por m.l. son 3,14. Por tanto, el volumen interior del molino son 31,4 m³.

Como el grado de llenado es 30%, el volumen de conjunto (ver definición en hormigones) de los cylpebs es:

$$31,4 \cdot 0,3 = 9,42 \text{ m}^3$$

y su peso:

$$Q = 9,42 \cdot 6 = 56,52 \text{ ton} = 56.520 \text{ Kg}$$

La potencia necesaria para el arrastre, según Otto Labahn, es:

$$W = f \cdot \frac{Q}{1.000} \sqrt{D}$$

En nuestro caso, con un grado de llenado de 30% y cylpebs.

$$f = 9,9$$

Por tanto:
$$W = 9,9 \frac{56.520}{1.000} \sqrt{2} = 788,96 \text{ C.V.}$$

25. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

A continuación se da el análisis de un cemento Portland adulterado por adición de una sustancia y los límites de composición prescritos en el Pliego de Condiciones vigente.

Componentes	Cemento adulterado (porcentaje)	Pliego de condiciones (porcentaje)
PF	8,69	Máximo, 3
RI	0,00	Máximo, 1,5
SiO ₂	17,81	—
Al ₂ O ₃	5,67	—
Fe ₂ O ₃	3,24	—
CaO	55,58	—
MgO	7,15	Máximo, 5
SO ₃	1,86	Máximo, 4

A la vista de estos datos, determínese el tipo de adulteración y la cuantía de la misma.

NOTA:

Pesos atómicos: C = 12 O = 16 Ca = 40 Mg = 24 Cl = 35,5

H = 1 N = 14 Ag = 108 S = 32 Ba = 137 Si = 28 Al = 27 Fe = 56

Solución

Como R.I. = 0, no se ha empleado arena silícea en la adulteración. Vemos que el cemento considerado tiene excesiva P.F. y MgO.

Esto nos hace sospechar que ha podido ser adulterado con CO_3Mg .



Pesos moleculares:

$$\text{CO}_3\text{Mg} = 84$$

$$\text{CO}_2 = 44$$

$$\text{MgO} = 40$$

Si $(100 - X)$ gr de cemento se adulteran con X de CO_3Mg , tenemos:

$$\text{P.F.} = X \cdot 44/84 = 0,524 X \text{ gr}$$

$$\text{MgO} = X \cdot 40/84 = 0,476 X \text{ gr}$$

Supongamos (cosa posible) que toda la P.F. y el MgO provienen del material adicionado. Deberá ser:

$$0,524 X = 8,69 \quad (1)$$

$$0,476 X = 7,15 \quad (2)$$

$$\text{de (1):} \quad X = 16,58 \text{ gr}$$

$$\text{de (2):} \quad X = 15,02 \text{ gr}$$

Luego, no toda la P.F. y el MgO provienen del material añadido. Supongamos que todo el MgO sí proviene:

$$X = 15,02 \text{ gr de } \text{CO}_3\text{Mg} \text{ añadido}$$

La P.F. correspondiente es $0,524 \cdot 15,02 = 7,87\%$.

Queda un $8,69 - 7,87 = 0,82\%$ de P.F., que puede deberse al cemento sin adulterar, a humedad, a presencia de CO_3Ca o a presencia de materia orgánica.

Lo único que podemos afirmar es que la adulteración principal se debe a CO_3Mg que puede alcanzar un valor, referido al conjunto cemento + adulteración, de $15,02\%$.

26. Un fábrica de cemento produce un P-350 cuya composición centesimal es la siguiente:

	<i>Porcentaje</i>
CaO	64,1
SiO ₂	22,9
Al ₂ O ₃	4,5
Fe ₂ O ₃	3,11
MgO	0,79
SO ₃	2,37
S.D.	1,42
P.F.	0,81

Para hacer frente a una baja en los precios del mercado, el fabricante, hombre poco escrupuloso, decide adulterarlo mediante la adición de una marga finamente molida cuya composición es:

<i>Porcentaje</i>
SiO ₂ = 8,35
CO ₂ = 43,47
Fe ₂ O ₃ = 0,92
Al ₂ O ₃ = 6,92
CaO = 40

Hallar:

1) La máxima cantidad (expresada en porcentaje del peso total) de marga que puede añadir para que el producto así obtenido pueda considerarse P-350.

2) Si el precio original de P-350 era 1000 pesetas/ton, y al fabricante le cuesta 200 pesetas/ton la marga, hallar el precio del nuevo "cemento".

NOTA: El PCCH-64 marca los siguientes límites para la composición química del P-350:

MgO: máximo, 5% insolubles, máximo, 3%

SO₃ máximo, 4% AC₃, máximo, 18%

Pérdida al fuego: máximo, 4%

Solución

Suponemos que en el ensayo de pérdida al fuego se alcanza una temperatura suficientemente alta para que se produzca la disociación del CO₃Ca.

Supongamos que mezclamos 100 gr de P-350 y x de marga:

$$\text{Peso total} = 100 + x \text{ gr}$$

$$\text{Pérdida al fuego total} = 0,81 + 0,4347 \cdot x$$

$$\% \text{ P.F. del nuevo "cemento"} = \frac{0,81 + 0,4347 \cdot x}{100 + x} \cdot 100 \leq 4$$

$$81 + 43,47 \cdot x = 400 + 4x$$

$$39,47 \cdot x = 319, \text{ de donde:}$$

$$x = 8,08 \text{ gr}$$

Por cada 100 gr de P-350 pueden añadirse 8,08 gr de marga:

$$108,08 \dots\dots\dots 8,08$$

$$100 \dots\dots\dots x$$

$$x = 7,71 \text{ gr de marga, cada 100 gr del "nuevo cemento"}$$

El precio de 108,08 ton del nuevo "cemento" es:

$$100.000 + 8,08 \cdot 200 = 101.616,00 \text{ pesetas}$$

y el precio de una tonelada:

$$\frac{101.616,00}{108,08} = 940,10 \text{ pesetas/ton}$$

NOTA: Sólo hemos considerado el CO₂ (P.F.), pues en la marga sólo existe este componente. (No hay MgO, SO₃, insolubles, ni AC₃).

27. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Para hacer un cemento se dispone de una caliza, una arcilla y una arena cuyos análisis químicos son los siguientes:

Determinaciones	Caliza	Arcilla	Arena
Pérdida al fuego	43,0	6,1	0
SiO ₂	1,3	48,0	100,0
Al ₂ O ₃	0,6	16,7	0
Fe ₂ O ₃	0,2	11,3	0
CaO	54,7	4,0	0
Otros	0,2	13,9	0

Se trata de dosificar el crudo por el método gráfico de Grün y Kunze
Se pide:

- 1) Calcular las coordenadas de los puntos correspondientes al SC_3 y al SC_2 y situar dichos puntos en la gráfica.
- 2) Calcular las coordenadas de los puntos correspondientes a la caliza, a la arcilla y a la arena y situar dichos puntos en la gráfica.
- 3) Determinar los porcentajes de caliza, arcilla y arena que tendrá el crudo para que el clinker que con él se fabrique tenga 48% de silicato tricálcico y 24% de silicato bicálcico.

NOTAS:

a) Escalas: 10% = 2 cm

b) Pesos atómicos: Si = 28, O = 16, Al = 27, Fe = 56, Ca = 40

Solución

- 1) Si $SC_3 = 100\%$, su punto representativo S_1 debe estar en la intersección de los lugares geométricos.

$$SC_3 + SC_2 = 100 = SC_3 + 0 \quad (\text{recta } 100 - 100)$$

Recta de $SC_2 = 0$. (Recta que pasa por el origen y tiene de pendiente $\frac{3.56}{60}$).

Queda así determinado S_1 . Análogamente, S_2 estará en la intersección de la recta que pasando por el origen tiene de pendiente $\frac{2.56}{60}$, con la recta $100 - 100$.

- 2) Las composiciones de los materiales calcinados son:

	C.C.	A.C.	Ar.C.
P.F.	0	0	0
S	2,28	51,1	100
A	1,05	17,8	0
F	0,35	12,0	0
C	95,90	4,26	0
Otros	0,35	14,80	0

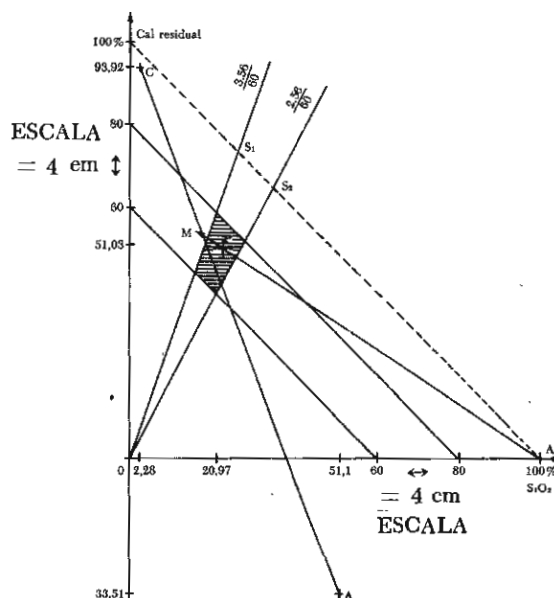


Figura 4-8

Caliza:

$$C \text{ combinada con A} = 1,65 \cdot 1,05 = 1,73$$

$$C \text{ combinada con F} = 0,7 \cdot 0,35 = 0,25$$

$$C \text{ combinada} \dots \dots \dots = 1,98$$

$$C \text{ residual} \dots \dots \dots = 95,90 - 1,98 = 93,92$$

Arcilla:

$$C \text{ combinada con A} = 1,65 \cdot 17,8 = 29,37$$

$$C \text{ combinada con F} = 0,7 \cdot 12 = 8,40$$

$$C \text{ combinada} \dots \dots \dots = 37,77$$

$$C \text{ residual} \dots \dots \dots = 4,26 - 37,77 = -33,51$$

Arena:

$$C \text{ residual} = 0$$

Conocidas la C residuales y S de las tres materias primas podemos dibujar sus puntos representativos (A, C, Ar) (véase figura 4-8).

3) Representemos P, correspondiente al cemento que tratamos de fabricar. Recordemos que Cal residual = Cal de los silicatos.

$$\% SC_3 = 48$$

$$\text{Luego} \quad S \text{ del } SC_3 = 48 \frac{60}{228} = 12,61 \quad C \text{ del } SC_3 = 48 \frac{3 \cdot 56}{228} = 35,39$$

$$\% SC_2 = 24 \quad S \text{ del } SC_2 = 24 \frac{60}{172} = 8,36$$

$$C \text{ del } SC_2 = 24 \frac{2 \cdot 56}{172} = 15,64$$

Por tanto, las coordenadas de P son:

$$S = 8,36 + 12,61 = 20,97$$

$$C = 15,64 + 35,39 = 51,03$$

Podemos ya representarlo. Unimos A y C, y P y Ar; ambas rectas se cortan en el punto M. Medimos los cuatro segmentos resultantes:

$$CM = 8,6 \text{ cm}$$

$$MA = 18,7 \text{ cm}$$

$$MP = 0,95 \text{ cm}$$

$$PAr = 18,75 \text{ cm}$$

M es el punto representativo de un material ficticio obtenido por mezcla de C y A.

M y Ar hay que mezclarlos en la proporción:

$$\frac{M}{Ar} = \frac{18,75}{0,95} = \frac{19,74}{1}$$

C y A hay que mezclarlos en la proporción:

$$\frac{C}{A} = \frac{18,7}{8,6} = \frac{18,7 \cdot x}{8,6 \cdot x}$$

$$\text{y además se debe cumplir:} \quad x(18,7 + 8,6) = 19,74 \quad x = 0,72$$

o sea:

$$\frac{C}{A} = \frac{18,7 \cdot 0,72}{8,6 \cdot 0,72} = \frac{13,46}{6,19}$$

Por tanto, por cada parte calcinada de Ar hay que tomar 13,46 de C y 6,19 de A. Pasando a crudos, por cada parte de Ar:

$$\text{De caliza} = 13,46 \frac{100}{57} = 23,62$$

$$\text{De arcilla} = 6,19 \frac{100}{93,9} = 6,60$$

En total = 1 + 23,62 + 6,60 = 31,22 partes sin calcar. Expresado en porcentaje del crudo:

$$\text{Arena} = 1 \frac{100}{31,22} = 3,2\%$$

$$\text{Arcilla} = 6,60 \frac{100}{31,22} = 21,1\%$$

$$\text{Caliza} = 23,62 \frac{100}{31,22} = 75,6\%$$

28. Para una futura fábrica de cemento se dispone de 3 canteras, cuyos materiales tienen el siguiente análisis:

	A	B	C
SiO ₂	32,5	94,4	4,4
Al ₂ O ₃	22,5	2,5	2,7
Fe ₂ O ₃	10,6	1,8	2,5
CaO	21,5	0,5	49,3
MgO	2,1	0	0,5
P.F.	10,8	0,8	40,6

La situación de las canteras, en un sistema de ejes coordenados con el kilómetro por unidad, es la siguiente:

$$A (8,0) \quad B (0,14) \quad C (0,0)$$

En ese mismo sistema se situará una línea de ferrocarril de ecuación $y = 7$, en la que se piensa ubicar la fábrica.

El terreno se supone llano y lo suficientemente compacto como para permitir el paso de vehículos sin necesidad de construir un camino.

El transporte, en el que se supone incluido el precio de extracción, carga y retorno, cuesta 5 pesetas por tonelada y kilómetro para los materiales A y C, y 7 pesetas para el material B.

Se pide: situar la fábrica para que el cemento obtenido tenga un módulo hidráulico igual a 2, un módulo silíceo igual a 1,6 y su precio sea el menor posible.

Solución

Supongamos que la relación buscada es:

$$\text{de A} = 100 \text{ Kg}$$

$$\text{de B} = x \text{ Kg}$$

$$\text{de C} = y \text{ Kg}$$

En total hay $100 + x + y$ Kg de crudo. Una vez calcinados hay:

$$100 - 10,8 = 89,2 \text{ Kg de A}$$

$$x \cdot \frac{100 - 0,8}{100} = \frac{99,2}{100} \cdot x \text{ Kg de B}$$

$$y \cdot \frac{100 - 40,6}{100} = \frac{59,4}{100} \cdot y \text{ Kg de C}$$

En total habrá $89,2 + \frac{99,2}{100} \cdot x \frac{59,4}{100}$ y Kg de clinker.

La composición centesimal de los materiales A, B y C, calcinados, es:

	A calc.	B calc.	C calc.
SiO ₂	= $\frac{100}{89,2} \cdot 32,5 = 36,43$	$\frac{100}{99,2} \cdot 94,4 = 95,16$	$\frac{100}{59,4} \cdot 4,4 = 7,40$
Al ₂ O ₃	= 25,22	2,52	4,55
Fe ₂ O ₃	= 11,88	1,81	4,21
CaO	= 24,10	0,50	83,00
MgO	= 2,35	0	0,84
P.F.	= 0	0	0
TOTAL	= 99,98	99,99	100,00

En A, B y C calcinados (clinker) los diversos componentes están en las siguientes *cantidades* (en Kg):

	A calc.	B calc.	C calc.
SiO ₂	= 36,43	$\frac{x}{100} \cdot 95,16 \cdot \frac{99,2}{100}$	$\frac{y}{100} \cdot 7,40 \cdot \frac{59,4}{100}$
Al ₂ O ₃	= 25,22	$\frac{x}{100} \cdot 2,52 \cdot \frac{99,2}{100}$	$\frac{y}{100} \cdot 4,55 \cdot \frac{59,4}{100}$
Fe ₂ O ₃	= 11,88	$\frac{x}{100} \cdot 1,81 \cdot \frac{99,2}{100}$	$\frac{y}{100} \cdot 4,21 \cdot \frac{59,4}{100}$
CaO	= 24,10	$\frac{x}{100} \cdot 0,50 \cdot \frac{99,2}{100}$	$\frac{y}{100} \cdot 83,00 \cdot \frac{59,4}{100}$
MgO	= 2,35	0	$\frac{y}{100} \cdot 0,84 \cdot \frac{59,4}{100}$
P.F.	= 0	0	0
TOTAL	= 99,98 Kg	$\frac{99,2}{100} \cdot x$ Kg	$\frac{59,4}{100} \cdot y$ Kg

y como el módulo hidráulico del cemento debe ser igual a 2:

$$2 = \frac{C}{S + A + F}$$

o sea:

$$2 = \frac{24,10 + x \frac{0,50 \cdot 99,2}{100 \cdot 100} + y \frac{83 \cdot 59,4}{100 \cdot 100}}{36,43 + 25,22 + 11,83 + \frac{x \cdot 99,2}{100 \cdot 100} (95,16 + 2,52 + 1,81) + \frac{y \cdot 59,4}{100 \cdot 100} (7,40 + 4,55 + 4,21)}$$

$$= \frac{24,10 + \frac{x}{100 \cdot 100} \cdot 49,6 + \frac{y}{100 \cdot 100} \cdot 4930,2}{73,53 + \frac{x}{100 \cdot 100} \cdot 9869,41 + \frac{y}{100 \cdot 100} \cdot 959,90}$$

(1)

Tenemos una ecuación con las incógnitas x y y . Como el módulo silícico debe ser igual a 1,6 tenemos:

$$1,6 = \frac{S}{A + F}$$

o sea:

$$1,6 = \frac{36,43 + \frac{x \cdot 99,2}{100 \cdot 100} \cdot 95,16 + \frac{y \cdot 59,4}{100 \cdot 100} \cdot 7,40}{25,22 + 11,88 + \frac{x \cdot 99,2}{100 \cdot 100} (1,81 + 2,52) + \frac{y \cdot 59,4}{100 \cdot 100} (4,21 + 4,55)} =$$

$$= \frac{36,43 + \frac{x}{100 \cdot 100} \cdot 9439,87 + \frac{y}{100 \cdot 100} \cdot 439,56}{37,10 + \frac{x}{100 \cdot 100} \cdot 429,54 + \frac{y}{100 \cdot 100} \cdot 520,34} \quad (2)$$

Con (1) y (2) tenemos un sistema de 2 ecuaciones con dos incógnitas. De (1) obtenemos:

$$112,96 + 1,969x - 0,301y = 0 \quad (3)$$

De (2) obtenemos:

$$22,93 - 0,875x - 0,39y = 0 \quad (4)$$

multiplicando (4) por $-\frac{0,301}{0,039}$ y sumando con (3):

$$-54,012 + 8,722x = 0$$

o sea:

$$x = 6,19 \text{ Kg de B}$$

y entrando en (4):

$$22,93 - 0,875 \cdot 6,19 - 0,39y = 0$$

o sea:

$$y = 449,07 \text{ Kg de C}$$

Y, por supuesto, 100 Kg de A.

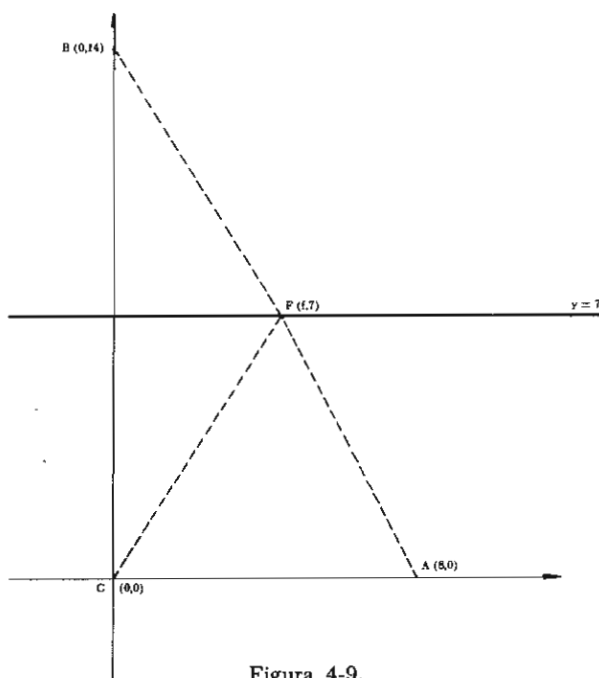


Figura 4-9.

Conocidas las proporciones de A, B y C, situamos en la figura las canteras y la línea de ferrocarril; suponiendo que la fábrica situada en F (f, 7) resuelve el problema. Las distancias en Km son:

$$BF = 49 + f^2$$

$$CF = 49 + f^2$$

$$AF = 49 + (8-f)^2$$

Y recordando que por cada 100 tn de A hay que aportar 6,19 tn de B y 449,07 tn de C, el costo de transporte de estas cantidades es:

$$P = 6,19 \cdot 7 \sqrt{49 + f^2} + 100,5 \sqrt{49 + (8-f)^2} + 449,07 \cdot 5 \cdot \sqrt{49 + f^2}$$

que deberá ser mínimo, o sea

$$P = 43,33 \sqrt{49 + f^2} + 500 \sqrt{49 + (8-f)^2} + 2245,35 \sqrt{49 + f^2}$$

Derivando respecto a f:

$$P' = 43,33 \cdot \frac{1}{2} (49 + f^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2f + 500 \cdot \frac{1}{2} [49 + (8-f)^2]^{-\frac{1}{2}} \cdot [-2(8-f)] + 2245,35 \cdot \frac{1}{2} (49 + f^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2f$$

que deberá ser cero.

$$0 = 43,33 \frac{f}{\sqrt{49 + f^2}} - 500 \frac{8-f}{\sqrt{49 + (8-f)^2}} + 2245,35 \frac{f}{\sqrt{49 + f^2}}$$

o sea

$$0 = 2288,68 \frac{f}{\sqrt{49 + f^2}} - 500 \frac{8-f}{\sqrt{49 + (8-f)^2}}$$

$$4,57736 \frac{f}{\sqrt{49 + f^2}} = \frac{8-f}{\sqrt{49 + (8-f)^2}}$$

Elevando al cuadrado

$$\frac{20,952 f^2}{49 + f^2} = \frac{64 + f^2 - 16 f}{49 + 64 + f^2 - 16 f} = \frac{64 + f^2 - 16 f}{113 + f^2 - 16 f}$$

es decir:

$$2367,576 f^2 + 20,952 f^4 - 335,232 f^3 = 3136 + 49 f^2 - 784 f + 64 f^2 + f^4 - 16 f^3$$

o sea:

$$19,952 f^4 - 319,232 f^3 + 2254,576 f^2 + 784 f - 3136 = 0 \quad (5)$$

Si la función anterior la igualamos a $\varphi(f)$ y derivamos:

$$\varphi'(f) = 79,808 f^3 - 957,696 f^2 + 4509,152 f + 784 = 0$$

Para resolver la ecuación (5) aplicamos el método de Newton, teniendo en cuenta que F debe estar en el triángulo ABC, y por tanto:

$$0 \leq f \leq 4,2$$

Comenzamos tanteando $f = 1$.

f	$\varphi(f)$	$\varphi'(f)$	$h = \frac{-\varphi(f)}{\varphi'(f)}$
1	-396,704	+4415,264	+0,090
1,09	+49,26	+4648,127	-0,0106
1,08	que damos	por válido	

Damos por válido el valor $f = 1,08$; por tanto, las coordenadas de la fábrica deberán ser F (1,08; 7) en kilómetros.

29. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos).

El análisis de un cemento es el siguiente:

S	= 21,9
A	= 4
F	= 5,8
C	= 62,7
M	= 1,4
SO ₃	= 2
S.D.	= 1,1
R.I.	= 0,3
P.F.	= 0,8
	100

Cal libre = 0,7. Interpretar este análisis.

Solución

Según vimos anteriormente, por la cantidad de F vemos que no puede ser Portland blanco. $\frac{A}{F} = \frac{4}{5,8} = 0,687 > 0,64$;

luego no puede ser un Portland férrico.

Como las cantidades de C y A son muy distintas, no se trata de un cemento aluminoso. Por la cantidad de SO₃ vemos que no es un cemento siderúrgico sobresulfatado.

Cemento siderúrgico podría ser por el contenido de sílice, pero no por el de alúmina; por tanto, no es ningún tipo de tales cementos y tampoco es un cemento puzolánico.

Podría tratarse de un cemento ferrari, natural o Portland (normal o PAS).

Consultando la tabla de la página 64, vemos que el contenido de cal indica que no se trata de cemento ferrari ni natural, y por tanto debe ser un Portland.

Podemos aplicar las fórmulas de Bogue, obteniendo:

$$AC_3 = 0,888$$

Como esta cantidad es < 5 , el cemento es un PAS, lo cual confirma el valor bajo del módulo de fundentes.

Siguiendo con las fórmulas de Bogue:

$$SC_3 = 45,03$$

$$SC_2 = 28,86$$

Por tanto, se trata de un cemento PAS de alta resistencia inicial, probablemente un PAS-350.

30. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

El análisis de un cemento es el siguiente:

	Porcentaje
Pérdida al fuego	2,5
Residuo insoluble	0,9
SiO ₂	21,0
Al ₂ O ₃	6,2
Fe ₂ O ₃	0,4
CaO	65,3
MgO	0,1
SO ₃	2,7
Na ₂ O	0,07
K ₂ O	0,25
Sin dosificar	0,58
CaO libre = 1,2%	

Solución

Según se ha visto, podría ser un Portland blanco, pues $F < 0,5$ y $\frac{A}{F} > 1$; luego, no es ni un ferrari ni un Portland férrico.

Como SO_3 no está comprendido entre 5 y 12 no es siderúrgico sobresulfatado. Por los dispares contenidos de cal y alúmina no es un cemento aluminoso. Por el elevado contenido de cal, no puede ser ningún cemento natural.

El contenido relativamente bajo de sílice hace que no pueda ser ni puzolánico ni siderúrgico. Por tanto, se trata de un Portland blanco, probablemente un PB-350, dada la elevada cantidad de C.

31. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos)

Se quiere dosificar un cemento por el método gráfico de Grun y Kunze. Se pide determinar la ecuación del lugar geométrico de los puntos representativos de clinkers con 63% de silicato tricálcico.

$$\text{Pesos atómicos: } O = 16; \quad Si = 28; \quad Ca = 40$$

Solución

Los pesos moleculares son:

$$S = 60; \quad C = 56; \quad SC_2 = 172; \quad SC_3 = 228$$

Sea 63% de SC_3 y $x\%$ de SC_2 ; en una muestra de 100 gr habrá 63 gr de SC_3 y x gr de SC_2 .

Recordemos que la gráfica de Grun y Kunze es una representación de los silicatos cálcicos de un cemento.

$$\left. \begin{array}{l} S \text{ del } SC_2 = \frac{x \cdot 60}{172} \\ S \text{ del } SC_3 = \frac{63 \cdot 60}{228} \end{array} \right\} \text{TOTAL} \quad S = 60 \left(\frac{x}{172} + \frac{63}{228} \right) \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} C \text{ del } SC_2 = \frac{2 \cdot 56 \cdot x}{172} \\ C \text{ del } SC_3 = \frac{3 \cdot 56 \cdot 63}{228} \end{array} \right\} \text{TOTAL} \quad C = 56 \left(\frac{2 \cdot x}{172} + \frac{3 \cdot 63}{228} \right) \quad (2)$$

Ecuación de una recta en paramétricas, siendo x el parámetro. Despejando el parámetro en (1) y (2), tenemos:

$$\text{de (1): } x = 172 \left(\frac{S}{60} - \frac{63}{228} \right)$$

$$\text{de (2): } x = \frac{172}{2} \left(\frac{C}{56} - \frac{3 \cdot 63}{228} \right)$$

igualando

$$\frac{C}{56} - \frac{3 \cdot 63}{228} = \left(\frac{S}{60} - \frac{63}{228} \right) 2$$

o sea

$$\frac{C}{56} = \frac{2 \cdot 5}{60} + \frac{63}{228}$$

o lo que es igual

$$C = \frac{2 \cdot 56}{60} S + \frac{56 \cdot 63}{228}$$

que es la recta EF de la figura 4-10; dicha recta es paralela a la DC.

En la realidad, sólo el segmento comprendido en el cuadrilátero ABCD corresponde a cementos.

33. En la gráfica de Grun y Kunze, hallar el lugar geométrico de los cementos que tienen $SC_2 = K$.

Solución

Recordemos que los pesos moleculares eran:

$$SC_3 = 228; \quad SC_2 = 172; \quad C = 56; \quad S = 60.$$

Sea el $K\%$ de SC_2 y el $x\%$ de SC_3 ; en una muestra de 100 gr habrá K gr de SC_2 y x gr de SC_3 .

Recordemos que la gráfica de Grun y Kunze es una representación de los silicatos cálcicos de un cemento.

$$\left. \begin{array}{l} S \text{ del } SC_2 = \frac{K \cdot 60}{172} \\ S \text{ del } SC_3 = \frac{x \cdot 60}{228} \end{array} \right\} \text{TOTAL} \quad S = 60 \left(\frac{K}{172} + \frac{x}{228} \right) \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} C \text{ del } SC_2 = \frac{2.56 \cdot K}{172} \\ C \text{ del } SC_3 = \frac{3.56 \cdot x}{228} \end{array} \right\} \text{TOTAL} \quad C = 56 \left(\frac{2 \cdot K}{172} + \frac{3 \cdot x}{228} \right) \quad (2)$$

Ecuación de una recta en paramétricas, siendo x el parámetro. Despejando el parámetro en (1) y (2), tenemos:

$$x = 228 \left(\frac{S}{60} - \frac{K}{172} \right)$$

$$x = \frac{228}{3} \left(\frac{C}{56} - \frac{2K}{172} \right)$$

igualando

$$\frac{S}{60} - \frac{K}{172} = \frac{1}{3} \left(\frac{C}{56} - \frac{2K}{172} \right)$$

o sea

$$C = \frac{3 \cdot 56}{60} S - \frac{56 \cdot K}{172}$$

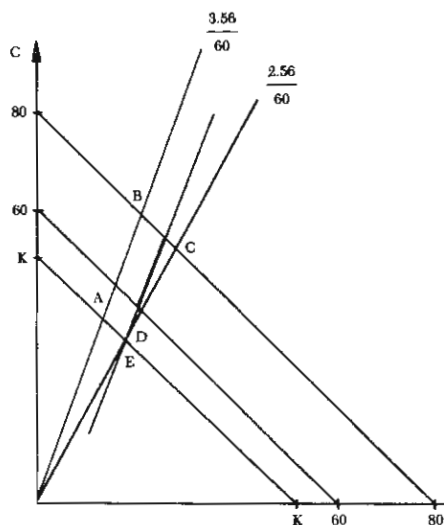


Figura 4-12

Recta que está representada en la figura 4-12, y que, como vemos, es paralela a AB y pasa por el punto E, de intersección de CD con la recta K, ya que E es un caso particular en el que $SC_2 = K$, $SC_3 = 0$.

NOTA:

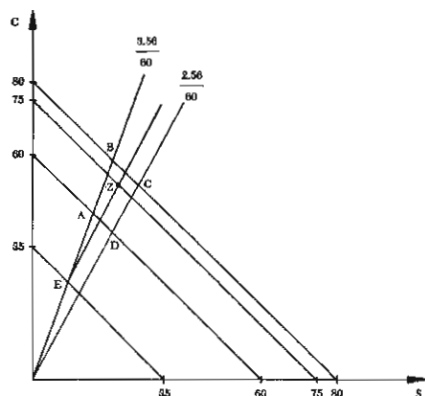
Según hemos visto en este ejercicio y en el número 31, sabemos dibujar los lugares geométricos de los cementos que tienen constante uno de sus dos silicatos; por tanto se puede resolver gráficamente el siguiente ejercicio.

34. Dibujar en la gráfica de Grun y Kunze el punto representativo de un cemento que tiene $SC_3 = 35\%$ y $SC_2 = 30\%$.

Solución

$$SC_3 + SC_2 = 75$$

Luego, el punto pedido está en la recta 75,75.



Por otra parte, como $SC_3 = 35$, trazamos la recta 35,35, que corta en E a la recta AE.

Por E trazamos la paralela a DC, que corta en Z a 75,75, Z es el punto pedido.

Figura 4-13

35. Un clinker, exento de azufre, se va a mezclar con algez en proporción tal que el 13,5% de AC_3 que contiene el clinker pase a sulfoaluminato monosulfato cuando el cemento se utilice en obra. El comprador exige que el cemento contenga menos de 3,8% de SO_3 . ¿Será admisible el cemento que se va a fabricar? ¿Qué porcentaje de algez se necesita, referido al peso del clinker?

Solución

Sea una muestra de 100 gr de clinker:

Peso molecular de $AC_3 = 270$.

Peso molecular del $SO_4Ca = 136$.

Peso molecular del $SO_4Ca \cdot 2 H_2O = 172$.

Podemos escribir:

$$\left. \begin{array}{l} 270 \dots\dots\dots 136 \\ 13,5 \dots\dots\dots x \end{array} \right\} \text{ de donde}$$

$x = 6,8$ gr de SO_4Ca necesarios para combinar con el AC_3 .

De algez serán necesarios:

$$\left. \begin{array}{l} 136 \dots\dots\dots 172 \\ 6,8 \dots\dots\dots y \end{array} \right\} \text{ de donde}$$

$y = 8,6$ gr de algez (por cada 100 gr de clinker); o sea, se necesita añadir 8,6% de algez.

Veamos ahora la cantidad de SO_3 del cemento obtenido. Tenemos 108,6 gr de cemento. De SO_3 tenemos:

$$\left. \begin{array}{l} 172 \dots\dots\dots 80 \\ 8,6 \dots\dots\dots z \end{array} \right\} \text{ de donde}$$

$z = 4$ gr de SO_3 en 108,6 gr de cemento, o sea un $\frac{4}{108,6} \cdot 100 = 3,68\%$ de SO_3 en el cemento; como es inferior al 3,8% pedido, es admisible.

Problemas propuestos

1. La caliza y la arcilla cuyos análisis se acompañan, se mezclan en la relación $\frac{\text{caliza}}{\text{arcilla}} = 5,33$. ¿Cuál es el contenido en CaO del clinker resultante?

	Caliza porcentaje	Arcilla porcentaje
Pérdida al fuego	43	8
SiO ₂	3	60
Al ₂ O ₃	2	19
Fe ₂ O ₃	1,5	7
CaO	50	3
Sin dosificar	0,50	3

SOLUCION: CaO = 68%

2. Con la caliza y la arcilla del ejercicio anterior se desea fabricar un cemento cuyo módulo hidráulico sea 2. ¿En qué proporción deben mezclarse?

SOLUCION: $\frac{\text{caliza}}{\text{arcilla}} = 4,56$.

3. Determinar la cantidad de aluminato tricálcico que tendrá el clinker obtenido a partir de un crudo con la siguiente composición:

	Porcentaje
Pérdida al fuego	34,2
SiO ₂	15,3
Al ₂ O ₃	4
Fe ₂ O ₃	1,9
CaO	44,2
MgO	0,1
Sin dosificar	0,3

SOLUCION: AC₃ = 11,2%.

4. Se dispone de una caliza con 91,8% de CO₃Ca y una marga con 73,13% de CO₃Ca, y deseamos obtener un crudo con 77,5% de CO₃Ca. Hallar la relación en que han de mezclarse.

SOLUCION: $\frac{\text{caliza}}{\text{arcilla}} = 0,305$.

5. En una fábrica que trabaja por vía húmeda se han llenado de pasta dos vasos, con las siguientes características: el primero, 79,8% de CO₃Ca, 37% de H₂O y peso específico 1,66; el segundo, 74,6% de CO₃Ca, 38,5% de H₂O y peso específico 1,63. Se desea preparar 90 m³ de pasta que tenga 78,2% de CO₃Ca. Hallar el volumen que hay que echar de cada pasta.

SOLUCION: 63,9 m³ de la primera pasta y 26,1 m³ de la segunda.

6. Sabiendo que cierto Pliego de Condiciones (el vigente PCCCH-64 español) admite como máximo, para el cemento PAS-250, los siguientes valores:

$$\begin{aligned} \text{SO}_3 &= 2,3\% \\ \text{AC}_3 &= 5\% \end{aligned}$$

Hallar qué cantidad de sulfoaluminato cálcico o sal de Candlot, de fórmula AC₃.3SO₄Ca.31H₂O puede formarse con una tonelada de cemento.

SOLUCION: 118,50 Kg.

7. Se tiene un cemento Portland cuya composición centesimal es:

	Porcentaje
SiO ₂	23,1
Al ₂ O ₃	5,9
Fe ₂ O ₃	2,5
CaO	62,5
MgO	2,9
SO ₃	2,1
S.D.	0,7
CaO libre	0,3

Hallar su contenido en AC₃ y SC₂.

SOLUCION: AC₃ = 11,4%; SC₂ = 44,88%.

8. En una muestra de 127 gr de un P-250 existen los siguientes óxidos:

	Gramos
SiO ₂	27,94
Al ₂ O ₃	8,38
Fe ₂ O ₃	4,60
CaO	79,47
MgO	2,06
SO ₃	3,78
Cal libre	0,06
R.I.	0,25
S.D.	0,44

Hallar el porcentaje de SC₃ del cemento en cuestión.

SOLUCION: 29,7%

9. La composición centesimal de un cemento es:

	Porcentaje
CaO	= 65
SiO ₂	= 23
Al ₂ O ₃	= 5
Fe ₂ O ₃	= 0,2
MgO	= 4
SO ₃	= 2,8

¿De qué cemento se trata?

SOLUCION: De un Portland blanco, probablemente un PB-350.

10. El análisis de un cemento es el siguiente:

	Porcentaje
CaO	68
SiO ₂	22
Al ₂ O ₃	4,3
Fe ₂ O ₃	2,5
MgO	0,1
SO ₃	3
Pérdida al fuego	0,1
Cal libre	0,8

Interpretar este análisis

SOLUCION: Se trata de un cemento Portland, de alta resistencia inicial, probablemente un P-350 obtenido, casi seguro, en horno vertical (Cal libre > 0,5%).

C₃S = 63,6
 C₂S = 1,3
 C₃A = 7,2
 C₄AF = 7,6
 5,1
 0,1
 0,8
 100

11. La composición centesimal de un cemento es:

	Porcentaje
CaO	50,5
SiO ₂	22,5
Al ₂ O ₃	9
Fe ₂ O ₃	6,5
MgO	2,6
SO ₃	1,5
S.D.	0,5

¿De qué cemento se trata?

SOLUCION: Es un PUZ-250.

12. La composición centesimal de un cemento es:

	Porcentaje
CaO	39
SiO ₂	8
Al ₂ O ₃	45
Fe ₂ O ₃	7
MgO	0,2
SO ₃	0,1
S.D.	0

¿De qué cemento se trata?

SOLUCION: Cemento aluminoso.

13. La composición centesimal de un cemento es:

	Porcentaje
CaO	50
SiO ₂	25
Al ₂ O ₃	10
Fe ₂ O ₃	2
MgO	5,8
SO ₃	3
K ₂ O	3
S.D.	1

¿De qué cemento se trata?

SOLUCION: Cemento Portland de Altos Hornos.

14. La composición centesimal de un cemento es:

	Porcentaje
CaO	60
SiO ₂	20
Al ₂ O ₃	3,6
Fe ₂ O ₃	4
MgO	1,8
SO ₃	1,6
P.F.	7
S.D.	1,9

¿De qué cemento se trata?

SOLUCION: De uno natural de fraguado lento.

C₃S 57.3
 C₂S 13.7
 C₃A 9.3
 I₄FA 11.7
 36.5
 1.8
 1.9
 2.0
 1.6 x 1.7 = 2.7
 99.6

15. La composición potencial de un cemento es:

	<i>Porcentaje</i>
SC ₃	52,16
SC ₂	26,37
AC ₃	6,67
AFC ₄	10,58

¿Cuál es su composición centesimal si tiene 0,9% de cal libre, 0,79% de MgO y 2,37 de SO₃?

SOLUCION: SiO₂ = 22,9; Al₂O₃ = 4,50; Fe₂O₃ = 3,11; CaO = 64,10.

16. Determinar la velocidad óptima y la velocidad crítica de un molino de bolas cuyo diámetro interior es 4,84 m.

SOLUCION: 14,54 r.p.m. y 19,20 r.p.m.

17. Suponiendo que los constituyentes mineralógicos principales de un cemento son FC₂, AC₃, SC₂ y SC₃, y que los cuatro suman 94%. ¿Cuál es el máximo porcentaje de cal que puede tener el clinker de ese cemento para que el SC₃ = 50%?

SOLUCION: (Método Grun y Kunze) CaO = 64%.

18. Se dispone de una caliza y una arcilla cuyos análisis químicos son los siguientes:

<i>Determinaciones</i>	<i>Porcentajes</i>	
	<i>Caliza</i>	<i>Arcilla</i>
P.F.	42,50	9,88
SiO ₂	1,92	58,24
Al ₂ O ₃	0,80	13,77
Fe ₂ O ₃	0,57	9,03
CaO	54,21	4,60
S.D.	—	4,48

Determinese en qué proporción han de mezclarse para fabricar un clinker con 65% de CaO.

SOLUCION: 0,766 partes de caliza por cada una de arcilla.

Capítulo 5

Hormigones

DEFINICIONES

Hacemos notar la diferente denominación y definiciones que adoptamos para los áridos que forman parte de los hormigones, que aquella que aplicábamos en rocas. La nomenclatura que vamos a utilizar en el presente capítulo es la siguiente:

P = Peso del árido seco (es el peso del árido al aire).

V = Volumen elemental o aparente del árido.

h_a = Volumen de los poros abiertos del árido (poros accesibles).

h_i = Volumen de los poros inaccesibles del árido.

$V - h_a$ = Volumen relativo del árido (volumen de la parte impermeable).

$V - h_a - h_i$ = Volumen absoluto del árido (volumen de la parte sólida).

Obsérvese como regla nemotécnica que “siempre que aparece la palabra absoluta aparece h_a y h_i ” y “siempre que aparece la palabra relativa aparece h_a ”.

a) Densidades referidas a un solo grano de árido

$$\text{Densidad absoluta} = \frac{P}{V - h_a - h_i} \quad \text{Densidad relativa} = \frac{P}{V - h_a}$$

$$\text{Densidad elemental} = \frac{P}{V}$$

b) Densidades referidas a un conjunto de granos de un árido

Densidad de conjunto = P/V_c , en donde

$P = \sum P_i$ (suma de los pesos al aire de los granos)

V_c = Volumen de conjunto = Volumen interior del recipiente que contiene el árido.



La parte rayada es “volumen de conjunto”.

c) Porosidades (referidas a un solo grano)

$$\text{Porosidad absoluta} = \frac{h_a + h_i}{V} \quad \text{Porosidad relativa} = \frac{h_a}{V}$$

Obsérvese que estas porosidades vienen referidas al volumen elemental del árido, que es lo frecuente, aunque también podrían venir referidas a los volúmenes absolutos o relativos. Las fórmulas anteriores nos dan la porosidad en tanto por uno, pero si dichas fórmulas las multiplicamos por 100, nos dará la porosidad en porcentaje.

d) *Oquedad* (referida siempre a un conjunto de granos)

$$\text{Oquedad} = \frac{V_c - \text{suma de volúmenes elementales}}{V_c}$$

$$V_c - \text{suma de } V_{\text{elementales}} = V \text{ de los huecos existentes entre los áridos}$$

e) *Compacidad* (referida a un solo grano de árido)

$$\text{Compacidad absoluta} = \frac{V - h_a - h_l}{V} = 1 - \frac{h_a - h_l}{V} = 1 - \text{Porosidad absoluta}$$

$$\text{Compacidad relativa} = \frac{V - h_a}{V} = 1 - \frac{h_a}{V} = 1 - \text{Porosidad relativa}$$

f) *Compacidad referida a un conjunto de granos*

$$\text{Compacidad de conjunto} = \frac{V_{\text{total}}}{V_c} = \frac{\sum V_{\text{elementales}}}{V_c} = 1 - \text{oquedad}$$

COEFICIENTE VOLUMETRICO

Si se trata de un solo grano, su coeficiente volumétrico se define como la relación entre el volumen de ese grano al de una esfera que tiene por diámetro su dimensión máxima.

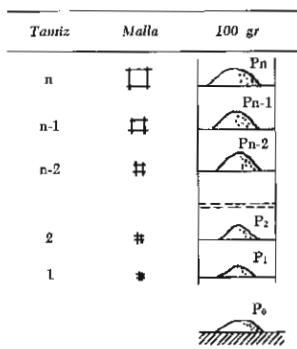
Si se trata de un conjunto de granos, el coeficiente volumétrico es la relación entre la suma de los volúmenes de los granos y la suma de los volúmenes de las esferas a ellos circunscritas.

TAMIZADO Y PASO DE UNA SERIE DE TAMICES A OTRA

Para poder dosificar correctamente un hormigón, a partir de unos áridos dados, es necesario conocer la distribución por tamaños de los granos que forman esos áridos. Un primer sistema para conocer esa distribución consistiría en medir cada grano y dar una tabla en que se reflejen todas estas medidas para cada grano. Es evidente que tal sistema es irrealizable por ser demasiado laborioso.

El sistema empleado consiste en dar el tanto por ciento (en peso) del árido, que pasa por un tamiz de abertura determinada. Repitiendo la operación (con el total del árido) para varios tamices distintos podemos formar una tabla en que frente a cada tamiz aparezca el porcentaje del árido (en peso) que pasa por el tamiz considerado. Este sistema es el empleado. Hay que tener en cuenta que, como la densidad relativa es constante en todos los granos, el número que expresa el porcentaje en peso que pasa por el tamiz considerado es el mismo que expresaría el porcentaje en volumen relativo.

En lugar de cribar tamiz a tamiz, es más cómodo colocar todos estos uno a continuación de otro, de mayor a menor abertura, y tamizar el árido una sola vez. El esquema es el siguiente:



Los pesos pueden referirse al porcentaje que pasa por cada tamiz o al porcentaje que retiene cada tamiz. (Supuesto que cribamos todo el árido por cada tamiz.) Los $P_0, P_1, \dots, P_n$ de la figura suelen denominarse “retenidos parciales” (o que pasan). En nuestro caso:

<i>Tamiz número</i>	<i>Porcentaje que pasa</i>	<i>Porcentaje que retiene</i>
1	P_0	$P_n + P_{n-1} + \dots + P_2 + P_1 = 100 - P_0$
2	$P_0 + P_1$	$P_n + P_{n-1} + \dots + P_3 + P_2$
3	.	.
.	.	.
.	.	.
.	.	.
n-2	$P_0 + P_1 + \dots + P_{n-3}$	$P_n + P_{n-1} + P_{n-2}$
n-1	$P_0 + P_1 + \dots + P_{n-3} + P_{n-2}$	$P_n + P_{n-1}$
n	$P_0 + P_1 + \dots + P_{n-3} + P_{n-2} + P_{n-1}$	P_n

Estos porcentajes suelen denominarse retenidos (o que pasan) “acumulados”. Generalmente $n = 10$.

Emplearemos dos series en los ejercicios que siguen: la A.S.T.M. o americana y la U.N.E. o española. Sus aberturas son:

<i>Serie A.S.T.M.</i>		<i>Serie U.N.E.</i>	
<i>Tamiz (mm)</i>	<i>número</i>	<i>Tamiz (mm)</i>	<i>número</i>
0,149	1	0,16	1'
0,297	2	0,32	2'
0,59	3	0,63	3'
1,19	4	1,25	4'
2,38	5	2,50	5'
4,76	6	5,00	6'
9,50	7	10,00	7'
19,00	8	20,00	8'
38,00	9	40,00	9'
76,00	10	80,00	10'

Para saber si los datos de un ejercicio son porcentajes retenidos (o pasan) “parciales” o “acumulados” bastará ver si suman 100; si esto ocurre son retenidos (o que pasan) “parciales” y en caso contrario, “acumulados”.

La granulometría de un árido puede expresarse analíticamente (como ya hemos visto), es decir, en forma de tabla; o gráficamente, mediante las llamadas curvas granulométricas. Veamos cómo se dibujan éstas.

En ordenadas se llevan los porcentajes (retenidos o que pasan) “acumulados”. La escala es una escala natural. En abscisas se llevan las aberturas de tamices, adoptando una escala logarítmica.

Ya que en la serie A.S.T.M. como en la U.N.E. la abertura de cada tamiz es doble que la del tamiz anterior, quiere decir que si tenemos los tamices h y $h + 1$ se cumple que:

$$h + 1 = 2h$$

Tomando logaritmos:

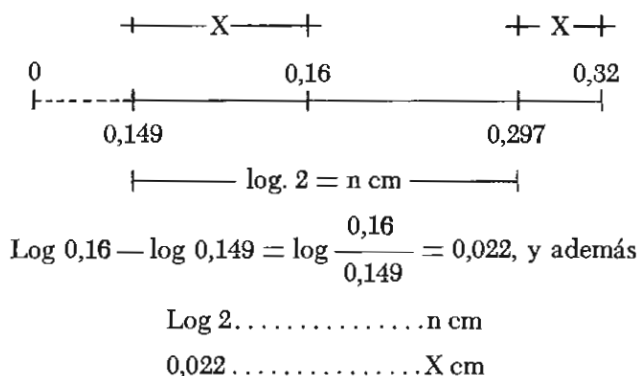
$$\log (h + 1) = \log h + \log 2$$

Por tanto, si la escala elegida es $\log 2 = n$ cm, los puntos que determinan los tamices h y $h + 1$ están separados n cm. Es decir, todos los puntos representativos de los tamices vienen separados n cm entre sí. Si las aberturas de los tamices no guardan relación alguna entre sí, habrá que calcular los logaritmos de cada tamiz y multiplicarlos por la escala elegida.

El punto representativo del tamiz menor se hace coincidir con el origen. Podemos, por tanto, dibujar los ejes, y sus escalas para representar una curva granulométrica.

Veamos ahora cómo se pasan los datos de una serie de tamices a otra (A.S.T.M. y U.N.E.). Para ello bastará saber sobreponer ambas series en el eje de abscisas.

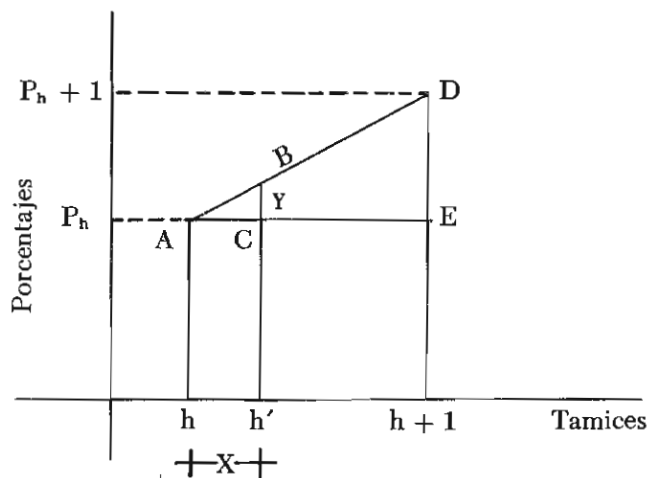
Ya que en la serie A.S.T.M. como en la U.N.E. la abertura de cada tamiz es doble que la del anterior, en ambas vendrán separados los puntos representativos n cm. Es decir, cada tamiz h y h' de cada serie vendrá separado una distancia igual. Bastará fijar la separación "X" (en cm) entre los dos primeros tamices (el 0,149 y el 0,16 mm) para tener resuelto el problema. Para ello:



De donde

$$X = n \frac{0,022}{\log 2} = \frac{0,022}{0,301030} n = 0,0731 n \text{ cm}$$

Si tenemos dibujada la curva granulométrica y en abscisas una de las series, superponemos la otra serie, levantamos paralelas al eje de ordenadas y en los puntos de intersección de éstas con la curva granulométrica tenemos los porcentajes referidos a la nueva serie de tamices. Esta interpolación puede hacerse también analíticamente. Veamos cómo:



Sea la serie de tamices

1, 2, ... h , $h + 1$, ...

1', 2', ... h' , $(h + 1)'$, ...

El problema está resuelto conociendo Y. Ya hemos visto anteriormente cómo se calcula X.

Por semejanza de triángulos podemos escribir:

$$\frac{\overline{DE}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} \quad \text{o sea} \quad \overline{BC} = \frac{\overline{DE} \cdot \overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{(P_{h+1} - P_h) X}{n}$$

Como n y X son conocidos (en cm), tenemos resuelto el problema, ya que:

$$P_h' = P_h + \overline{BC}$$

Análogamente procederíamos para pasar de la serie de h' a la serie h. Veamos el problema 7.

MODULO DE FINURA Y MODULO GRANULOMETRICO

El módulo de finura es el resultado que se obtiene al dividir por 100 la suma de los tantos por ciento *retenidos* (acumulados) por cada tamiz de la serie A.S.T.M.

El módulo granulométrico es el resultado que se obtiene al dividir por 100 la suma de los tantos por ciento *retenidos* (acumulados) por cada tamiz de la serie española.

TAMAÑO MAXIMO DE UN ARIDO

En los problemas de dosificación que a continuación exponemos, el árido está formado por gravas y arenas. El tamaño máximo del árido conjunto es la abertura del menor tamiz que retiene menos de 15% (al cribar por él al árido conjunto). Pero como la composición del árido conjunto no se conoce hasta tener acabado el problema, y para evitar tanteos, se considera como tamaño máximo la abertura del menor tamiz que retiene menos de 25% al cribar por él la grava (en general, el árido de mayor tamaño).

DOSIFICACION DE HORMIGONES

Un primer método de dosificación consistiría en mezclar cantidades variables de grava, arena, agua y cemento, y fabricar unas cuantas probetas con cada dosificación. Estas probetas se ensayarían (resistencias mecánicas, compacidad, impermeabilidad, etc.), y se adoptaría como dosificación tipo la que mejores resultados obtuviese.

Fácilmente se comprende que este método no es práctico, por lo que no es frecuente su empleo. Es mucho más sencillo y rápido obligar a que el árido conjunto (mezcla de los diversos áridos) se "adapte" lo más posible a unas curvas granulométricas ya prefijadas. Las dos curvas más conocidas son la de Fuller y la de Bolomey, y dan lugar a los dos métodos de igual nombre.

1. Método de Fuller

Se debe emplear cuando se trate de obras de hormigón armado, con cantidad de cemento de 300 Kg o más por m³ de hormigón, tamaño máximo del árido 50 ± 20 mm, secciones no muy fuertemente armadas y forma de los granos del árido redondeada (áridos rodados).

Los datos del problema son: granulometría de los áridos, densidad de conjunto y densidad relativa del cemento, agua y áridos, cantidad de cemento por m³ de hormigón, cantidad de agua y ley de Fuller:

$$y = 100 \sqrt{d/D} \quad \text{en donde:}$$

y = porcentaje que pasa por el tamiz de abertura d.

d = abertura del tamiz.

D = tamaño máximo del árido.

Hay que determinar las proporciones (en peso o volumen) como se debe mezclar agua, cemento y áridos para obtener un hormigón de compacidad (y por tanto resistencia) máxima. El método a seguir es:

Se dibujan las curvas granulométricas de los áridos, así como la ley de Fuller (también llamada parábola de Gessner). Se comienza a tantear diversas proporciones de arena y grava, dibujando las curvas

granulométricas de esas mezclas. Se supone que "se ajusta" la curva del árido conjunto a la parábola de Gessner si las áreas situadas por encima de esa parábola son iguales a las situadas por debajo.

Determinada la proporción de áridos que cumplen esta condición, sabemos en qué relación deben mezclarse (relación de volúmenes relativos).

Como para fabricar 1 m³ de hormigón sabemos que la suma de los volúmenes relativos de agua, cemento y áridos debe ser 1.025 litros, restamos de esta cantidad los volúmenes relativos de agua y cemento y tenemos el volumen relativo del total de los áridos. Repartimos este volumen proporcionalmente a las relaciones obtenidas con las curvas granulométricas y tenemos el problema resuelto en volúmenes relativos. Multiplicando por las densidades relativas tenemos los pesos, y dividiendo por las densidades de conjunto tenemos los volúmenes de conjunto.

2. Método de Bolomey

Se debe emplear el método de Bolomey: cuando se dispone de muchos áridos, cuando se trata de hormigonar grandes masas o secciones fuertemente armadas.

En este método se considera el cemento como árido. Interviene la forma de los áridos, según veremos más adelante. La Ley de Bolomey es:

$$y = a + (100 - a) \sqrt{d/D} \quad \text{donde:}$$

y, d, y D tienen el significado visto al hablar del método de Füller, y a depende de la consistencia del hormigón y del tipo de árido, según:

Tabla 5-1

<i>Tipo de árido</i>	<i>Consistencia</i>	<i>a</i>
Rodado	Seco-plástica	10
	Blanda	11
	Fluida	12
Machacado	Seco-plástica	12
	Blanda	13
	Fluida	14

En este método se hacen las correcciones que figuran en la tabla siguiente:

Tabla 5-2

Arido fino aproximado y cantidad de agua por metro cúbico de hormigón, basado en áridos de granulometría y características físicas medias en mezclas con relación agua/cemento alrededor 0,57 en peso; 76 mm de asiento y arena con módulo de finura de alrededor 2,76

ARIDO GRUESO DE CANTOS RODADOS			ARIDO GRUESO DE PIEDRA PARTIDA	
<i>Tamaño máximo del árido grueso (milímetros)</i>	<i>Arido fino, en porcentaje del volumen absoluto del agregado total</i>	<i>Cantidad de agua por m³ de hormigón (litros)</i>	<i>Arido fino, en porcentaje del volumen absoluto del agregado total</i>	<i>Cantidad de agua por m³ de hormigón (litros)</i>
12,7	51	199	56	214
19,1	46	184	51	199
25,4	41	178	46	193
38,1	37	166	42	181
50,8	34	157	39	172
76,2	31	148	36	163
152,4	26	131	31	145

Tabla 5-3

Árido fino aproximado y cantidad de agua por metro cúbico de hormigón, basado en áridos de granulometría y características físicas medias en mezclas con relación agua/cemento de alrededor 0,57 en peso; 76 mm de asiento y arena con módulo de finura de alrededor 2,78

(ajuste de valores de la tabla anterior para otras condiciones)

Cambios de las condiciones estipuladas en la tabla	Modificación de Valores en la Tabla	
	Por ciento árido fino ¹	Cantidad unitaria agua ¹
Cada 0,05 de aumento o disminución de la razón agua/cemento	± 1	0
Cada 0,1 de aumento o disminución del módulo de finura del árido fino	± ½	0
Cada 25 mm de aumento o disminución del asiento (cono de ABRAMS)	—	± 3%
Arenas artificiales (cantos vivos)	+ 3	+ 6,8 litros.
Para hormigones menos trabajables, como en pavimentos.	— 3	— 3,6 litros.

¹ + indica aumento; — disminución correspondiente a las condiciones establecidas en la primera columna.

Tanto en este método como en el de Füller, la relación agua/cemento puede ser dada directa o indirectamente; para este segundo caso damos la siguiente tabla:

Consolidación por picado	—	Consistencia blanda-fluida
Consolidación apisonado	—	Consistencia todas
Consolidación vibración	—	Consistencia seco-plástica
Puesta en obra por centrifugación	—	Consistencia fluida
Puesta en obra por vacío	—	Consistencia fluida
Puesta en obra bajo el agua	—	Consistencia blanda
Puesta en obra bajo el agua	—	Cantidad de C = 350 Kg/m ³ mínimo

Otras tablas útiles que ligan: Resistencia del hormigón, cantidad de cemento, dimensiones de la sección, tamaño máximo del árido, relación agua/cemento, etc., pueden hallarse en el libro "Hormigones", de F. Arredondo.

Para dosificar un hormigón por el método de Bolomey, se dibuja la Ley de Bolomey correspondiente al valor de "a" calculado. Se determina la cantidad de agua y cemento. Se ajusta la mezcla de áridos a la Ley de Bolomey adoptada, teniendo en cuenta que el cemento es otro árido más. Se hacen las correcciones vistas anteriormente en este apartado, y se procede como en el método de Füller. Otra tabla interesante es la siguiente:

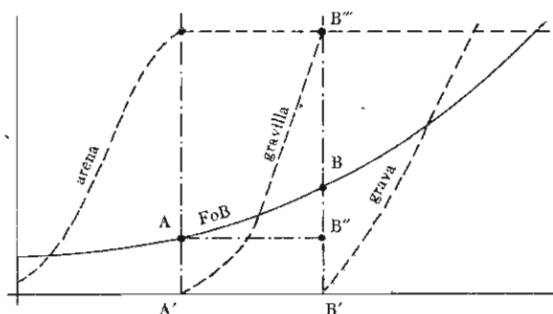
TABLA 5-4

Cantidad de agua necesaria en l

Consistencia	Asiento (cm)	Grava y arena natural			Piedra partida y arena de machaqueo		
		80 mm	40 mm	20 mm	80 mm	40 mm	20 mm
Seca	0-2	135	155	175	155	175	195
Plástica	2-5	150	170	190	170	190	210
Blanda	5-11	165	185	205	185	205	225
Fluida	11-20	180	200	220	200	220	240

CONSEJOS UTILES

Para comenzar a tantear soluciones, tanto por el método de Füller como por el de Bolomey, conviene proceder como sigue:



Obligamos a pasar la curva granulométrica del árido conjunto por los puntos A, B, etc. En nuestro caso, con tres áridos (arena, grava, grava) obligamos a pasar por A y B; por tanto:

Para que pase por A debe ser el porcentaje de arena = $\overline{AA'}$.

Para que pase por B debe ser el porcentaje de arena + el porcentaje de grava = $\overline{BB'}$, y por tanto el porcentaje de grava = $\overline{BB'} - \overline{AA'} = \overline{BB''}$.

El tanto por ciento de grava = $100 - \overline{BB'} = \overline{BB''}$. Igual se operaría en caso de ser muchos áridos.

Hacemos notar que la experiencia nos ha demostrado que este primer tanteo suele ser válido en gran número de ocasiones, y que en caso de no serlo, basta siempre con un segundo tanteo. Los ejercicios resueltos hasta ahora así lo demuestran (véase ejercicios 1 a 12).

En Füller y Bolomey, como se trata de métodos gráficos, no importa que los análisis granulométricos vengan en serie U.N.E. o A.S.T.M.

METODO DE LA RESISTENCIA A LOS 28 DIAS

Este método de dosificación toma en cuenta la resistencia en Kg/cm² a los 28 días en probeta cilíndrica de 15 x 30 cm. Ocurre a veces que se da la resistencia característica en vez de la resistencia media, para pasar de una a otra:

$$R_m = K_1 \cdot R_k$$

en donde:

$K_1 = 1,35$ a $1,60$ si las condiciones de ejecución de obra son "corrientes".

$K_1 = 1,2$ a $1,25$ si las condiciones de ejecución de obra son "intermedias".

$K_1 = 1,15$ si las condiciones de ejecución de obra son "excelentes".

También puede ocurrir que en vez de conocer la resistencia (característica o media) en probeta cilíndrica, sepamos la resistencia en probeta cúbica; para pasar de una a otra recordemos que:

$$R_{cil} = 0,75 \cdot R_{cub}$$

Una vez conocida la resistencia media a los 28 días en probeta cilíndrica, de 15 x 30 (en Kg/cm²), se puede obtener la concentración (Z) o relación en peso cemento/agua mediante la fórmula:

$$Z = K_2 \cdot R_m + 0,5$$

En donde:

Z = concentración = relación cemento/agua en peso.

R_m = resistencia media en probeta cilíndrica (15 x 30) a los 28 días.

K_2 = parámetro que vale:

Cemento	Aridos rodados	Acidos machacados
P-250	0,0072	0,0046
P-350	0,0054	0,0035
P-450	0,0045	0,0030

A continuación se determina el tamaño máximo del árido, según lo expuesto anteriormente y mediante la tabla 5-4 se halla la cantidad necesaria de agua (en litros), en función de la consistencia, tipo y tamaño de los áridos. Conocida la cantidad de agua y la concentración, es fácil calcular la cantidad de cemento necesaria.

$$C = Z \cdot a$$

A continuación se determinan las proporciones de los áridos en función del módulo granulométrico del árido más fino (ya definido) y del ábaco que acompañamos. Los valores así obtenidos:

$$t_{a1}, t_{a2}, t_{a3}, \dots, t_{an}$$

son los tantos por ciento teóricos en que habría que mezclar el árido fino con cada uno de los otros áridos si el hormigón sólo constase de esos dos áridos (el fino y el considerado en cada caso).

A partir de estos tantos por ciento, hallamos los tantos por ciento de cada árido para el hormigón considerado mediante las fórmulas:

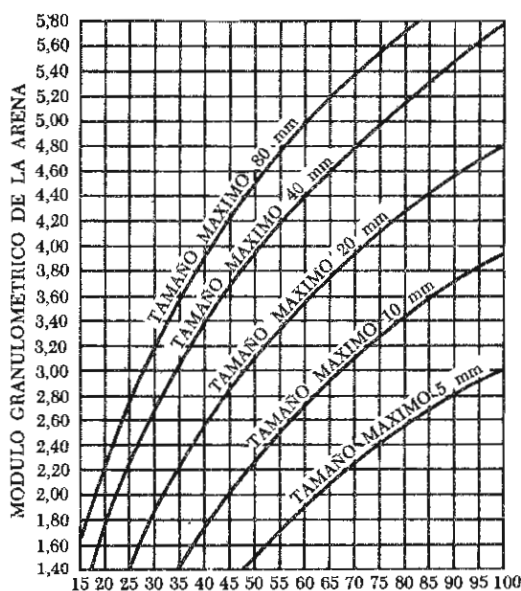
$$t_o = t_{an}$$

$$t_i = t_{an} \frac{100 - t_{ai}}{t_{ai}} - (t_1 + t_2 + \dots + t_{i-1})$$

Donde t_{an} es considerando la mezcla arena-árido más grueso y t_o el porcentaje de arena, t_i el porcentaje del árido segundo más fino, etc. Al llegar a este punto hay que hacer algunas CORRECCIONES:

a) Para hormigón vibrado, se aumenta el árido más grueso 4% y se resta este 4% de los demás áridos, proporcionalmente a los tantos por ciento de esos áridos.

b) Para hormigón sin armar se aumenta el árido más grueso en 3%, que se disminuye de los otros áridos como en el caso anterior.



PORCENTAJE DE ARENA REFERIDO A LA SUMA DE LOS VOLUMENES REALES DE LOS DOS ÁRIDOS QUE SE VAN A MEZCLAR

c) Para áridos machacados se aumenta el árido más fino en 4%, que se deduce de los otros áridos como hemos hecho anteriormente.

Si es necesario hacer dos o más de estas correcciones se aplican en el orden que se desee, ya que el error que se puede introducir por variar éste es despreciable. Conocidos ya los tantos por ciento de cada árido, se procede como en el caso de Füller o Bolomey, con algunas variantes que ya veremos.

Este método está desarrollado suponiendo que el hormigón lleva a 300 Kg de cemento por metro cúbico. Por tanto, de los 1.025 litros restamos los volúmenes relativos de agua y de los 300 Kg de cemento. El volumen relativo así hallado lo repartimos proporcionalmente a los tantos por ciento hallados para los áridos. Obtenemos así las cantidades de cada árido. En este momento hay que hacer nuevas CORRECCIONES.

Si la cantidad de cemento es mayor o menor de 300 Kg, se resta o añade al árido más fino el volumen relativo de la diferencia. Si el hormigón lleva aire ocluido, el volumen ocupado por éste se resta del árido más fino.

Para poder dosificar hormigones por este método es necesario que los tamices utilizados sean los de la serie U.N.E. Si no ocurriera así, deberíamos pasar los datos a esta serie, según ya vimos. Si faltase algún tamiz (para hallar el módulo granulométrico de la arena) sería necesario interpolar.

ENSAYOS DE RESISTENCIA

La resistencia media de una serie de probetas es la media de todos los resultados obtenidos. La resistencia característica, según el Instituto Eduardo Torroja, es la media de la mitad más baja de los resultados obtenidos. La resistencia característica, según el Comité Europeo del Hormigón, es el doble de la media de la mitad más baja, menos la media de todas las probetas.

Generalmente las probetas son cilíndricas, de 15×30 cm. Si fueran cúbicas sabemos que $R_{cu} = 0,75 \cdot R_{cub}$.

A la vista de los resultados del problema núm. 14, podemos sacar las siguientes conclusiones:

La resistencia característica según el Comité Europeo del Hormigón es más exigente que la resistencia característica según el Instituto Eduardo Torroja.

Si en una serie de probetas aumentamos el valor de una de ellas, puede parecer paradójico que el valor de su resistencia característica, según el C.E.B., disminuya. Esto se debe a que si hay cierta probabilidad de encontrar valores altos, también es posible que se encuentren valores bajos; dicho de otro modo, aumenta la dispersión. Por eso es más racional determinar la resistencia característica según el C.E.B.

En los ejercicios anteriores, siempre que nos referimos a una resistencia característica lo hacemos según el I.E.T., ya que todavía no es oficial en España la del C.E.B., aunque lo será en fecha próxima. Además, el método de dosificación basado en la resistencia a los 28 días está dado en función de la resistencia característica según el I.E.T.

ACCION DE LOS AGENTES AGRESIVOS SOBRE EL HORMIGON

A) Atmósferas agresivas

Norma general

Todos los gases que enrojeczan el papel tornasol humedecido deben considerarse como "potencialmente agresivos".

Excepción: CO_2 ataca en seco y no en húmedo, sobre todo al SF-250. El SO_2 y el SO_3 siguen la regla general.

B) Aguas agresivas

El hormigón suficientemente compacto y con alta concentración de cemento sólo es atacado por las aguas que contienen más de 1.000 mg/litro de sales agresivas, o un pH menor que 5. En condiciones ordinarias se consideran agresivas:

- pH menor que 7 (por ejemplo, que tengan suficiente CO_2 , sobre todo las de montaña).
- Las aguas residuales de algunas industrias: minas de carbón, coquerías, celulosa, azúcar, pinturas, galvanoplastia, productos lácteos.
- Aguas muy puras (lluvia o deshielo).
- Aguas de mar.
- Aguas que tengan sales amoniacales disueltas.

EL HORMIGON FRESCO ES MAS FACILMENTE ATACABLE QUE EL YA ENDURECIDO.

C) Otros agentes agresivos

Amonio (a las armaduras del hormigón armado), hidróxidos y lejías, bromuros, cloruros, sulfatos y sulfitos de casi todos los metales, cloro en estado gaseoso, sublimado de mercurio, carbonatos (especialmente debidos a los sulfatos que generalmente les acompañan).

Los nitritos y nitratos no atacan el hormigón.

Acidos orgánicos: todos le atacan, excepto los que dan lugar a sales solubles de calcio.

Alcoholes: no atacan, excepto los fenoles y sus derivados.

La glicerina le ataca, así como los azúcares y las melazas.

Hidrocarburos: no suelen atacar, aunque se filtran a través de la masa debido a su extraordinaria fluidez.

Tabela 5-5

PROPIEDADES DE LOS CEMENTOS Y SU EMPLEO EN HORMIGONES

Damos a continuación la lista de los conglomerantes hidráulicos del pliego español con sus características más importantes. Estos datos han sido tomados del libro "Empleo de los Conglomerantes Hidráulicos" editado por el I.E.T. c.c.

[illegible]

Problemas resueltos

1. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Se mezclan en peso una arena y una grava en la relación grava/arena = n . Las características de la arena y de la grava son:

	<i>D. conjunto</i>	<i>D. relativa</i>
Grava	$D_c g$	$D_r g$
Arena	$D_c a$	$D_r a$

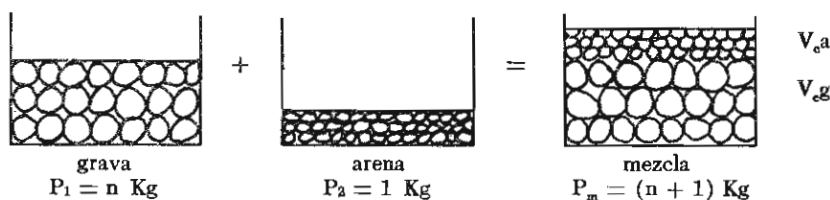
Hallar la Ley de variación de la densidad de conjunto del árido resultante en función de n .

Solución

Suponemos que la arena no entra nunca en los poros accesibles de la grava.

Primera hipótesis

“Si los huecos dejados por la grava (entre grano y grano) son tan pequeños que no cabe en ellos la arena” (cuando la arena y la grava son de tamaños análogos), en este caso tendremos que, al mezclar ambos áridos, ocurrirá lo indicado en la figura.



Por otro lado, tenemos que, como la relación en que hemos mezclado la grava y la arena es grava/arena = n , por cada Kg de arena habrá en la mezcla n Kg de grava. Luego tendremos que:

$$D_{cM} = \frac{P_M}{V_{conj. M}} = \frac{P_1 + P_2}{V_{ca} + V_{cg}} = \frac{1 + n}{\frac{1}{D_{ca}} + \frac{n}{D_{cg}}}$$

expresión que nos da la ley de variación pedida con esta primera hipótesis.

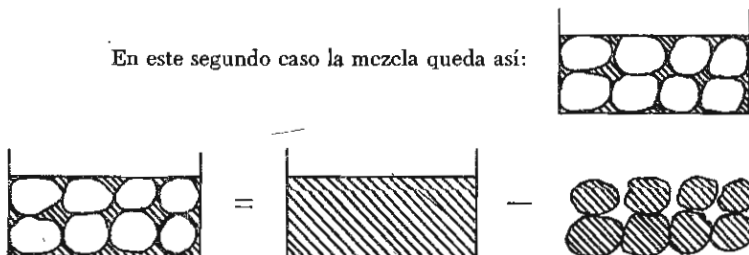
Segunda hipótesis

Si la arena cabe en los huecos dejados entre sí por los granos de la grava (caso más frecuente), tenemos dentro de esta hipótesis tres más, que son las siguientes:

1. Cuando no hay suficiente arena para rellenar los huecos existentes entre la grava.
2. Cuando la arena rellena los huecos existentes entre la grava y enrasa.
3. Cuando la arena rellena los huecos existentes entre la grava y sobra arena.

Vamos qué condiciones se han de cumplir para que se verifique el segundo caso.

En este segundo caso la mezcla queda así:



o sea: (1) $V_{\text{conj. arena}} = V_{\text{conj. mezcla}} - V_{\text{total de grava}}$

verificándose también en este caso que $V_{\text{conj. mezcla}} = V_{\text{conj. grava}}$

y supuesto $h_a = 0$, $V_{\text{total grava}} = V_{\text{relat. grava}}$

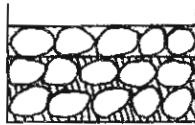
luego la expresión (1) quedará de la forma siguiente:

$$V_{\text{conj. arena}} = V_{\text{conj. grava}} - V_{\text{relat. grava}} = \frac{P_1}{D_{cg}} - \frac{P_1}{D_{rg}} = \frac{n}{D_{cg}} - \frac{n}{D_{rg}}$$

y como: $V_{ca} = P_2/D_{ca} = 1/D_{ca}$

Resulta: $V_{\text{conj. arena}} = \frac{n}{D_{\text{conj. grava}}} - \frac{n}{D_{\text{relat. grava}}} = \frac{1}{D_{\text{conj. arena}}}$

Observándose que si se cumple la anterior igualdad se verifica el segundo caso, es decir, la arena rellena todos los huecos dejados por la grava y enrasa. En el caso 1, es decir, "cuando la arena no rellena todos los huecos dejados por la grava", tendremos que:

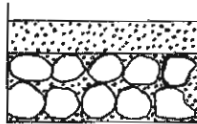


$V_{\text{conj. arena}}$ será menor que $V_{\text{conj. mezcla}} - V_{\text{total grava}}$

verificándose por tanto que:

$$\frac{1}{D_{c. arena}} \text{ menor que } \frac{n}{D_{\text{conj. grava}}} - \frac{n}{D_{\text{relat. grava}}}$$

En el caso 3, es decir, "cuando la arena rellena los huecos dejados por la grava y sobra arena después de rellenarlos" tendremos que:

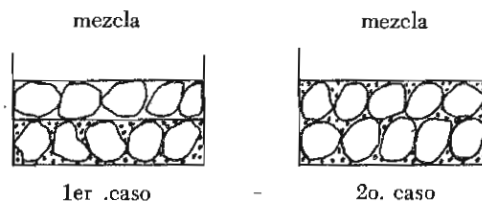


$V_{\text{conj. arena}}$ mayor que $V_{\text{conj. grava}} - V_{\text{total grava}}$

verificándose por tanto que:

$$\frac{1}{D_{c. arena}} \text{ mayor que } \frac{n}{D_{\text{conj. grava}}} - \frac{n}{D_{\text{relat. grava}}}$$

Estudio de los casos primero y segundo



En cualquiera de los dos casos se verifica que:

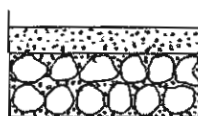
$V_{\text{conj. mezcla}} = V_{\text{conj. grava}}$ luego tendremos que:

$$D_{\text{conj. mezcla}} = \frac{P_{\text{mezcla}}}{V_{\text{conj. m}}} = \frac{P_{\text{mezcla}}}{V_{\text{conj. grava}}} = \frac{1 + n}{\frac{P_{\text{grava}}}{D_{c. grava}}}$$

Luego tendremos que:

$$D_{\text{conj. mezcla}} = \frac{1 + n}{\frac{n}{D_{c. grava}}}$$

Estudio del tercer caso



En este caso tenemos que:

$$V_{\text{conj. mezcla}} = V_{\text{total grava}} + V_{\text{conj. arena}}$$

luego tendremos que:

$$D_{\text{conj. mezcla}} = \frac{P_{\text{mezcla}}}{V_{\text{conj. mezcla}}} = \frac{1 + n}{V_{\text{relat. grava}} + V_{\text{conj. arena}}}$$

luego,

$$D_{\text{conj. mezcla}} = \frac{1 + n}{\frac{n}{D_{\text{relat. grava}}} + \frac{1}{D_{\text{conj. arena}}}}$$

2. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos).

Se mezclan pesos iguales de una grava y una arena de las siguientes características:

	D_r (Kg/dm ³)	D_c (Kg/dm ³)
Grava	2,6	1,682
Arena	2,65	1,730

Se desea saber el peso de 1 m³ de la mezcla.

Solución

Suponemos que la arena es lo suficientemente pequeña para entrar en los huecos que dejan entre sí los granos de grava, pero no para penetrar en los poros accesibles de los granos de grava. Tomamos 1 Kg de arena y 1 Kg de grava.

Veamos primero si sobra o falta arena para rellenar los huecos que dejan entre sí los granos de grava.

$$V_{cg} = 1/1,682 \quad V_{rg} = 1/2,6$$

$$\text{Huecos entre granos de grava} = \frac{1}{1,682} - \frac{1}{2,6} = \frac{0,918}{2,6 \cdot 1,682} = 0,21 \text{ dm}^3$$

$$V_{ca} = 1/1,73 = 0,578$$

Como 0,578 es mayor que 0,21, sobra arena. Por tanto, el volumen de conjunto de la mezcla será igual al volumen de conjunto de la arena más el volumen relativo de la grava:

$$V_{ca} = 0,578 \quad V_{rg} = 1/2,6 = 0,385 \quad 0,578 + 0,385 = 0,963$$

La densidad pedida es:

$$D_{em} = 2/0,963 = 2,08 \text{ Kg/dm}^3$$

3. Se mezclan una grava y una arena en la proporción 2 de grava por 1 de arena en volúmenes de conjunto. Hallar el tanto por ciento que aumenta el volumen de conjunto de la grava al añadirle la arena, sabiendo que:

	D_c	D_r
Arena	1,68	2,50
Grava	1,8	2,50
Mezcla	1,93	2,50

Solución

Sea 2 V el volumen de conjunto de la grava y V el volumen de conjunto de la arena (en dm³).

$$\text{Peso de la grava} = 2 V \cdot 1,8 \text{ Kg}$$

$$\text{Huecos entre granos de grava} = V_{cg} - V_{rg} = 2 V - \frac{2 V \cdot 1,8}{2,5}$$

La arena que sobra es:

$$V - \left(2 V - \frac{2 V \cdot 1,8}{2,5} \right) = 0,44 V$$

Por tanto:

$$\begin{array}{l} 2 V \text{ aumenta } 0,44 V \\ 100 \dots\dots\dots X \end{array} \quad X = \text{porcentaje aumenta} = 100 \frac{0,44 \cdot V}{2 \cdot V} = 22\%$$

Vemos que la hipótesis hecha implícitamente de que la arena rellena los huecos entre granos de grava y sobra todavía es válida. Además, no se ha utilizado la densidad de conjunto ni la relativa de la arena, ni la densidad de conjunto de la mezcla.

Calculemos la densidad de conjunto de la mezcla, para ver si coincide con la dada en el enunciado.

$$\text{Peso de la mezcla} = 2 V \cdot 1,80 + V \cdot 1,68 = 5,28 V.$$

$$\text{Volumen de conjunto de la mezcla} = 2 V + 0,44 V = 2,44 \cdot V$$

$$D_{cm} = \frac{5,28 \cdot V}{2,44 \cdot V} = 2,16$$

Luego, además de sobrar datos en el enunciado, están dados erróneamente.

4. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Un cajón de 110 . 72 . 85 cm contiene 1.042 Kg de arena de densidad relativa 2,65 Kg/dm³ cuando está lleno y enrasada su superficie. Se pide:

a) Determinar la compacidad del conjunto.

b) Determinar la cantidad máxima de agua que podrá agregarse al cajón para rellenar los huecos que deja la arena, suponiendo que ésta no es absorbente.

Solución

$$\text{Volumen del cajón} = \text{Volumen del conjunto} = 11 \cdot 72 \cdot 8,5 = 673,2 \text{ dm}^3$$

$$\text{Peso} = 1.042 \text{ Kg}$$

$$\text{Suma volúmenes relativos de granos de arena} = \text{Volumen total (por no ser absorbente la arena)} = 1.042/2,65 = 394 \text{ dm}^3$$

$$\text{Compacidad del conjunto} = 394/673,2 = 0,583$$

El agua que puede agregarse es la diferencia entre el volumen de conjunto y el volumen relativo de la arena:

$$673,2 - 394,0 = 279,2 \text{ litros}$$

5. Se dispone de una arena y una grava de las siguientes características:

	D_r	D_e
Arena	2,5	1,5
Grava	2,6	1,6

Se mezclan en la proporción arena/grava 3:1 en volúmenes relativos. Hallar:

a) En qué proporción están los volúmenes de conjunto y los pesos.

b) El porcentaje que aumenta el volumen de conjunto de la arena al añadirle la grava.

c) El porcentaje que aumenta el volumen de conjunto de la grava al añadirle la arena.

Solución

a) Sean 3 V y V los volúmenes relativos de arena y grava.

$$\text{Peso arena} = 3 \cdot V \cdot 2,5$$

$$\text{Peso grava} = V \cdot 2,6$$

$$\text{Relación arena/grava en peso} = \frac{3 \cdot V \cdot 2,5}{V \cdot 2,6} = 2,88$$

$$\text{Volumen de conjunto de la arena} = \frac{3 \cdot V \cdot 2,5}{1,5}$$

$$\text{Volumen de conjunto de la grava} = \frac{V \cdot 2,6}{1,6}$$

$$\text{Relación arena/grava en volúmenes de conjunto} = \frac{\frac{3 \cdot V \cdot 2,5}{1,5}}{\frac{V \cdot 2,6}{1,6}} = \frac{3 \cdot 2,5 \cdot 1,6}{1,5 \cdot 2,6} = 3,07$$

b) Volumen de conjunto de la mezcla = $V_{ca} + V_{rg} = \frac{3 \cdot V \cdot 2,5}{1,5} + V = V \left(\frac{3 \cdot 2,5}{1,5} + 1 \right) = 6 V$
 luego el volumen de conjunto de la arena que era $5 V$ se convierte en $6 V$, aumentando; por tanto, 20%.

c) El volumen de conjunto de la grava era $V \frac{2,6}{1,6}$ y se convierte en $6 V$; por tanto, aumenta $\left(6 - \frac{2,6}{1,6} \right) V$.

$$\left. \begin{array}{l} V \frac{2,6}{1,6} \dots\dots\dots \left(6 - \frac{2,6}{1,6} \right) V \\ 100 \dots\dots\dots X \end{array} \right\} \quad X = 292 \%$$

6. Se dispone de seis áridos cuyo volúmenes y dimensiones máximas, en cm^3 y cm respectivamente, son:

Arido	V (cm^3)	d (cm)
1	10	4
2	11	3
3	12	3
4	8	3
5	10	5
6	7	3
TOTALES	58 cm^3	21 cm

Se desea saber el coeficiente volumétrico de cada grano y el coeficiente volumétrico del conjunto de granos.

Solución

$$C_{v1} = \frac{10}{\frac{\pi}{6} \cdot 4^3} = 10/33,5 = 0,298$$

$$C_{v2} = \frac{11}{\frac{\pi}{6} \cdot 3^3} = 11/14,1 = 0,78$$

$$C_{v3} = 12/14,1 = 0,85$$

$$C_{v4} = 8/14,1 = 0,568$$

$$C_{v5} = \frac{10}{\frac{\pi}{6} \cdot 5^3} = 10/65 = 0,154$$

$$C_{v6} = 7/14,1 = 0,497$$

$$C_{vc} = \frac{58}{33,5 + 14,1 \cdot 4 + 65} = 58/154,9 = 0,363$$

Como C_{ve} es mayor que 0,15 se trata de unos áridos que pueden emplearse para fabricar hormigones.

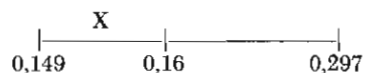
7. Hallar los porcentajes "retenido" (parcial y acumulado) y "que pasa" al cribar 100 gr de arena del Manzanares por los tamices de la serie U.N.E. (0,16 . . . 80 mm).

Solución

En el libro "Hormigones", de F. Arredondo, pág. 22, se tiene, para esa arena y serie A.S.T.M.:

Lado abertura (mm)	Porcentaje retenido	
	Parcial	Acumulado
76	0	0
38	0	0
19	0	0
9,5	0	0
4,76	0	0
2,38	11	11
1,90	27,2	38,2
0,59	34,1	72,3
0,297	24,2	96,5
0,149	3,5	100

Dibujamos la curva granulométrica con escalas 10% = 1 cm y $\log 2 = 2$ cm, para hallar X:



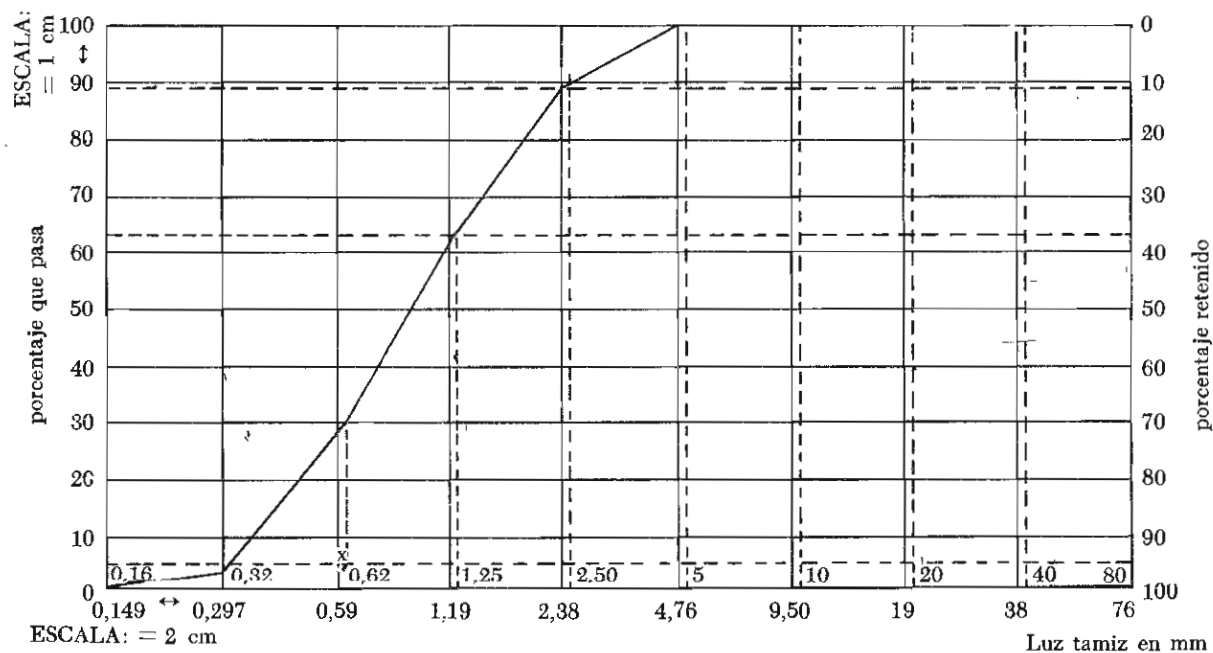
$$X = \log 0,16 - \log 0,149 = 0,022$$

$$\text{Log. 2} \dots\dots\dots 2 \text{ cm}$$

$$X = 0,146 \text{ cm}$$

$$0,022 \dots\dots\dots X$$

Tomamos esta distancia a la derecha de cada tamiz serie A.S.T.M. y tenemos los tamices serie U.N.E. Interpolamos gráficamente y obtenemos el siguiente resultado:



<i>Lado abertura (mm)</i>	<i>Porcentaje retenido</i>		<i>Porcentaje que pasa</i>
	<i>P</i>	<i>A</i>	
80	0	0	100
40	0	0	100
20	0	0	100
10	0	0	100
5	0	0	100
2,5	10,5	10,5	89,5
1,25	26,0	36,5	63,5
0,62	33,5	70,0	30,0
0,32	25,5	95,5	5,0
0,16	3,5	99,0	1,0

Para pasar de porcentaje retenido acumulado a porcentaje retenido parcial hemos operado así: hasta 5 mm son todos cero. El 2,5 acumulado es 10,5 que es el mismo valor del parcial.

El p. de 1,25 es 36,5 — 10,5 = 26,0

El p. de 0,62 es 70 — 36,5 = 33,5 etc.

8. Hallar el módulo de finura y el módulo granulométrico de la arena del ejercicio anterior.

Solución

$$mf = \frac{1}{100} (11,0 + 38,2 + 72,3 + 96,5 + 100,0) = 3,18$$

$$mg = \frac{1}{100} (10,5 + 36,5 + 70,0 + 95,5 + 99,0) = 3,115$$

9. Se dispone de un arena y una grava cuyo análisis se da a continuación. La densidad de conjunto de ambos es 1,5 y su densidad relativa 2,5. El hormigón es para armar, lleva 300 Kg/m³ de cemento y relación agua/cemento = 0,5 en peso.

Densidad relativa del cemento: 3,05

Determinése la dosificación adecuada.

<i>Tamiz (mm)</i>	<i>Porcentaje grava retenida</i>	<i>Porcentaje arena retenida</i>
76	0	0
38	37	0
19	62	0
9,5	81	0
4,76	92	11
2,38	98	20
1,19	100	40
0,59	100	60
0,297	100	80
0,149	100	95

Escala: $\log 2 = 2 \text{ cm}$ y $10\% = 1 \text{ cm}$

Solución

Por ser hormigón para armar y de 300 Kg de cemento, empleamos el método de Fuller. El tamaño máximo del árido es 76 mm.

La ley de Fuller será:

$$y = 100 \sqrt{d/76}$$

Dibujamos la parábola de Gessner, así como las curvas granulométricas de arena y grava.

Primer tanteo: obligando a que la curva del árido conjunto pase por el punto A, tenemos: % arena = 22; % grava = 78.

Como vemos en la figura, queda suficientemente ajustada la curva granulométrica del árido conjunto. Tomamos por buenos estos valores (aunque quizá sea más exacta la proporción 21% de arena y 79% de grava).

$$\text{Agua/cemento} = 0,5 = a/300 \quad a = 150 \text{ litros}$$

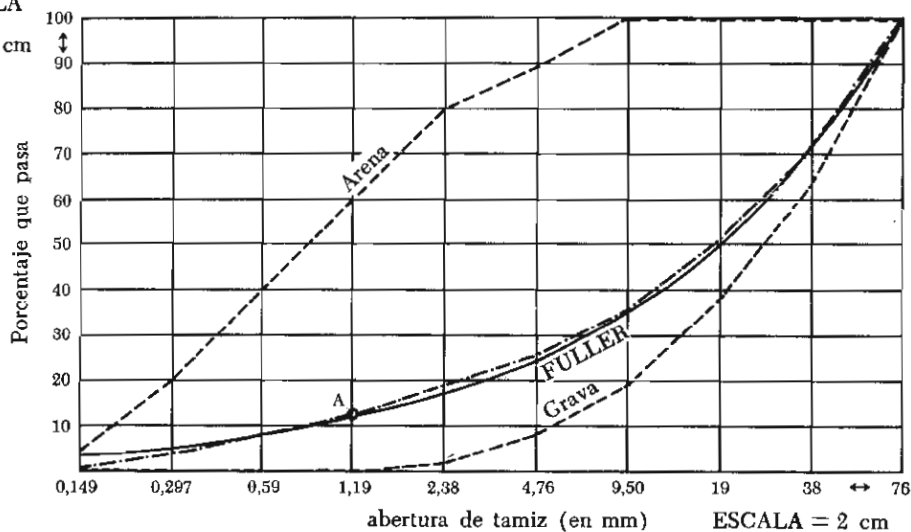
El volumen relativo de grava y arena es:

$$V_{rc} = 1.025 - \frac{300}{3,05} - 150 = 776,64 \text{ litros}$$

$$V_{rk} = 0,78 \cdot 776,64 = 605,78 \text{ litros}$$

ESCALA

= 1 cm



1er. TANTEO

22% de arena

78% de grava

$$V_{ra} = 0,22 \cdot 776,64 = 170,86 \text{ litros}$$

$$P_g = 605,78 \cdot 2,5 = 1.514,45 \text{ Kg}$$

$$P_a = 170,86 \cdot 2,5 = 427,15 \text{ Kg}$$

$$V_{cg} = 1.514,45/1,5 = 1.009,6 \text{ litros}$$

$$V_{ca} = 427,15/1,5 = 284,76 \text{ litros}$$

10. Se dispone de dos áridos rodados cuyas granulometrías son las siguientes:

Tamiz (mm)	Porcentaje que pasa	
	Arena	Grava
76	100	100
38	100	60
19	100	40
9,50	100	20
4,76	100	0
2,38	70	0
1,19	50	0
0,59	40	0
0,297	25	0
0,149	15	0

Con estos áridos se quiere fabricar un hormigón para armar de 305 Kg de cemento por metro cúbico de hormigón, relación agua/cemento 0,66. Las densidades son:

	D_r	D_c
Grava (seca)	2,6	1,6
Arena (seca)	2,5	1,5
Agua	1	1
Cemento	3,05	1,7

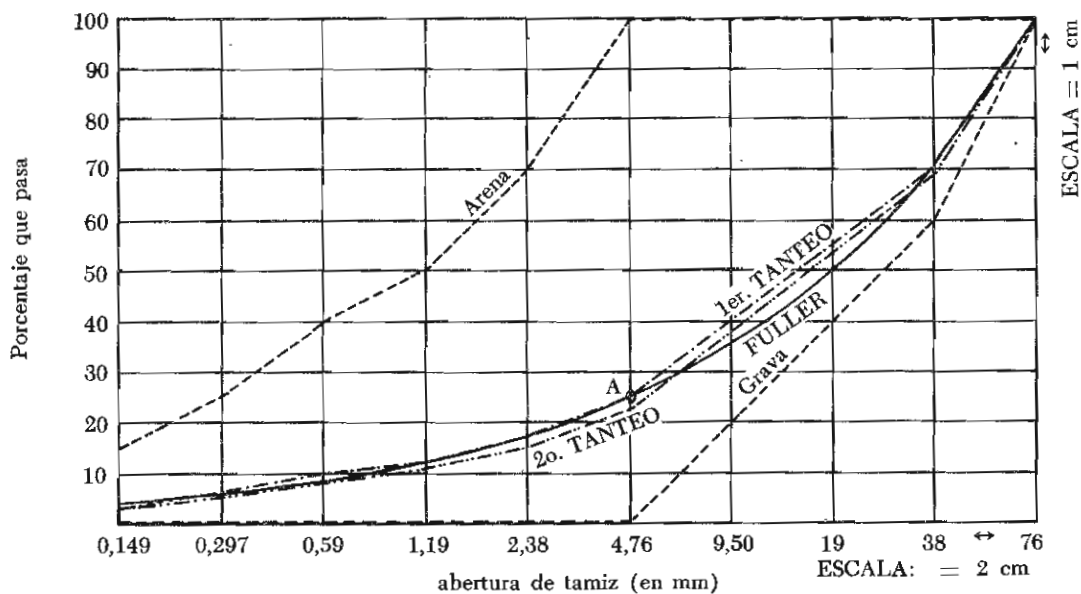
Se pide: determinar la cantidad de cada componente, expresada en Kg, que se necesita para cada amasado en una hormigonera de 250 litros, sabiendo que la grava tiene 1% de humedad (en peso) y la arena 6% de humedad.

Escalas: log 2 = 2 cm y 10% = 1 cm

Solución

Para el primer tanteo hacemos que la curva del árido conjunto pase por el punto A. Es decir, tomamos 25% de arena y 75% de grava. Las áreas situadas por encima de la parábola de Gessner son mayores que las situadas por debajo; por tanto, hay exceso de arena.

El segundo tanteo lo hacemos con 22% de arena y 78% de grava. Como puede apreciarse en la gráfica adjunta, da una aproximación suficiente.



1er. TANTEO	2o. TANTEO
25% de arena	22% de arena
75% de grava	78% de grava

$$a/c = 0,66 = a/305 \quad \text{de donde} \quad a = 201,3 \text{ litros}$$

Volumen relativo de los áridos = $1.025 - 201,3 - 305/3,05 = 723,7$ litros.

$$V_{ra} = 723,7 \cdot 0,22 = 159,21 \text{ litros}$$

$$V_{rg} = 723,7 \cdot 0,78 = 564,49 \text{ litros}$$

$$P_a = 159,21 \cdot 2,5 = 398,03 \text{ Kg}$$

$$P_g = 564,49 \cdot 2,6 = 1.467,67 \text{ Kg}$$

Pero si tomamos estos pesos, como los áridos tienen humedad, estaremos dosificando con agua en exceso y con áridos en defecto. Para evitar este inconveniente sean X y Y los pesos que tomamos de arena y grava. Debe ser:

$$X \cdot 0,94 = 398,03 \quad \text{de donde} \quad X = 423,44 \text{ Kg de arena húmeda.}$$

$$Y \cdot 0,99 = 1.467,67 \quad \text{de donde} \quad Y = 1.482,50 \text{ Kg de grava húmeda.}$$

En estos Kg de arena y grava hay una cantidad de agua:

$$423,44 \cdot 0,06 + 1.482,50 \cdot 0,01 = 40,23 \text{ litros.}$$

Por tanto, el agua que se debe emplear es:

$$201,30 - 40,23 = 161,07 \text{ litros.}$$

La dosificación correcta será, por 1.000 litros:

161,07 l de agua.

305 Kg de cemento.

423,44 Kg de arena húmeda.

1.482,50 Kg de grava húmeda.

Como la hormigonera es de 250 l, las cantidades necesarias para cada amasada serán:

40,27 l de agua.

76,25 Kg de cemento.

105,86 Kg de arena húmeda.

370,63 Kg de grava húmeda.

11. Se quiere dosificar un hormigón con los siguientes materiales

	D_r	D_c
Cemento	3,05	1,5
Agua	1	1
Grava	2,6	1,6
Arena	2,7	1,7

La granulometría de la arena y de la grava es la siguiente:

Tamiz número	Abertura (mm)	Porcentaje que pasa		
		Grava	Arena	Cemento
1	0,149	0	0	100
2	0,297	0	5	100
3	0,59	0	25	100
4	1,19	0	60	100
5	2,38	0	90	100
6	4,76	0	100	100
7	9,50	10	100	100
8	19	40	100	100
9	38	70	100	100
10	76	100	100	100

El hormigón llevará 250 Kg de cemento por m³ de hormigón. Se empleará en la construcción de una presa. Los áridos de que se dispone son gravas y arenas de río. Se consolidará por vibración. El hormigón no llevará adiciones.

Escala para las gráficas: 10% = 1 cm y log 2 = 2 cm

Solución

$$V_{\text{cemento}} = 250/3,05 = 81,97 \text{ litros}$$

$$\text{Tamaño máximo del árido} = 76 \text{ mm}$$

Según las tablas de Dosificación de Hormigones, para un tamaño máximo de 76 mm y áridos rodados, la cantidad de agua debe ser de 148 litros. Esta cantidad de agua es para un hormigón de a/c = 0,57 en peso, 76 mm de asiento con el cono de Abrams y arena de módulo de finura de alrededor 2,76. Como se pone en obra por vibración, la consistencia debe ser seco-plástica.

En dichas tablas vemos que la consistencia seco-plástica da un asiento de 20 mm (seca 0—2 y plástica 2—5). Como cada 25 mm de disminución del asiento respecto a los 76 mm hay que disminuir 3% el agua:

$$76 - 20 = 56 \text{ mm, luego}$$

$$25 \dots\dots\dots 3$$

$$X = 56 \cdot 3/25 = 6,72\%, \text{ y por tanto:}$$

$$56 \dots\dots\dots X$$

$$100 \dots\dots\dots 6,72$$

$$Y = 9,95 \text{ litros de agua que hay que disminuir.}$$

$$148 \dots\dots\dots Y$$

$$\text{Agua} = 148,00 - 9,95 = 138,05 \text{ litros}$$

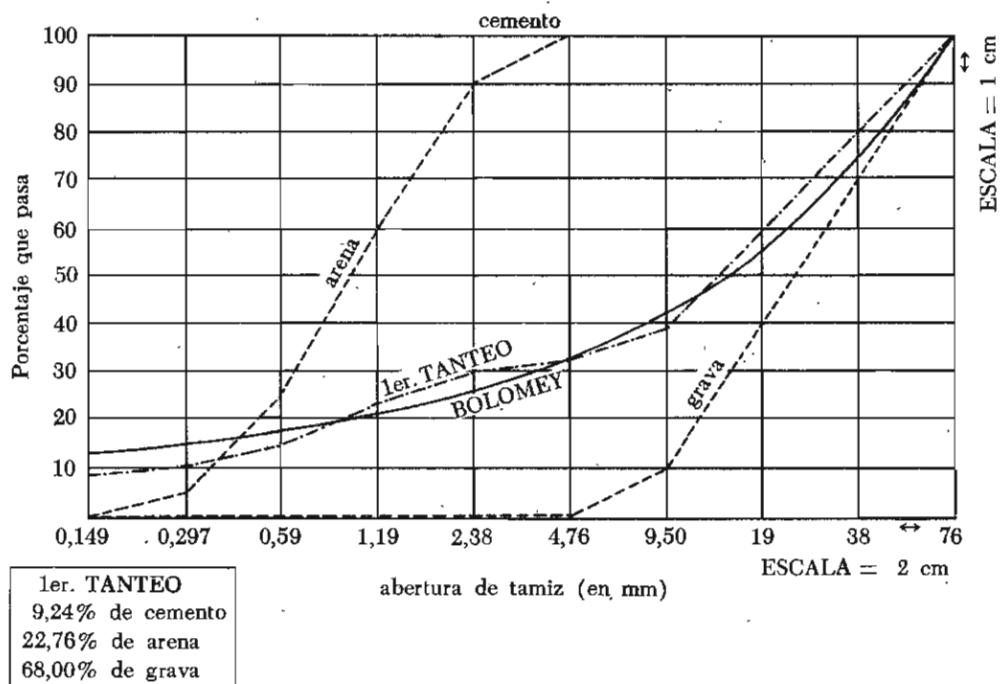
Dibujemos ahora la curva de Bolomey:

$$y = a + (100 - a) \sqrt{d/D}$$

en nuestro caso: $a = 10$ (c. seco-plástica y árido rodado). Es decir:

$$y = 10 + 90 \sqrt{d/D} \quad \text{y como } D = 76 \text{ mm, y } d \text{ varía de } 0,149 \text{ mm a } 76 \text{ mm, obtenemos los valores siguientes:}$$

Tamiz (mm)	Ordenada de Bolomey
0,149	12,8
0,297	15,4
0,59	17,5
1,19	21,25
2,38	25,7
4,76	32,5
9,50	41,7
19	55,0
38	73,6
76	100



Dibujamos la curva del Bolomey y las curvas granulométricas de los áridos.

Primer tanteo: Arena y cemento 32% y grava 68% (se aproxima al 31% que dan las tablas). El V_r de los áridos, incluido el cemento, es:

$$1.025 - 138,05 = 886,95 \text{ litros}$$

El cemento tiene un volumen relativo de 81,97 litros, que representa:

$$\frac{81,97}{886,95} \cdot 100 = 9,24\%$$

Por tanto, el primer tanteo lo hacemos con:

$$\text{Cemento} = 9,24\% \quad \text{Arena} = 22,76\% \quad \text{Grava} = 68\%$$

Dibujamos la curva del árido conjunto y vemos que se ajusta suficientemente, por lo que damos por válido éste:

$$V_{rg} = 886,95 \cdot 0,68 = 603,13 \text{ litros}$$

$$V_{ra} = 886,95 \cdot 0,2276 = 201,87 \text{ litros}$$

$$P_g = 603,13 \cdot 2,6 = 1.568,14 \text{ Kg}$$

$$P_a = 201,87 \cdot 2,7 = 545,05 \text{ Kg}$$

$$V_{eg} = 1.568,14 / 1,6 = 980,09 \text{ litros}$$

$$V_{ca} = 545,05 / 1,7 = 320,62 \text{ litros}$$

Y además: 250 de cemento y 138,05 litros de agua.

Las demás correcciones que figuran en las tablas mencionadas no se han tomado en cuenta pues el aumento de 1% del árido fino que corresponde al 2.0,05 de aumento de la relación a/c sobre el 0,57 ya está englobado en el primer tanteo, donde tomamos 32% en vez de 31% que da la tabla. La corrección debida al asiento en el cono de Abrams ya está considerada.

No son arenas de machaqueo ni hormigones para pavimentos, luego no son aplicables las dos últimas correcciones. Si, por ejemplo, pidiesen hallar la densidad del hormigón (supuesto que toda el agua permanece en él), se procedería de la siguiente manera:

$$\frac{1.568,14 + 545,05 + 250 + 138,05}{1.000} \text{ Kg/litro} = 2,5 \text{ Kg/litro}$$

12. Se dispone de cuatro áridos cuyas granulometrías y características son las siguientes:

Tamiz (mm)	Porcentaje que pasa				Cemento		D_r	D_c
	A	B	C	D				
0,149	0	0	0	10	100	A	2,4	1,4
0,297	0	0	0	60	100	B	2,5	1,5
0,59	0	0	0	80	100	C	2,6	1,6
1,19	0	0	10	100	100	D	2,7	1,7
2,38	0	0	50	100	100	Agua	1	1
4,76	0	20	100	100	100	Cemento	3,10	1,5
9,50	0	40	100	100	100			
19	10	80	100	100	100			
38	60	100	100	100	100			
76	100	100	100	100	100			

Se desea fabricar un hormigón de 200 Kg de cemento por metro cúbico, de consistencia blanda, con áridos de machaqueo, para cimentar una gran pila de viaducto. El árido B tiene 5% de humedad. Hallar la dosificación en peso.

Solución

Por tratarse de gran masa y varios áridos, empleamos el método de Bolomey.

$$\text{Tamaño máximo del árido grueso} = 76 \text{ mm} \quad a = 13$$

La ley de Bolomey es:

$$y = 13 + 87 \sqrt{d/D}$$

Las ordenadas que corresponden a cada tamiz:

Tamiz	Ordenada de Bolomey
0,149	16,4
0,297	18,44
0,59	20,70
1,19	23,88
2,38	28,75
4,76	34,75
9,50	43,75
19	56,5
38	74,6
76	100

El volumen relativo del cemento es:

$$V_r = 200/3,1 = 64,52 \text{ dm}^3$$

La cantidad de agua por m^3 es, según la tabla 5-2:

$$a = 163 \text{ litros}$$

Con consistencia blanda, el asiento es de 5 a 11 cm; tomamos la media: 80 mm.

$$80 - 76 = 4 \text{ mm}$$

$$\begin{array}{l} 25 \dots\dots\dots 3 \\ 4 \dots\dots\dots X \end{array} \quad X = 12/25 = 0,48\%, \text{ en litros será } 0,48 \cdot \frac{163}{100} = 0,78 \text{ litros}$$

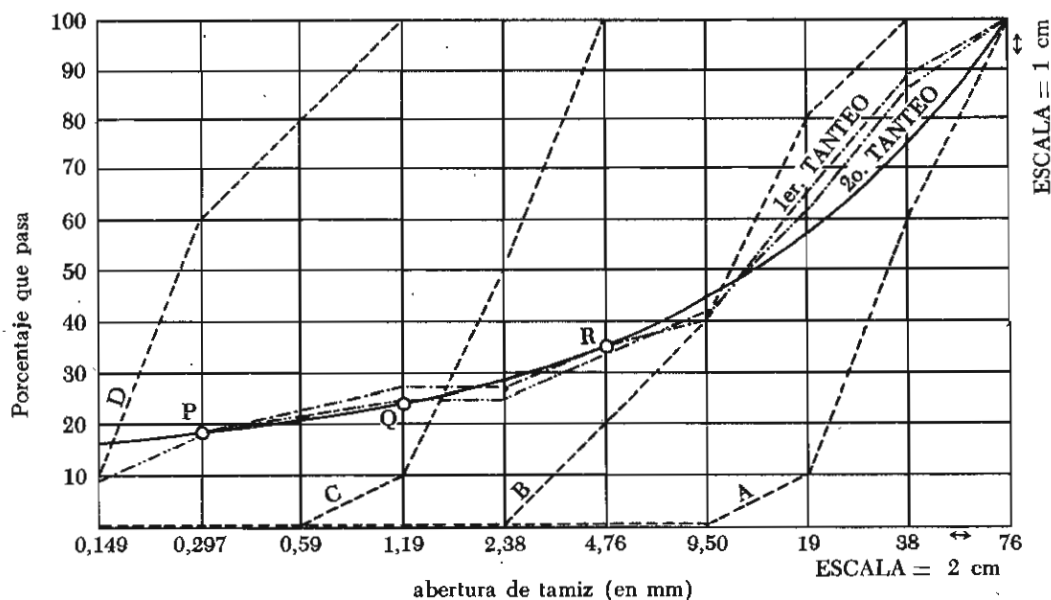
Como es aumento de asiento, debemos añadir esta cantidad de agua. Como son arenas artificiales, debemos añadir 6,8 litros de agua.

$$\text{Luego } a = 163 + 0,78 + 6,80 = 170,58 \text{ litros de agua}$$

Para los áridos (incluido el cemento por ser Bolomey) queda:

$$V_r \text{ áridos} = 1.025 - 170,58 = 854,42 \text{ litros}$$

El V_r del cemento, en tanto por ciento, vale: $0,6452/854,42 = 7,55$



Primer tanteo: Cemento = 7,55% D = 18,30% C = 0% B = 45,75% A = 28,40%, que equivale a hacer pasar la curva del árido conjunto por los puntos P, Q, R.

El área situada por encima de la curva de Bolomey es mayor que la situada por debajo.

Segundo tanteo: 7,55% de cemento.

$$D = 17,00\%, \quad C = 0\%, \quad B = 42\% \quad A = 33,45\%$$

A la vista de la curva granulométrica del árido conjunto podemos considerar válido el tanteo. Aunque la arena (considerando como tal a la misma y al cemento) no cumple los valores de la tabla 5-2, damos este tanteo como válido, ya que los valores de esta tabla en lo que a arena se refiere son sólo aproximados.

El que $C = 0\%$ era previsible, ya que D y B comprenden todos los tamaños de C. Los volúmenes relativos, supuestos los áridos secos, son:

$$V_{r,D} = 0,17 \cdot 854,42 = 145,25 \text{ litros}$$

$$V_{r,C} = 0$$

$$V_{r,B} = 0,42 \cdot 854,42 = 358,86 \text{ litros}$$

$$V_{r,A} = 0,3345 \cdot 854,42 = 285,80 \text{ litros}$$

Los pesos, supuestos los áridos secos, son:

$$P_D = 145,25 \cdot 2,7 = 392,175 \text{ Kg}$$

$$P_B = 358,86 \cdot 2,5 = 897,150 \text{ Kg}$$

$$P_A = 285,80 \cdot 2,4 = 685,920 \text{ Kg}$$

Los pesos, supuestos los áridos como dice el enunciado, son:

$$P_D = 392,175 \text{ Kg}$$

$$P_B = 897,15/95 \cdot 100 = 944,370 \text{ Kg}$$

$$P_A = 685,920 \text{ Kg}$$

De agua en el árido B hay: $0,05 \cdot 944,37 = 47,22$ litros. Luego, el agua a emplear es $170,58 - 47,22 = 123,36$ litros. Por tanto, para fabricar el hormigón objeto del presente ejercicio son necesarios:

200 Kg de cemento, 123,36 litros de agua, 392,175 Kg de árido D,
0 Kg de árido C, 944,37 Kg de árido B (húmedo), 685,920 Kg de árido A

13. Se quiere dosificar un hormigón en masa con la condición de que, a los 28 días, se obtenga una resistencia en probeta cúbica de $20 \cdot 20 \cdot 20$ cm, de 240 Kg/cm^2 .

Se utilizará un cemento P-250. El hormigón se pondrá en obra por vibración y con 3,5% de aire incorporado. El análisis granulométrico de los tres áridos rodados empleados es el siguiente:

Abertura (mm)	Tanto por ciento retenido por cada tamiz		
	Arido A (grava)	Arido B (gravilla)	Arido C (arena)
80,000	0	0	0
40,000	33,3	0	0
20,000	66,6	0	0
10,000	100	0	0
5,000	100	50	0
2,500	100	100	0
1,250	100	100	20
0,63	100	100	40
0,324	100	100	80
0,16	100	100	90

Las densidades relativas de los distintos materiales son las siguientes:

Materiales	Densidades relativas Kg/dm^3
Arido A	2,60
Arido B	2,55
Arido C	2,50
Cemento	3,05
Agua	1,00

Solución

Como no se especifica de qué resistencia se trata, suponemos que es resistencia media.

$$R_{chl} = 0,75 \cdot 240 = 180 \text{ Kg/cm}^2$$

$$K_2 = 0,0072, \text{ por tanto,}$$

$$Z = 0,0072 \cdot 180 + 0,5 = 1,296 + 0,5 = 1,796$$

$$\text{Tamaño máximo del árido A} = 80 \text{ mm}$$

$$\text{Tamaño máximo del árido B} = 10 \text{ mm}$$

Como el hormigón se pretende vibrar, la consistencia adecuada será seco-plástica, y para tamaño máximo 80 mm y áridos rodados obtenemos (tabla 5-4):

Consistencia seca = 135 litros

Consistencia plástica = 150 litros

Luego, en nuestro caso: $\frac{135 + 150}{2} = 142,5$ litros

$C = 1,796 \cdot 142,5 = 255,93$ Kg de cemento.

Módulo granulométrico del árido más fino = $\frac{20 + 40 + 80 + 90}{100} = 2,3$

Entrando en el ábaco, obtenemos:

Mezcla árido C y árido B: $t_{a1} = 52\%$ (tamaño máximo 10 mm).

Mezcla árido C y árido A: $t_{a2} = 21\%$ (tamaño máximo 80 mm).

Por tanto:

% árido C = $t_o = t_{a2} = 21\%$

% árido B = $t_1 = 21 \cdot \frac{100 - 52}{52} - (0) = 19,38\%$

% árido A = $t_2 = 21 \cdot \frac{100 - 21}{21} - 19,38 = 79 - 19,38 = 59,62\%$

Como comprobación: $21 + 19,38 + 59,62 = 100$

Las correcciones que hay que hacer son las debidas a hormigón *sin armar y vibrado*. Por tanto:

% árido A = $59,62 + 4 + 3 = 66,62$

% árido B = $19,38 - 7 \cdot \frac{19,38}{19,38 + 21} = 16,03$

% árido C = $21 - 7 \cdot \frac{21}{19,38 + 21} = 17,36$

Como comprobación: $66,62 + 16,03 + 17,36 = 100,01$

Volumen relativo de los áridos = $1025 - \frac{300}{3,05} - 142,5 = 784,1$ litros

Por tanto:

$V_{aA} = 0,6662 \cdot 784,1 = 522,37$ litros

$V_{aB} = 0,1603 \cdot 784,1 = 125,70$ litros

$V_{aC} = 0,1736 \cdot 784,1 = 136,12$ litros

El cemento es 255,93 Kg; por tanto, habrá que añadir $\frac{300 - 255,93}{3,05} = 14,44$ litros de arena (árido c) (en volumen relativo). Como lleva 3,5% de aire ocluido, habrá que quitar 35 litros de arena. Luego:

$V_{aC} = 136,12 + 14,44 - 35 = 115,56$ litros

Por tanto:

$P_A = 522,37 \cdot 2,6 = 1.358,16$ Kg

$P_B = 125,70 \cdot 2,55 = 320,54$ Kg

$P_C = 115,56 \cdot 2,50 = 288,90$ Kg

$P_{\text{cemento}} = 255,93$ Kg

Agua = 142,5 litros

Si algún árido estuviese húmedo, se haría la misma corrección que hemos visto en el método de Fuller y en el de Bolomey. Como se conocen las densidades de conjunto, sólo podemos hallar la dosificación en peso.

14. Se ensaya un hormigón, para lo que se rompen varias probetas cilíndricas de 15×30 cm y se obtienen los siguientes resultados para las cargas de rotura:

259, 260, 264, 287, 293, 237, 200, 189, 250, 250, valores todos expresados en Kg/cm²

Se desea saber la resistencia media, la resistencia característica según el I.E.T. y la resistencia característica según el C.E.B.

Solución

Ordenamos los valores de mayor a menor:

$$R_m = \frac{293 + 287 + 264 + 260 + 259 + 250 + 250 + 237 + 200 + 189}{10} = 248,9 \text{ Kg/cm}^2$$

$$R_{K E T} = \frac{250 + 250 + 237 + 200 + 189}{5} = \frac{1.126}{5} = 225,2 \text{ Kg/cm}^2$$

$$R_{K C E B} = 2 \cdot 225,2 - 248,9 = 201,5 \text{ Kg/cm}^2$$

15. En agosto de 1965, un ingeniero visita unas pequeñas acequias construidas de hormigón en masa. El cemento empleado fue P-250. El hormigón se encuentra como descompuesto, y puede romperse fácilmente con la mano. Sin saber exactamente a qué puede deberse la anomalía, decide llevarse una muestra a su laboratorio para ser analizada, y al mismo tiempo pide un informe sobre las condiciones en que fue ejecutada la obra.

En el informe que recibe se dice lo siguiente: "... la obra fue construida hace un mes, en tiempo perfectamente seco ... El hormigón se realizó con una relación a/c = 0,40, pues la puesta en obra se hizo por vibración ... Los moldes empleados fueron metálicos ... El cemento empleado fue P-250."

El cemento con el que se hizo el hormigón da, en el laboratorio, el siguiente análisis:

Alcalis	= 1,6%
CaO	= 63,5%
SiO ₂	= 23 %
Al ₂ O ₃	= 5 %
Fe ₂ O ₃	= 3,1%
MgO	= 0,8%
P.F.	= 0,8%
SO ₃	= 2,4%
CaO libre	= 0,8%

Aplicadas las fórmulas de Bogue resulta:

AFC ₄	= 9,42%
AC ₃	= 7,81%
SC ₃	= 34,7 %
SC ₂	= 38,38%

Sin encontrar el fallo que pudo haberse producido, al cabo de 8 meses el ingeniero visita de nuevo la obra para ver si encuentra yesos en las proximidades o en el agua de amasado, y al llegar a ella comprueba con estupor que las acequias se encuentran en perfectas condiciones. Vuelve al laboratorio y el trozo allí conservado sigue en las mismas condiciones del primer ensayo ¿Qué ha pasado?

Solución

Como la relación agua: cemento era baja, el hormigón era muy seco, lo que unido al tiempo seco y caluroso (agosto) así como a los espesores pequeños que tenía la acequia hizo posible que se evaporase rápidamente la mayor parte del agua de amasado, con lo que no pudo tener lugar la hidratación del cemento y por tanto el hormigón no pudo adquirir resistencias.

El trozo que se llevó el ingeniero al laboratorio siguió seco, mientras el hormigón que quedó en obra, con las lluvias que se produjeron más adelante, acabó con la suficiente cantidad de agua para que se produjese la normal hidratación del mismo.

16. Para hormigonar un macizo de grandes dimensiones se desea emplear una hormigonera única, que deberá realizar 25 amasadas cada hora, trabajando 10 horas diarias.

La hormigonera se llena al 70% de su capacidad. Se requiere poner 300 m³/día. Se debe conseguir una buena mezcla, por estar la dosificación muy ajustada.

Hallar:

a) Potencia necesaria, sabiendo que el rendimiento conjunto $r = 0,6$. b) Tipo de hormigonera. c) Diámetro probable, supuesta cilíndrica y de $H = 1,5 D$. d) r.p.m. a las que girará. e) Tiempo de amasado. ¿Es posible el problema?

Solución

300 m³/día, trabajando 10 horas, requiere que se fabriquen 30 m³/hora

Como son 25 amasadas/hora, cada amasada debe producir $30/25 = 1,2$ m³; por tanto, la capacidad de la hormigonera debe ser:

$$1,2/0,7 = 1,72 \text{ m}^3$$

Comercialmente será difícil encontrar esta capacidad; lo más aconsejable será adquirir una hormigonera de 1,75 m³. La potencia necesaria son 2/3 C.V. por cada m³/hora producido (F. Arredondo, Hormigones); por tanto:

$$W = \frac{1}{0,6} \cdot \frac{2}{3} \cdot 30 = \frac{20}{0,6} \text{ C.V.} = 33,3 \text{ C.V.}$$

Dada la capacidad, la hormigonera deberá ser fija de eje horizontal. El problema, por lo que a capacidad de hormigonera respecta, es posible, ya que existen hormigoneras de este tipo de hasta 2 m³ de capacidad.

$$2 = \pi \cdot R^2 \cdot H = \pi \cdot R^2 \cdot 3R = 3 \cdot \pi \cdot R^3$$

De donde: $R = 0,6 \text{ m}$ $H = 1,8 \text{ m}$

Por tanto, $D = 1,2 \text{ m}$

y como $DN^2 = 350$ a 450 , igualando a la media:

$$1,2 \cdot N^2 = 400$$

$$N^2 = 400/1,2 = 333$$

$$N = 18,25 \text{ r.p.m.}$$

El tiempo de amasado lo calculamos así:

$$\text{Fracciones de 400 sobre 750 litros} = \frac{1.750 - 750}{400} = \frac{1.000}{400} = 2,5 = 3$$

$$\text{Tiempo de amasado} = 1' + 15'' \cdot 3 = 1' 45''$$

Como deben ser, por otra parte, 25 amasadas/hora, el problema es posible siempre que la carga y descarga se haga en

$$\frac{60'}{25} - 1' 45'' = 39''$$

17. De un río se extrae árido para el hormigón de una obra. Su análisis granulométrico es el siguiente:

Tamiz (mm)	40	20	10	5	2,5	1,25	0,62	0,31	0,16
% retenido	0	20	10	25	20	8	10	3	4

Este árido se separa en arena y grava. Con esta arena y esta grava se va a dosificar un hormigón mediante el método de Füller. Se pide.

- 1) Análisis granulométrico de la arena y de la grava obtenidas.
- 2) Determinar cuál es la proporción óptima de los áridos.
- 3) De cada tonelada de árido extraído del río, indicar la cantidad de arena o de grava que hay que separar para hacer el hormigón.

Se supone que $D_{ea} = 1,5$; $D_{eg} = 1,6$; $D_{ra} = 2,5$; $D_{rg} = 2,6$.

Solución

Como suman 100 los porcentajes retenidos, se trata de retenidos "parciales". Por definición, grava es el árido mayor de 5 mm, y arena es el árido menor de 5 mm. Luego, si cribamos 100 gr de árido, tenemos:

$$\text{Arena} = 20 + 8 + 10 + 3 + 4 = 45 \text{ gr}$$

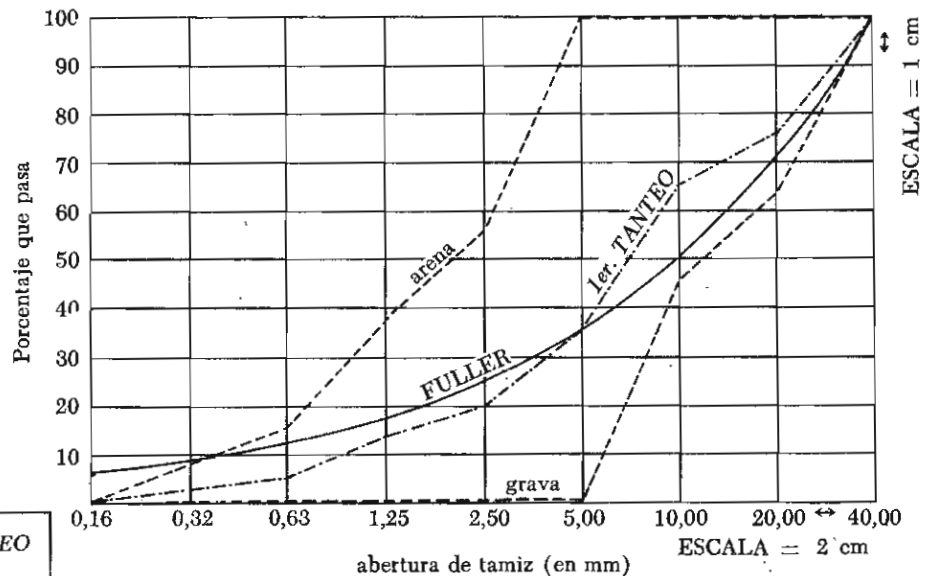
$$\text{Grava} = 20 + 10 + 25 = 55 \text{ gr}$$

Para hallar el porcentaje de árido retenido por el tamiz de 0,62 mm al cribar 100 gr de arena, procederíamos así:

$$\begin{array}{rcl} 45 \text{ Kg} & \dots\dots\dots & 10 \text{ Kg} \\ 100 \text{ Kg} & \dots\dots\dots & X \end{array} \quad X = \frac{1.000}{45} = 22,25\%$$

Naturalmente, los porcentajes así obtenidos son retenidos "parciales". Las granulometrias de la grava y arena así obtenidas son:

Porcentajes retenidos					Porcentaje que pasa (acumulado)	
Tamiz (mm)	G (parcial)	A (parcial)	G (acumulado)	A (acumulado)	G	A
40	0	0	0	0	100	100
20	36,4	0	36,4	0	63,6	100
10	18,2	0	54,6	0	45,4	100
5	45,4	0	100	0	0	100
2,5	0	44,4	100	44,4	0	55,6
1,25	0	17,8	100	62,2	0	37,8
0,63	0	22,2	100	84,4	0	15,6
0,32	0	6,7	100	91,1	0	8,9
0,16	0	8,9	100	100	0	0



1er. TANTEO
36% de arena
64% de grava

Dibujamos la curva de Fuller para $D = 40$ mm. No hay inconveniente en tantear con los análisis de la serie de tamices U.N.E., ya que se trata de un método gráfico.

Dibujada la parábola de Gessner para $D = 40$ mm, así como las curvas granulométricas, vemos que el problema queda bien ajustado si tomamos

$$G = 64\% \quad A = 36\%$$

No se puede ajustar mejor ya que las curvas granulométricas de grava y arena no son lo suficientemente tendidas. Es decir, por cada $64 \cdot 2,6 = 166,4$ Kg de grava se necesitan $36 \cdot 2,5 = 90$ Kg de arena. Luego,

$$166,4 \dots\dots\dots 90,0$$

$$55 \dots\dots\dots X$$

de donde

$$X = 29,75 \text{ Kg de arena}$$

O sea, por cada 55 Kg de grava se obtienen 45 Kg de arena quiere decir que sobran 15,25 Kg de arena por cada 100 Kg de árido. En 1.000 Kg de árido sobrarán 152,5 Kg de arena.

18. Se trata de hormigonar una viga de hormigón armado, de sección en T de ala de 0,20 m de espesor y 0,50 m de anchura y alma de 0,15 m de espesor y 0,70 m de altura, y que tiene las armaduras separadas entre sí 5 cm. La longitud de la viga es 10 m. ¿Cuál es el tamaño máximo de árido que puede emplearse?

Solución

Según las normas del I.E.T. "h.a. 61" el tamaño máximo del árido a emplear debe ser el menor de los dos valores siguientes:

- 1) La mitad del espesor o ancho mínimo de la pieza.
- 2) Los ocho quintos de la distancia libre entre armaduras.

En nuestro caso:

- 1) $\frac{1}{2} \cdot 15 = 7,5$ cm
- 2) $8/5 \cdot 5 = 8$ cm

El tamaño máximo posible del árido es 7,5 cm.

19. Se desea saber en cuál de dos obras A y B es más cuidada la fabricación de hormigón para jácenas que, según el Pliego de Condiciones de obra, debe tener una resistencia característica de 180 Kg/cm² según el I.E.T.

Ambas obras están en España, en sitios análogos en cuanto a clima, materiales, condiciones meteorológicas, etc. Se visitan ambas obras y se obtienen seis probetas en cada una de ellas. Estas probetas son cúbicas de $30 \times 30 \times 30$ cm. Ensayadas a compresión se obtienen los siguientes resultados (Kg/cm²).

Obra A	Obra B
241	285
243	400
257	250
240	430
248	245
251	395

Solución

Como $R_{cil} = 0,75 \cdot R_{cub}$ las resistencias en probeta cilíndrica serán (Kg/cm²)

Obra A	Obra B
180,75	213,75
182,25	300,00
192,75	187,50
180,00	322,50
186,00	183,75
188,25	296,25

Las resistencias medias son:

$$R_{mA} = \frac{180,75 + 182,25 + 192,75 + 180 + 186 + 188,25}{6} = 185 \text{ Kg/cm}^2$$

$$R_{mB} = \frac{213,75 + 300 + 187,50 + 322,50 + 183,75 + 296,25}{6} = 250,6 \text{ Kg/cm}^2$$

Las resistencias características según el I.E.T.:

$$R_{K \text{ IET A}} = \frac{180,75 + 182,25 + 180}{3} = 180,97 \text{ Kg/cm}^2$$

$$R_{K \text{ IET B}} = \frac{213,75 + 187,50 + 183,75}{3} = 195 \text{ Kg/cm}^2$$

Las resistencias características según el C.E. B.:

$$R_A = 2 \cdot 180,97 - 185 = 176,94 \text{ Kg/cm}^2$$

$$R_B = 2 \cdot 195 - 250,6 = 139,4 \text{ Kg/cm}^2$$

Aunque en ambas obras se obtienen resistencias características según el I.E.T. superiores a lo exigido en el P.C., en la obra B la elaboración es más descuidada, ya que al ser R_{CEB} menor que en la obra A, existe mayor dispersión en los resultados, por lo que su hormigón es menos de fiar.

En resumen: En la obra A, aunque las probetas rompen a cargas menores, los resultados son más homogéneos, por lo que su hormigón ofrece más garantías.

20. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

En un sistema de coordenadas cartesianas rectangulares, dibujado en papel milimetrado y con un centímetro por unidad, tómense los puntos G(—10;0) M(0;17,3) y F(10;0) como vértices de un triángulo equilátero. Este triángulo equilátero representa el diagrama triangular de las arenas, siendo G el vértice de los gruesos, F el vértice de los finos y M el vértice de los medios. Se pide:

a) Representar una arena de la siguiente composición:

Granos finos	$5 + 5n \%$
Granos medios	$90 - 5(n + m) \%$
Granos gruesos	$5 + 5m \%$

Siendo n la cifra de las unidades del número de cada alumno en la lista de su grupo y m la cifra de las decenas del mismo número.

b) Determinar el módulo granulométrico de dicha arena al tamizarla por los tamices de la serie 80, 40, 20, 10, 5, 2,5; 1,25; 0,63; 0,32; 0,16 mm, suponiendo que la fracción media son esferas de 1,5 mm de diámetro, la fracción gruesa son esferas de 4,5 mm de diámetro y la fracción fina son esferas de 0,15 mm de diámetro.

Solución

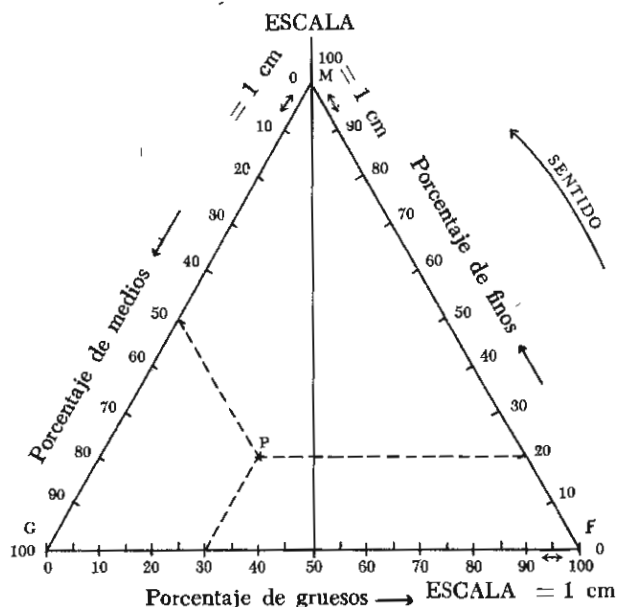
a) Supongamos que $n = 3$ y $m = 5$

Entonces:

Granos finos = 20%

Granos medios = 50%

Granos gruesos = 30%

**OBSERVACIONES:**

1) Construido el triángulo GFM, graduamos los lados del triángulo de 0 a 100, tomando el sentido de giro indicado en la figura.

2) Por el 30% de gruesos trazamos una paralela al lado *anterior* (lado GM).

3) Por el 20% de finos trazamos una paralela al lado *anterior* (lado GF).

4) Queda así determinado el punto P, representativo de la arena.

5) Como comprobación, por el 50% de medios trazamos una paralela al lado *anterior* (MF) y vemos que pasa por el punto P.

Dibujamos, como puede verse en la figura adjunta, el triángulo GMF. No necesita más comentarios, pues está suficientemente explicada la construcción en la figura.

b) Al cribar por la serie U.N.E., los porcentajes retenidos serán:

Tamiz (mm)	80	40	20	10	5	2,5	1,25	0,63	0,32	0,16
Porcentaje retenido (acumulado)	0	0	0	0	0	30	80	80	80	80
Total = 350	Mg = 3,5									

21. Se quiere fabricar un hormigón de composición 1:2,4 con relación agua:cemento = 0,45 en peso. Se desea saber los pesos de cada uno de los componentes que serán necesarios para fabricar 1 m³ de hormigón. Las características de los materiales son las siguientes:

Materiales	D_r (Kg/l)	D_c (Kg/l)
Grava	2,5	1,6
Arena	2,5	1,5
Cemento	3,1	1,4
Agua	I	1

Solución

Si no se advierte otra cosa, al dar la dosificación por las fórmulas inglesas, se entiende que se trata de relaciones en volumen de conjunto. Podemos formar el siguiente cuadro:

	1	2	3	4	5	6
Materiales	$V_c (dm^3)$	D_c	$P (Kg)$	D_r	$V_r (dm^3)$	$P (Kg)$
Grava	4 X	1,6	6,4 X	2,5	2,56 X	1.354,82
Arena	2 X	1,5	3,0 X	2,5	1,2 X	635,07
Cemento	X	1,4	1,4 X	3,1	0,452 X	296,37
Agua	—	1	0,63 X	1	0,63 X	133,36

Las columnas 2 y 4 son datos del problema. La 1 puede ponerse en función de X, siendo X el volumen de conjunto del cemento.

Multiplicando los valores de la columna 1 por los valores de la 2 obtenemos los valores de la 3 (en función de X). (El peso de agua es el del cemento multiplicado por 0,45.) Dividiendo los valores de la columna 3 por los de la 4 obtenemos los de la columna 5 (en función de X). Sabemos que los valores de la columna 5 deben sumar 1.025; por tanto:

$$1.025 = 4,842 X$$

$$X = 211,69$$

Sustituyendo este valor de X en los valores de la columna 3 obtenemos la columna 6; que es la que resuelve el ejercicio.

22. Se pretende hacer una estructura de hormigón armado en las siguientes condiciones:

- Deberá soportar fuertes cargas.
- Deberá utilizarse lo más pronto posible después de su construcción.
- Se construye en verano en una localidad de mucho calor.
- Los espesores de las distintas partes de la obra oscilan entre 18 y 30 cm.
- La estructura va a estar sometida a una atmósfera de nitrógeno.

De todos los cementos consignados más abajo se desea saber cuáles pueden usarse, cuáles no deben usarse y qué precauciones deben tomarse en el caso de que algunos cementos las requieran. Las respuestas deben darse debidamente razonadas.

NOTA: Los cementos a considerar son los siguientes:

P — 250	PAH — 350
P — 350	SC — 150
P — 450	SF — 250
PAS — 250	PUZ — 250
PAS — 350	PUZ — 350
PS — 250	CA — 350
PS — 350	
PAH — 250	

Solución

Las condiciones a y b hacen desechar a priori todos los tipos 150 y 250. La condición e no excluye ninguno. Las condiciones c y d obligan a emplear cementos "fríos", lo que está en contraposición con las condiciones a y b.

El P-450 queda excluido por las condiciones c y d. El PAS-350, como no existen yesos, teóricamente podría emplearse; pero es más caro que el P-350 y además adquiere algo más lentamente las resistencias. Por tanto, queda excluido.

El PS-350 podría emplearse. Es más "frío" que los Portland. La única precaución en su empleo sería regar abundantemente. El P-350 sería indicado. Habría que regar mucho y tomar precauciones contra el calor (sacos tapando, hormigonar en tongadas de poco espesor, . . .).

Para el PHA-350, vale lo dicho para el PS-350. El PUZ-350 sería indicado. Como siempre, habría que cuidar el curado y evitar la desecación durante el fraguado y endurecimiento. El CA-350, por su elevado desprendimiento de calor, queda excluido.

23. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Para construir un muro de hormigón en masa se requieren 1.183 metros cúbicos de hormigón 1:3:6 con relación agua/cemento igual a 0,60. Se desea saber:

- 1) La resistencia de dicho hormigón sabiendo que el cemento empleado es un P-350 y que el árido es de río.
- 2) Coste del muro sabiendo que las características de los materiales son las siguientes:

<i>Materiales</i>	<i>Densidad relativa (Kg/dm³)</i>	<i>Densidad de conjunto (Kg/dm³)</i>	<i>Precio</i>
Agua	1,00	1,00	4,5 pesetas/m ³
Cemento	3,05	1,12	1.175, pesetas/t
Arena	2,50	1,54	155, pesetas/m ³
Grava	2,60	1,64	180, pesetas/m ³

Al coste del conjunto de los materiales habrá que añadir 14% en concepto de mano de obra y maquinaria de fabricación, y al importe total habrá que sumarle 15% en concepto de beneficio industrial.

Solución

Sabemos, por el método de la resistencia a los 28 días, que:

$$z = k_2 \cdot R + 0,5$$

en nuestro caso

$$\frac{1}{0,6} = 0,0054 \cdot R + 0,5$$

de donde

$$R = \frac{1,67 - 0,5}{0,0054} = 217 \text{ Kg/cm}^2$$

Llamaremos x al volumen de conjunto del cemento. Sabemos que el hormigón objeto del problema es 1:3:6. Esta relación se refiere a volúmenes de conjunto. Para resolver problemas de este tipo (fórmulas inglesas), es muy aconsejable formar el siguiente cuadro (referido a 1 m³ de hormigón):

<i>Materiales</i>	V_c (dm ³)	D_c (Kg/dm ³)	P (Kg/dm ³)	D_r (dm ³)	V_r (dm ³)	P (Kg)	V_c (dm ³)
Grava	6 x	1,67	10 x	2,60	3,85 x	1.523	914
Arena	3 x	1,54	4,61 x	2,50	1,84 x	702	457
Cemento	x	1,12	1,12 x	3,05	0,37 x	170	152,3
Agua		1	0,67 x	1,00	0,67 x	102	102
Total	6,73 x						

y como la suma de volúmenes relativos de los componentes tiene que ser 1.025; podemos escribir:

$$1.025 = 6,73 x$$

de donde

$$x = 152,3$$

Sustituyendo el valor de x en el cuadro anterior podemos completarlo con las dos últimas columnas (P y V_c). El precio del metro cúbico de hormigón será:

$$\text{Grava} = 0,914 \times 180 = 164,50 \text{ pesetas}$$

$$\text{Arena} = 0,457 \times 155 = 70,80 \text{ pesetas}$$

$$\text{Cemento} = 170 \times 1,175 = 199,75 \text{ pesetas}$$

$$\text{Agua} = 0,102 \times 45 = 0,45 \text{ pesetas}$$

$$\text{Total} = 435,50 \text{ pesetas/m}^3$$

Esto sin contar ni la mano de obra y maquinaria ni el beneficio industrial.

Precio del m³ con m.o. y maquinaria = 1,14 . 435,50 = 496,47 pesetas

Precio del m³ con m.o., maquinaria y beneficio = 1,15 . 496,47 = 570,94 pesetas

Costo total de la obra = 570,94 . 1.183 = 675 . 422,02 pesetas

24. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

El volumen de conjunto de un saco de cemento es 0,03333 m³. Su oquedad es de 52%. Se pide determinar el peso del litro, sabiendo que la densidad relativa del cemento es 3,15 Kg/dm³.

Solución

Seguiremos la notación empleada hasta ahora. Suponemos, pues no hay datos que lo impidan, que $V_r = V$.

$$\text{Oquedad} = \frac{V_c - \text{Suma volúmenes relativos}}{V_c} \quad (\text{Expresada en tanto por uno}).$$

$$\text{En nuestro caso:} \quad 0,52 = \frac{0,03333 - \Sigma V_r}{0,03333}$$

$$\text{de donde} \quad \Sigma V_r = 0,03333 \cdot 0,48$$

Por tanto, el peso del cemento es:

$$P = 0,03333 \cdot 0,48 \cdot 3,15 \text{ tn}$$

y el peso del litro (o densidad de conjunto):

$$D_c = \frac{P}{V_c} = \frac{0,03333 \cdot 0,48 \cdot 3,15}{0,03333} = 1,512 \text{ Kg/dm}^3$$

25. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Se quiere hacer un hormigón con dos áridos de río cuyos análisis granulométricos son los siguientes:

Tamiz (mm)	Retenido acumulado (%)	
	Grava	Arena
80	0	0
40	0	0
20	28	0
10	90	0
5	100	0
2,5	100	16
1,25	100	37
0,63	100	62
0,32	100	85
0,16	100	100

El hormigón se hará con consistencia plástica, con cemento P-350 y con 3,5% de aire incorporado. La resistencia media en probeta cilíndrica, a 28 días, será $(200 + 10 n)$ Kg/cm², siendo n la cifra de las unidades del número de matrícula de cada alumno.

Se trata de hormigón vibrado para armar. Las características de los materiales son las siguientes:

<i>Materiales</i>	<i>Densidad relativa (Kg/dm³)</i>	<i>Densidad de conjunto (Kg/dm³)</i>
Grava	2,57	1,62
Arena	2,57	1,62
Cemento	3,10	1,15
Agua	1,00	1,00

Se pide determinar la dosificación del hormigón, expresándola en la forma:

Cemento: Arena: Grava

Solución

Supongamos que el número de matrícula del alumno es 2.173. Número de unidades = 3.

$$R_m = 200 + 10 \cdot 3 = 230 \text{ Kg/cm}^2$$

Empleamos el método de la resistencia a los 28 días.

$$Z = K_2 \cdot R_m + 0,5 = 0,0054 \cdot 230 + 0,5 = 1,74$$

El tamaño máximo del árido es 40 mm.

Entrando en la tabla 5-4, con árido rodado, 40 mm y consistencia plástica, tenemos que el agua necesaria es:

$$a = 170 \text{ litros}$$

Por tanto, la cantidad de cemento es:

$$c = a \cdot z = 170 \cdot 1,74 = 296 \text{ Kg/m}^3$$

$$\text{Módulo granulométrico de la arena} = \frac{16 + 37 + 62 + 85 + 100}{100} = 3$$

Entrando en el ábaco de la página 111:

$$\% \text{ de Arena} = 35$$

$$\% \text{ de Grava} = 100 - 35 = 65$$

Por ser hormigón vibrado:

$$\% \text{ de Grava} = 65 + 4 = 69$$

$$\% \text{ de Arena} = 35 - 4 = 31$$

$$\Sigma \text{ Volúmenes relativos de áridos} = 1,025 - 170 - \frac{300}{3,1} = 758 \text{ litros.}$$

Por tanto:

$$V_{ra} = 758 \frac{31}{100} = 235 \text{ litros}$$

$$V_{rg} = 758 \frac{69}{100} = 523 \text{ litros}$$

Por tener aire incorporado y ser el cemento distinto de 300 Kg, el volumen relativo de la arena será:

$$V_{ra} = 235 - 35 + \frac{300 - 296}{3,1} = 201,3 \text{ litros}$$

El volumen relativo de la grava no sufre corrección alguna. Multiplicando por las densidades relativas obtenemos los pesos:

$$P_a = 201,3 \cdot 2,57 \text{ Kg}$$

$$P_g = 523 \cdot 2,57 \text{ Kg}$$

y dividiendo por las densidades de conjunto, obtenemos los volúmenes de conjunto.

$$V_{ca} = \frac{201,3 \cdot 2,57}{1,62} = 319 \text{ litros}$$

$$V_{cg} = \frac{523 \cdot 2,57}{1,62} = 830 \text{ litros}$$

$$V_{cc} = \frac{296}{1,15} = 258 \text{ litros}$$

La dosificación pedida será:

$$258:319:830 \quad \text{y dividiendo por } 258 \quad 1:1,24:3,22$$

26. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

De una grava se conocen los siguientes datos:

$$\begin{array}{ll} \text{Densidad absoluta} & = D_a \\ \text{Densidad relativa} & = D_r \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{Densidad elemental} & = D_e \\ \text{Densidad de conjunto} & = D_c \end{array}$$

Deducir las fórmulas que, en función de las densidades dadas que sean necesarias, den los valores de:

$$\begin{array}{ll} \text{Porosidad absoluta} & = P_a \\ \text{Porosidad relativa} & = P_r \\ \text{Compacidad absoluta} & = C_a \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{Compacidad relativa} & = C_r \\ \text{Oquedad} & = O \\ \text{Compacidad de conjunto} & = C_c \end{array}$$

Solución

Sabemos que:

$$D_a = \frac{P}{V - h_a - h_i} \quad (1) \quad D_e = \frac{P}{V} \quad (3)$$

$$D_r = \frac{P}{V - h_a} \quad (2) \quad D_c = \frac{P}{V_c} \quad (4)$$

Asimismo:

$$\begin{aligned} P_a &= \frac{h_a + h_i}{V} & P_r &= \frac{h_a}{V} \\ C_a &= 1 - P_a & C_r &= 1 - P_r \\ O &= \frac{V_c - \Sigma \text{ Vol. elementales}}{V_c} \\ C_c &= 1 - O \end{aligned}$$

Dividiendo miembro a miembro (3) y (2):

$$\frac{D_e}{D_r} = \frac{V - h_a}{V} = 1 - \frac{h_a}{V} = 1 - P_r$$

Luego,

$$P_r = 1 - \frac{D_e}{D_r}$$

Análogamente, con (1) y (3):

$$\frac{D_e}{D_a} = \frac{V - h_a - h_i}{V} = 1 - \frac{h_a + h_i}{V} = 1 - P_a$$

Luego,
$$P_a = 1 - \frac{D_e}{D_a}$$

Es inmediato ver que
$$C_a = \frac{D_e}{D_a} \quad \text{y} \quad C_r = \frac{D_e}{D_r}$$

Finalmente:

$$O = 1 - \frac{\Sigma \text{ Vol. elementales}}{V_e} = 1 - \frac{\frac{P_e}{D_e}}{\frac{V_e}{D_e}} = 1 - \frac{\frac{P_e}{D_e}}{\frac{P_e}{D_e}} = 1 - \frac{D_e}{D_a}$$

y por tanto:
$$C_e = 1 - O = \frac{D_e}{D_e}$$

27. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

En un sistema de coordenadas cartesianas rectangulares dibujado en papel milimetrado y con un centímetro por unidad, se toman los puntos G (—10;0) M (0;17,3) y F (10;0) como vértices de un triángulo equilátero; representa el diagrama triangular de las arenas, siendo G, M y F los vértices de los granos gruesos, medios y finos, respectivamente.

En este diagrama deben representarse dos arenas que tengan las siguientes composiciones:

	Arena A	Arena B
Granos gruesos	10%	70%
Granos medios	40%	10%
Granos finos	50%	20%

A continuación debe determinarse, gráficamente, la proporción en que hay que mezclar dichas arenas para obtener una arena compuesta en la cual hay triple cantidad de granos gruesos que de granos medios. Indicar la composición de la mezcla.

Solución

Para hallar los puntos A y B representativos de ambas arenas procedemos del mismo modo que en la página 135. Así obtenemos los puntos A y B de la figura de la página 142.

Hallems ahora el lugar geométrico de los puntos que cumplen la condición de que porcentajes gruesos/porcentajes medios = 3/1 = g/m.

Sea P un punto del lugar.

Prolongando EP, obtenemos el triángulo DPG, en el que por ser equilátero se cumple: DP = GP; por tanto si

$$\frac{PD}{PE} = \frac{3}{1} = \frac{GP}{PE}$$

Luego, según el conocido teorema, el lugar geométrico de P será una recta que pasa por M y P (y tal que $\frac{GP}{PE} = \frac{3}{1}$)

Solución

Por tratarse del método de Bolomey, el cemento se considera árido.

$$V_{\text{r áridos}} = 1.025 - 180 = 845 \text{ litros.}$$

$V_{\text{r cemento}} = 300/3,1 = 96,77$ litros, que expresado en tanto por ciento es:

$$\begin{array}{rcl} 96,77 & \dots\dots\dots & 845 \\ X & \dots\dots\dots & 100 \end{array} \quad X = 11,45\%$$

La parábola de Bolomey, para $a = 12$, es:

$$Y = 12 + 88 \sqrt{d/D}$$

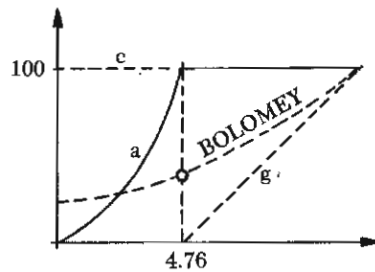
Sean las granulometrías de arena y grava:

$$Y_a = f_1(d) \quad (\text{para } d < 4,76 \text{ mm})$$

$$Y_g = f_2(d) \quad (\text{para } d > 4,76 \text{ mm})$$

Sea X el porcentaje de arena, y por tanto $Y = 100 - 11,45 - X$ el de la grava. Se deberá cumplir, en cualquier punto:

$$Y_{\text{Bolomey}} = 11,45 + Y_a X + Y_g (100 - 11,45 - X) \quad (1)$$



En particular, para el tamiz 4,76:

$$12 + 88 \sqrt{4,76/76} = 11,45 + X \cdot Y_a + 0 = 11,45 + 100 \cdot X$$

de donde:

$$\begin{aligned} X &= \frac{1}{100} (0,55 + 88 \sqrt{4,76/76}) = \frac{1}{100} \left(0,55 + 88 \sqrt{\frac{4,76}{4,76 \cdot 16}} \right) = \\ &= \frac{1}{100} \left(0,55 + 88 \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{100} (0,55 + 22) = 22,55/100 = 0,2255 \end{aligned}$$

Aplicando la ecuación (1) para cualquier tamaño $d < 4,76$ mm,

$$12 + 88 \sqrt{d/76} = 11,45 + X \cdot Y_a + 0 = 11,45 + 0,2255 \cdot Y_a$$

Luego

$$Y_a = (0,55 + 88 \sqrt{d/76}) / 0,2255 = 2 + 390,24 \sqrt{d/76}$$

que es la ecuación granulométrica de la arena, válida para valores de $d < 4,76$, ya que para $d \geq 4,76$ es $Y_a = 100$.

Aplicando la ecuación (1) para cualquier tamaño $d \geq 4,76$ mm:

$$\begin{aligned} 12 + 88 \sqrt{d/76} &= 11,45 + 0,2255 \cdot Y_a + (88,55 - 0,2255) \cdot Y_g = \\ &= 11,45 + 22,55 + 88,3245 \cdot Y_g \end{aligned}$$

o sea:

$$Y_g = \frac{88}{88,3245} \sqrt{\frac{d}{76}} - \frac{22}{88,3245} = 0,9963 \sqrt{\frac{d}{76}} - 0,249$$

que es la ecuación granulométrica de la grava, válida para valores de $d \geq 4,76$, ya que para $d < 4,76$ es $Y_g = 0$.

29. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Un operario de un laboratorio hace una dosificación de un hormigón y obtiene el siguiente cuadro correspondiente a la dosificación de 1 m^3 de hormigón:

Materiales	Volumen (dm ³)	Volumen (dm ³)	Densidad	Peso (Kg)
			relativa (Kg/dm ³)	
Cemento	7,45	64,5	3,1	200
Arena	31,55	283,5	2,5	708
Gravilla	34,5	303	1,68	510
Grava	26,5	240	1,58	379
Agua		134	1	134

Dicho operario fabrica el hormigón con los pesos de la última columna y obtiene mucho menos de 1 m³. Repasa, entonces, sus cálculos y comprueba que se ha equivocado en las densidades relativas de la gravilla y de la grava debe ser 2,4 y 2,5 respectivamente en vez de las cifras indicadas en el cuadro.

Se pide formar el cuadro análogo al del enunciado, correspondiente a un metro cúbico del hormigón realmente fabricado.

Solución

Los volúmenes de la gravilla y grava que realmente ha dosificado el operario son:

$$510/2,4 = 212 \text{ dm}^3 \quad 379/2,5 = 151,5 \text{ dm}^3$$

Por tanto, el volumen que ha dosificado es:

$$A) \quad 64,5 + 283,5 + 212 + 151,5 + 134 = 845,5 \text{ dm}^3$$

Debería haber dosificado 1.025 dm³; por lo tanto, debemos repartir la diferencia 1.025 — 845,5 = 139,5 entre los elementos dosificados; esto se puede hacer también por regla de tres:

$$1.025 \dots\dots\dots x$$

$$845,5 \dots\dots\dots a$$

$$\text{Cemento: } \frac{1.025}{845,5} \times 64,5 = 1,21 \times 64,5 = 78,2 \text{ dm}^3$$

$$\text{Arena: } 1,21 \times 283,5 = 344 \text{ dm}^3$$

$$\text{Gravilla: } 1,21 \times 212 = 257 \text{ dm}^3$$

$$\text{Grava: } 1,21 \times 151,5 = 183,3 \text{ dm}^3$$

$$\text{Agua: } 1,21 \times 134 = 162,5 \text{ dm}^3$$

Ahora corregiremos los porcentajes de volumen:

$$\text{Aridos: } 1.025 - 162,5 = 862,5 \text{ dm}^3$$

Por regla de tres:

$$\% \text{ Cemento: } \frac{100}{862,5} \times 78,2 = 9,06$$

$$\% \text{ Arena: } \frac{100}{862,5} \times 344 = 39,84$$

$$\% \text{ Gravilla: } \frac{100}{862,5} \times 257 = 29,80$$

$$\% \text{ Grava: } \frac{100}{862,5} \times 183,3 = 21,28$$

Por simple multiplicación de los volúmenes hallados por las densidades tenemos los pesos así:

$$\begin{aligned}\text{Cemento: } & 78,2 \times 3,1 = 242,2 \text{ Kg} \\ \text{Arena: } & 344 \times 2,5 = 860 \text{ Kg} \\ \text{Gravilla: } & 257 \times 2,4 = 617 \text{ Kg} \\ \text{Grava: } & 183,3 \times 2,5 = 458 \text{ Kg} \\ \text{Agua: } & 162,5 \times 1 = 162,5 \text{ Kg}\end{aligned}$$

NOTA: Se puede hacer también el problema hallando los verdaderos porcentajes de volumen, una vez puestos los volúmenes correspondientes a la gravilla y grava correctamente; es decir:

$$\begin{aligned}\text{Elementos} &= 845,5 \\ \text{— agua} &= 845,5 - 134,0 = 711,5\end{aligned}$$

así se obtienen los verdaderos porcentajes:

$$\left\{ \begin{array}{l} 711,5 - a \\ 100 - x \end{array} \right.$$

Para pasar a volúmenes, se halla el agua por el método anterior y luego por referencia de los porcentajes los restantes, o bien teniendo en cuenta la relación a/c, y repartiendo la diferencia con el resto de los elementos.

30. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

De una gravera se obtiene un árido redondeado cuyo análisis granulométrico es el siguiente:

Tamiz (mm)	Porcentaje retenido
38	0
19	11,7
9,5	21,2
4,76	30,0
2,38	42,0
1,19	51,0
0,59	60,0
0,297	84,0
0,149	92,0

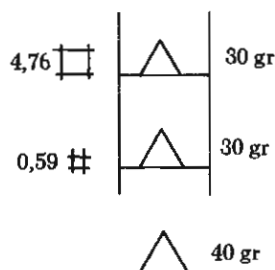
Este árido se divide en tres fracciones mediante cribado por los tamices de 4,76 mm y 0,59 mm. Con estas tres fracciones se quiere hacer un hormigón para armar con 300 Kg de cemento por metro cúbico y una relación agua/cemento de 0,50.

Las densidades relativas de los áridos son iguales a 2,5 Kg/dm³ y la del cemento 3,1 Kg/dm³. Determinar los pesos de cada uno de los ingredientes necesarios para fabricar un metro cúbico de hormigón.

NOTA: Las curvas granulométricas se dibujarán tomando en las ordenadas 10% = 1 cm y en las abscisas log 2 = 2 cm.

Solución

Por ser hormigón armado, árido redondeado y 300 Kg/m³ de cemento, emplearemos el método de Füller. Se trata de retenidos "acumulados", pues su suma es mayor de 100.



Si tomamos 100 gr de árido y lo cribamos por los tamices de abertura 4,76 y 0,59 mm, obtendremos tres tamaños, grava, gravilla y arena, que respectivamente pesan:

$$\text{Grava} = 30 \text{ gr}$$

$$\text{Gravilla} = 60 - 30 = 30 \text{ gr}$$

$$\text{Arena} = 100 - 60 = 40 \text{ gr}$$

Ahora podemos formar el siguiente cuadro, que es el que se obtendría al cribar por toda la serie de tamices los 30 gr de grava, los 30 gr de gravilla y los 40 gr de arena. Las columnas de la derecha representan los retenidos expresados en porcentaje para lo que basta multiplicar las columnas de la izquierda por el factor 100/30 en el caso de la grava y por 100/40 en el caso de la arena.

Tamiz (mm)	Arena		Gravilla		Grava	
	Retenido de un total de 40 gr	Porcentaje retenido	Retenido de un total de 30 gr	Porcentaje retenido	Retenido de un total de 30 gr	Porcentaje retenido
38	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	11,7	39
9,5	0	0	0	0	21,2	71
4,76	0	0	0	0	30	100
2,38	0	0	12	40	30	100
1,19	0	0	21	70	30	100
0,59	0	0	30	100	30	100
0,297	24	60	30	100	30	100
0,149	32	80	30	100	30	100

Ahora podemos hallar los porcentajes que pasan por cada tamiz, simplemente restando de 100 las columnas de la derecha, con lo que obtenemos:

Tamiz (mm)	Porcentaje que pasa		
	Arena	Gravilla	Grava
38	100	100	100
19	100	100	61
9,5	100	100	29
4,76	100	100	0
2,38	100	60	0
1,19	100	30	0
0,59	100	0	0
0,297	40	0	0
0,149	20	0	0

y podemos ya aplicar el método de Füller normalmente.

Cemento = 300 Kg (lo da el enunciado)

Agua = $300 \cdot 0,5 = 150$ litros

Las curvas granulométricas están dibujadas, así como la parábola de Gessner (Ley de Füller) en la figura de la página siguiente. Tamaño máximo del árido = 38 mm.

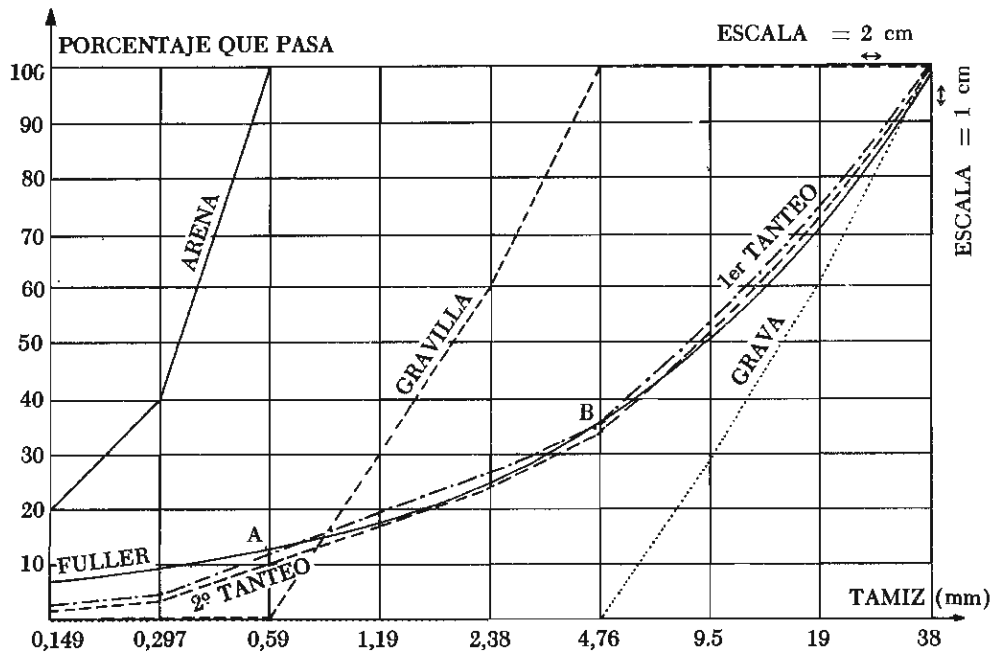
Primer tanteo: Hacemos que la curva granulométrica del árido conjunto pase por A y B.

Arena = 12%

Gravilla = $35 - 12 = 23\%$

Grava = 65%

Vemos que la curva del árido conjunto queda por encima de la de Füller.



Segundo tanteo:

Arena = 11%

Gravilla = 22%

Grava = 67%

Este segundo tanteo, según podemos ver en la gráfica, es suficientemente aproximado.

$$V_{R \text{ áridos}} = 1.025 \cdot \frac{300}{3,1} - 150 = 778 \text{ litros}$$

$$V_{R \text{ arena}} = 778 \cdot 0,12 = 93,36 \text{ litros}$$

$$V_{R \text{ gravilla}} = 778 \cdot 0,23 = 178,94 \text{ litros}$$

$$V_{R \text{ grava}} = 778 \cdot 0,65 = 505,70 \text{ litros}$$

y los pesos son:

$$P_{\text{arena}} = 93,36 \cdot 2,5 = 233,40 \text{ Kg}$$

$$P_{\text{gravilla}} = 178,94 \cdot 2,5 = 447,35 \text{ Kg}$$

$$P_{\text{grava}} = 505,70 \cdot 2,5 = 1.264,25 \text{ Kg}$$

que son los pesos pedidos.

NOTA: Conociendo las densidades de conjunto, podríamos obtener qué cantidades, de un metro cúbico de zahorra original, se desperdician para fabricar este hormigón.

31. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

En una obra se quiere hacer un hormigón para armar con 300 Kg de cemento por metro cúbico

que se consolidará mediante picado con barra. Para hacer la obra se dispone de dos áridos de machaqueo cuyos análisis granulométricos son los siguientes:

Tamiz (mm)	Porcentaje	
	retenido	acumulado
	Arena	Grava
38	0	0
19	0	37
9,5	0	97
4,76	0	100
2,38	7	100
1,19	35	100
0,59	70	100
0,297	97	100
0,149	100	100

Las características de los materiales disponibles son las siguientes:

Materiales	Densidad relativa (Kg/dm ³)	Densidad de conjunto (Kg/dm ³)
Agua	1,00	1,00
Cemento	3,10	1,12
Arena	2,50	1,65
Grava	2,50	1,50

Pero en la obra se hace un hormigón que por cada saco de cemento lleva una medida de arena, tres medidas de grava y quince litros de agua. La medida para los áridos es un cajón de 20 x 20 x 70 cm.

Y ahora se pide:

- 1) Calcular la dosificación ponderal, por metro cúbico, del hormigón que realmente se ha hecho en obra.
- 2) Indicar, razonadamente, si dicha dosificación produce un hormigón con las condiciones del hormigón que se quería obtener.
- 3) En caso de que no sea así, estudiar las variaciones que habría que hacer en la dosificación para obtener el hormigón previsto.

Solución

- 1) Cada amasada lleva:

Cemento = 50 Kg

Arena = $0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,7 = 28$ litros (volumen de conjunto)

Grava = $3 \times 28 = 84$ litros (volumen de conjunto)

Agua = 15 litros

Podemos, por tanto, completar el cuadro siguiente:

	Una amasada V_c (litros)	Una amasada P (Kg)	Una amasada V_r (litros)	Un m ³ V_r (litros)	Un m ³ P (Kg)
Cemento		50	16,129	165,322	512,50
Arena	28	46,2	18,48	189,420	473,55
Grava	84	126	50,4	516,600	1.294,50
Agua	15	15	15	153,750	153,75
TOTALES			100,009	1.025,092	2.434,30

Como comprobación, vemos que la suma de los volúmenes relativos de un metro cúbico es 1025 y el peso del metro cúbico 2,4 tn.

2) La relación $\frac{a}{c} = \frac{15}{50} = 0,3$; por tanto, el hormigón que se está fabricando es excesivamente seco, sobre todo

para picado con barra (generalmente $0,35 \leq \frac{a}{c} \leq 0,8$).

La cantidad de cemento $c = 512,50$ es excesiva y además distinta de los 300 Kg que se requiere obtener (generalmente $150 \text{ Kg} \leq c \leq 400 \text{ Kg}$).

La relación $\frac{\text{Grava}}{\text{Arena}} = \frac{50,4}{18,48} = 2,72$, y debe ser ≈ 2 ; luego el hormigón tiene demasiada poca arena para la grava que ha de envolver.

3) Como es un hormigón para armar y con 300 Kg de cemento por metro cúbico, emplearemos el método de Füller.

Tamaño máximo del árido = $D = 38 \text{ mm}$.

$$y = 100 \sqrt{\frac{d}{D}} \quad \text{en nuestro caso} \quad y = 100 \sqrt{\frac{d}{38}}$$

Las ordenadas de la curva de Füller son:

d	38	19	9,5	4,76	2,38	1,19	0,59	0,297	0,149
y	100	70,7	49,8	35,2	24,8	17,5	12,3	8,6	6

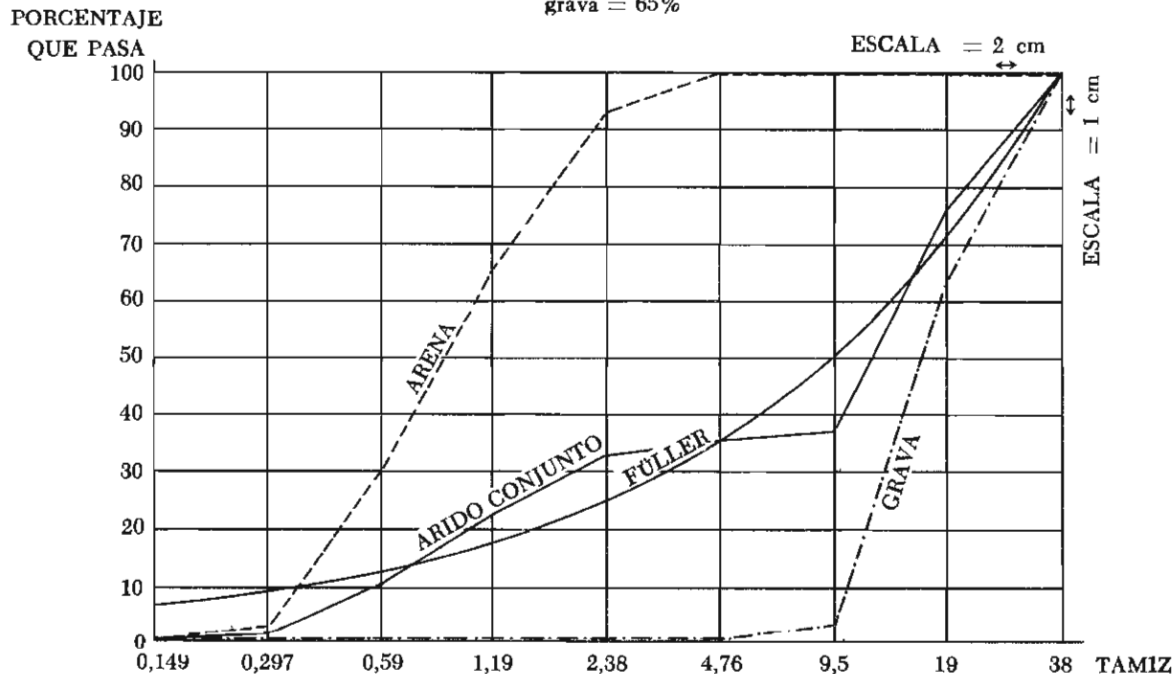
Para picado con barra, una buena consistencia es la blando-fluida, y para lograrla $\frac{a}{c} = 0,7$

$$a = 0,7 \cdot 300 = 210 \text{ litros}$$

En la figura hemos dibujado las curvas granulométricas de los áridos y de Füller con ayuda de la tabla siguiente. Según lo recomendado, comenzamos tanteando:

arena = 35%

grava = 65%



Tamiz	Porcentaje retenido (acumulado)		Porcentaje que pasa		1er. tanteo		Total
	A	G	A	G	A	G	
38	0	0	100	100	35	65	100
19	0	37	100	63	35	40,95	75,95
9,5	0	97	100	3	35	1,95	36,95
4,76	0	100	100	0	35	0	35
2,38	7	100	93	0	32,55	0	32,55
1,19	35	100	65	0	22,75	0	22,75
0,59	70	100	30	0	10,5	0	10,5
0,297	97	100	3	0	1,05	0	1,05
0,149	100	100	0	0	0	0	0

Damos por válido este primer tanteo:

$$V_{r(\text{áridos})} = 1025 - \frac{300}{3,1} - 210 = 718,23 \text{ litros}$$

Por tanto, la dosificación deberá ser (por metro cúbico):

	V_r (litros)	P (Kg)	V_e (litros)
Arena	251,38	628,45	380,88
Grava	466,85	1167,13	778,08
Cemento		300	
Agua	210	210	

y por cada sato de cemento (ya que $50,6 = 300$):

$$\frac{210}{6} = 35 \text{ litros de agua}$$

$$\frac{778,08}{6,28} = 4,631 \text{ medidas de grava}$$

$$\frac{380,88}{6,28} = 2,267 \text{ medidas de arena}$$

32. Para fabricar un hormigón, que se dosificará como a continuación se dirá, se dispone de tres áridos cuyo análisis granulométrico es:

			Porcentaje que pasa						
TAMIZ	38	19	9.5	4.76	2.38	1.19	0.59	0.297	0.149
Arena	100	100	100	100	70	50	35	25	17
Revoltón	100	100	55	45	30	17	14	12	10
Grava	100	55	23	0	0	0	0	0	0

Los precios de estos áridos son:

Revoltón	100 pts/tn
Grava	200 pts/tn
Arena	400 pts/tn

La curva granulométrica del árido conjunto deberá estar en el huso limitado por las dos curvas teóricas siguientes:

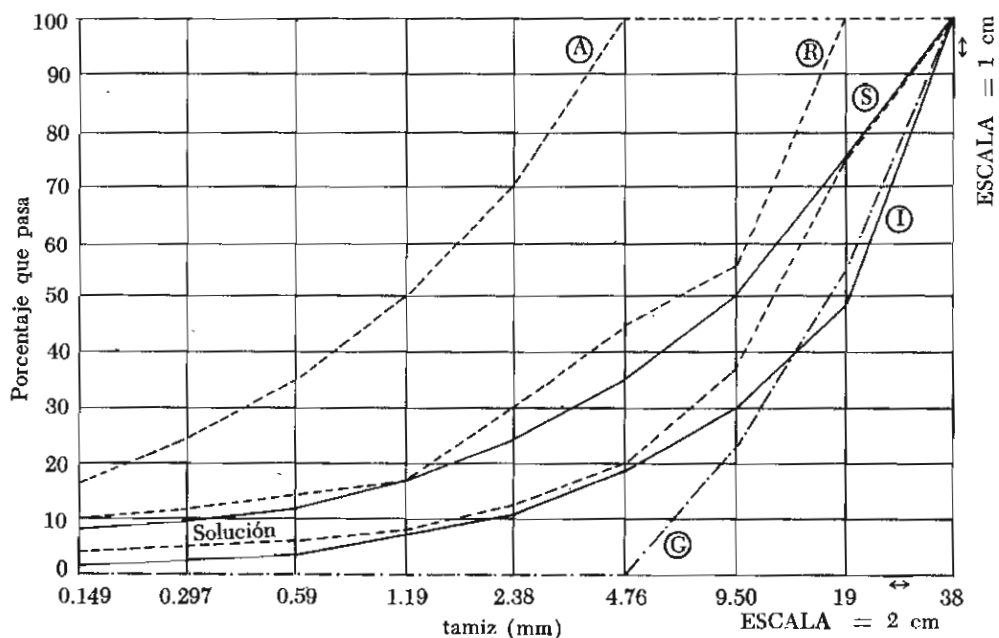
TAMIZ	Porcentaje que pasa								
	38	19	9.5	4.76	2.38	1.19	0.59	0.297	0.149
S	100	75	50	35	24	17	12	10	8
I	100	48	30	19	11	7	4	3	2

Se pide hallar la dosificación que da el hormigón más económico.

Solución

Si el revoltón entrara dentro del huso, ese sería el árido a emplear; pero como esto no sucede, es preciso mezclarlo con otro de los dos áridos. Como el más barato es la grava, y además si mezclamos revoltón y arena siempre estaremos por encima de la curva S, tantearemos la mezcla más barata grava-revoltón.

Dada la forma de la curva R, el punto correspondiente al tamiz 19 mm es el que necesitará de una mayor adición



de grava por tanto, veamos cuál es la proporción en que hay que mezclar la grava y el revoltón para que la curva granulométrica del árido conjunto tenga el valor 75 en el tamiz 19 mm.

Sea x el tanto por uno de revoltón:

$$100 \cdot x + 55 (1 - x) = 75$$

de donde

$$x = 0,4444$$

o sea

$$\% \text{ Revoltón} = 44,44$$

$$\% \text{ Grava} = 55,55$$

Podemos ordenar los cálculos en forma de tabla:

			Porcentaje que pasa						
TAMIZ	38	19	9,5	4,76	2,38	1,19	0,59	0,297	0,149
44,44% rev.	44,44	44,44	24,44	20	13,33	7,55	6,22	5,33	4,44
55,55% grava	55,55	30,55	12,77	0	0	0	0	0	0
Arido conj.	100	75	37,21	20	13,33	7,55	6,22	5,33	4,44

Como esta curva granulométrica está en el huso y además la hemos obtenido mezclando el árido más barato (revoltón) con la menor cantidad posible del siguiente en precio (grava), esta es la proporción que da el hormigón más barato.

Problemas propuestos

1. Un cajón de $100 \times 75 \times 83$ cm contiene 967 Kg de arena, de una densidad relativa 2,65 Kg/dm³, cuando está llena y enrasada su superficie. Se pide:

a) Determinar la compacidad del conjunto.

b) Determinar la cantidad máxima de agua que podrá agregarse al cajón para rellenar los huecos que deja la arena, suponiendo que ésta no es absorbente.

SOLUCION: Compacidad del conjunto = 58,61%.

Agua = 257,6 litros

$$\frac{967}{100 \times 75 \times 83} \times 100 = 58,61\%$$

$$= 100 \times 0,75 \times 0,83 \times 2,65$$

2. Se dan dos áridos de las siguientes características:

Arena { Densidad relativa: 2,50
Densidad de conjunto: 1,60

Grava { Densidad relativa: 2,60
Densidad de conjunto: 1,80

$$\frac{967}{100 \times 75 \times 83} \times 100 = 58,61\%$$

Se mezclan de forma que el volumen relativo de la grava sea doble que el de la arena. Se piden las relaciones en peso y volúmenes de conjunto en que se mezclan los áridos.

SOLUCION: 2,08 (relación de peso)

1,84 (relación en volumen de conjunto).

3. Se mezclan una arena y una grava en la proporción de 3 de grava por uno de arena en volúmenes de conjunto. Se desea saber el porcentaje que aumenta el volumen de conjunto de la grava al añadirle la arena.

Datos: Densidad de conjunto de la grava: 1,75

Densidad de conjunto de la arena: 1,70

Densidad de conjunto de la mezcla: 2,40

Densidad relativa de la arena y de la grava: 2,60.

SOLUCION: No aumenta nada, pues la arena no llega a llenar los huecos de la grava.

4. Se mezclan pesos iguales de una grava y de una arena de las siguientes características:

Arido	Densidad relativa (Kg/dm ³)	Peso del litro (Kg)
Grava	2,60	1,682
Arena	2,65	1,730

Se desea saber cuál será el peso de un metro cúbico de la mezcla (volumen de conjunto).

SOLUCION: 2,078 ton.

5. Un hormigón consta de 74,7 dm³ de grava, 58,1 dm³ de arena y 26,6 dm³ de agua para cada saeo de cemento de 50 Kg.

Se desea saber cuántos sacos de cemento se necesitarán para construir un muro de hormigón de 23,6 m³, teniendo los materiales las siguientes características:

Materiales	Densidad relativa (Kg/dm ³)	Densidad de conjunto (Kg/dm ³)
Grava	2,60	1,762
Arena	2,65	1,682
Cemento	3,25	1,506
Agua	1,00	1,000

SOLUCION: 187 sacos.

6. Se han roto ocho probetas cilíndricas de hormigón de 15 cm de diámetro y 30 cm de altura, habiendo sido las lecturas de la prensa las siguientes, expresadas en toneladas:

42; 42; 50; 45; 47; 52; 43 y 53

Se desea saber la resistencia característica de dicho hormigón.

SOLUCION: 243,46 Kg/cm².

7. Sea el mortero de cal 1:2:0,4. Hallar su rendimiento, sabiendo que la densidad aparente de la mezcla fresca vale 2,15 Kg/dm³ y que las de la cal y arena son 1,2 y 1,75 Kg/dm³, respectivamente.

SOLUCION: 0,697.

8. Conocido el rendimiento R de un mortero de cal, determinar la dosificación por metro cúbico. R = 0,80; mortero de cal 1/3: 0,5.

SOLUCION: 278 litros cal apagada, 834 litros de arena, 139 litros de agua.

9. Se trata de hacer un hormigón para utilizarlo en masa en la construcción de una presa. Se conocen los siguientes datos: 1o.) La relación agua/cemento es 0,55. 2o.) El hormigón se colocará por canaletas. 3o.) Los áridos proceden de machaqueo. 4o.) El análisis granulométrico de los áridos se indica en el siguiente cuadro, en el que los números representan el porcentaje de volumen elemental que pasa por cada tamiz y no queda retenido por el anterior.

Abertura tamiz (mm)	Polvo	Arena fina	Arena gruesa	Gravilla	Grava media	Grava gruesa
0,149	100	1	0	0	0	0
0,297	—	4	0	0	0	0
0,59	—	15	0	0	0	0
1,19	—	50	0	0	0	0
2,38	—	30	0	0	0	0
4,76	—	—	50	0	0	0
9,5	—	—	50	0	0	0
19	—	—	—	50	0	0
38	—	—	—	50	0	0
76	—	—	—	—	100	0
152	—	—	—	—	—	100

- 5o.) Densidades relativas: de los áridos, 2,65 Kg/dm³.

Del cemento, 3,05 Kg/dm³. Del agua, 1 Kg/dm³.

Se pide determinar las cantidades de cada componente, expresadas en Kg, que se han de colocar para cada amasado en una hormigonera de 750 litros, sabiendo que las gravas, la gravilla y el polvo están perfectamente secos y que las arenas contienen 5% de agua.

SOLUCION:

<i>Material</i>	<i>Pesos para 0.75 m³</i>
G.G.	431
G.M.	304
G.	368
A.G.	192
A.F.	146
P.	89
Cem.	225
Agua	108

10. Se dispone de dos áridos rodados cuyas granulometrías son las siguientes:

<i>Abertura de malla (mm)</i>	<i>Tanto por ciento que pasa</i>	
	<i>Arena</i>	<i>Grava</i>
76	100	100
38	100	95
19	100	45
9,5	100	10
4,76	100	0
2,38	70	0
1,19	50	0
0,59	34	0
0,297	27	0
0,149	16	0

Con estos áridos se quiere hacer un hormigón para armar con 300 Kg de cemento por metro cúbico y relación agua/cemento de 0,66.

Las densidades relativas son: de la grava: 2,7 Kg/dm³; de la arena, 2,6 Kg/dm³; del cemento, 3,05 Kg/dm³; del agua, 1 Kg/dm³. Se pide determinar la cantidad de cada componente, expresada en Kg, que se ha de colocar para cada amasada en una hormigonera de 1 yarda³ (1 yarda³ = 760 l), sabiendo que la grava está perfectamente seca y que la arena contiene 5% de humedad.

SOLUCION:

<i>Material</i>	<i>Pesos (Kg) para yarda³</i>
Grava	927,05
Arena	575,91
Cemento	228
Agua	121,69

11. Se trata de hacer una estructura de hormigón armado, en la que se va a emplear cemento Portland de calidad y un árido procedente de machaqueo, dividido en tres fracciones cuyas granulometraías son las siguientes:

Abertura del tamiz (mm)	Porcentaje que retiene cada tamiz		
	Arena	Gravilla	Grava
40	0	0	0
20	0	10	10
10	0	20	100
5	0	100	100
2,5	0	100	100
1,25	20	100	100
0,63	40	100	100
0,32	60	100	100
0,16	80	100	100

El hormigón se va a compactar con vibradores y se desea que lleve 3% de aire incorporado. La resistencia media mínima exigida es de 180 Kg/cm² a 28 días.

Hallar las cantidades que se han de mezclar de cada árido y los módulos granulométricos.

SOLUCION:

Materiales	Volúmenes	Pesos
		(en Kg)
Grava	235,63	624,41
Gravilla	242,17	641,75
Arena	218,65	579,42
Aire	30,0	—
Cemento	96,05	297,67
Agua	202,5	202,5

Módulos granulométricos:

De la arena = 2

De la gravilla = 6,3

De la grava = 7,1

12. Una arena, está formada por granos esféricos iguales tangentes entre sí, cuyos centros están en 3 planos paralelos equidistantes y perpendiculares entre sí. Hallar la compactidad del conjunto.

SOLUCION: Compactidad = 0,5235.

13. La densidad de conjunto de una arena es 1,60 Kg/dm³; si se le añade 12% de su peso en agua, la densidad desciende hasta 1,4 Kg/dm³. Hallar el entumecimiento de la arena expresado en porcentaje del volumen inicial.

SOLUCION: 28%

14. Un hormigón consta de 26,406 litros de agua, 69,416 Kg de arena húmeda y 243,036 Kg de grava húmeda por cada saco de cemento de 50 Kg. ¿Cuántos Kg de cemento son necesarios para cada amasado en una hormigonera de 250 litros

SOLUCION: 76,25 Kg.

15. Se va a ejecutar un hormigón con cemento P-350 y áridos rodados de las características indicadas más abajo. La granulometría de los áridos es la siguiente:

Tamiz (mm)	Porcentaje que pasa en volumen relativo	
	Grava	Arena
38,0	100	100
19,0	50	100
9,5	20	100
4,76	0	100
2,38	0	70
1,19	0	50
0,595	0	35
0,297	0	25
0,149	0	16

Materiales	Densidad relativa	Densidad de conjunto
	(Kg/dm ³)	(Kg/dm ³)
Cemento	3,10	1,15
Arena	2,60	1,55
Grava	2,65	1,60

Las proporciones de mezcla prevista para áridos secos son 140 dm³ de grava y 70 dm³ de arena por cada saco de cemento y la relación agua/cemento será 0,52.

El hormigón se ejecuta teniendo la grava una humedad de 0,8% y la arena una humedad de 3% a la que corresponde un entumecimiento de 15%, y sin verificar las correcciones oportunas. Se desea saber:

- Resistencia prevista y resistencia obtenida.
- Granulometría prevista para el árido total y granulometría realmente obtenida.

SOLUCION:

- Resistencia prevista, $R_m = 264 \text{ Kg/cm}^2$.
Resistencia obtenida $R_m = 210 \text{ Kg/cm}^2$.

b)	mm	Hormigón previsto	Hormigón ejecutado
	38,0	100	100
	19,0	66,5	65,0
	9,5	46,4	44,0
	4,76	33,0	33,0
	2,38	23,1	21,0
	1,19	16,5	15,0
	0,595	11,5	10,5
	0,297	8,2	7,5
	0,149	5,3	4,8

16. Détermínese la producción horaria de una hormigonera de 1.000 l de capacidad, sabiendo que en la carga y descarga invierte 45 segundos.

SOLUCION: 30 m³/hora.

17. Se trata de hacer un hormigón para utilizarlo, en masa, en la construcción de una presa. Se conocen los siguientes datos:

1º) La relación agua/cemento es 0,6.

2º) El hormigón se coloca por canaletas.

3º) Los áridos se obtienen de un río próximo a la obra.

4º) El análisis granulométrico de los áridos se indica en el siguiente cuadro, en el que las cifras representan el tanto por ciento de volumen elemental retenido en cada tamiz:

Abertura del tamiz (mm)	Arena	Grava
38,000	0	0
19,000	0	46,0
9,500	0	45,0
4,760	0	9,0
2,380	8,8	0
1,190	25,7	0
0,590	36,8	0
0,297	19,1	0
0,149	6,8	0

5º) Densidades relativas: de la grava = 2,60 Kg/dm³; de la arena = 2,50 Kg/dm³; del cemento = 3,05 Kg/dm³; del agua = 1 Kg/dm³.

Se pide determinar las cantidades de cada componente expresada en kilogramos que se han de colocar, para cada amasada en una hormigonera de 500 litros, sabiendo que la grava está perfectamente seca y que la arena contiene 5% de agua.

SOLUCION:

Material	Pesos (Kg para una amasada)
Grava	625,8
Arena	346,8
Cemento	150,6
Agua	73,1

18. Para la dosificación de un hormigón, cuyos componentes se van a medir en peso en una instalación automática, se dan las siguientes cifras, correspondientes a 1 m³ de hormigón fresco.

Componentes	Peso (Kg)
Grava	1.313
Arena	702
Cemento	310
Agua	150

Comprobada la densidad del hormigón fresco se encuentra que es 2,30 Kg/dm³; considerándose que esta densidad es insuficiente, tras varias pruebas de laboratorio, se llega a la conclusión que ello se debe a que no se ha tenido en cuenta la humedad de la arena.

Determinense la humedad de la arena y las correcciones a efectuar por esta razón en los pesos dados anteriormente. La grava está completamente seca y las densidades relativas de los áridos y el cemento son respectivamente 2,6 y 3,1 Kg/dm³.

SOLUCION: $h = 21,99\%$ arena = 856,36. No es necesario añadir agua, sino que sobran 4,36 litros.

Capítulo 6

Cerámica

TIPOS DE EJERCICIOS

Podemos dividir en tres grupos generales los diferentes ejercicios que pueden presentarse:

- a) Ejercicios sobre propiedades físicas (densidades, porosidades, etc.).
- b) Ejercicios sobre procesos de fabricación (secado, etc.).
- c) Ejercicios sobre material auxiliar de fabricación (transportes en fábrica, laminadores, etc.).

Pasemos a estudiar cada uno de éstos.

a) EJERCICIOS SOBRE PROPIEDADES FISICAS

La mayor parte son iguales a los descritos al estudiar rocas; por tanto, remitimos al lector a aquellos. Las dos únicas variaciones, respecto a lo allí tratado, son las siguientes:

Absorción específica

Se denomina absorción específica de una pieza cerámica el tanto por ciento en peso de agua absorbida, referido al peso en seco de esa pieza.

Para hacer este ensayo se pesa al aire la pieza, que está sumergida en agua, cada 24 horas, hasta que dos pesadas consecutivas difieran entre sí menos de 0,1%. Si denominamos P_a este peso y P_s al peso de la pieza seca, la absorción específica es:

$$A = \frac{P_a - P_s}{P_s} \cdot 100$$

Se ensayan tres probetas y se obtiene la media aritmética.

Resistencia de un muro

Es evidente que la resistencia a compresión de un muro dependerá de la resistencia a compresión de los ladrillos que lo forman y de la resistencia a compresión del mortero que los une.

No entramos en las consideraciones teóricas sobre este asunto, que se encuentran en los libros especializados (*F. Arredondo*, "Cerámica y Vidrio", "Resistencia de los Muros de Ladrillo", etc.). La fórmula más generalmente aceptada es la de Haller:

$$R_M = (\sqrt{1 + 0,15 R_l} - 1) (8 + 0,057 R_m)$$

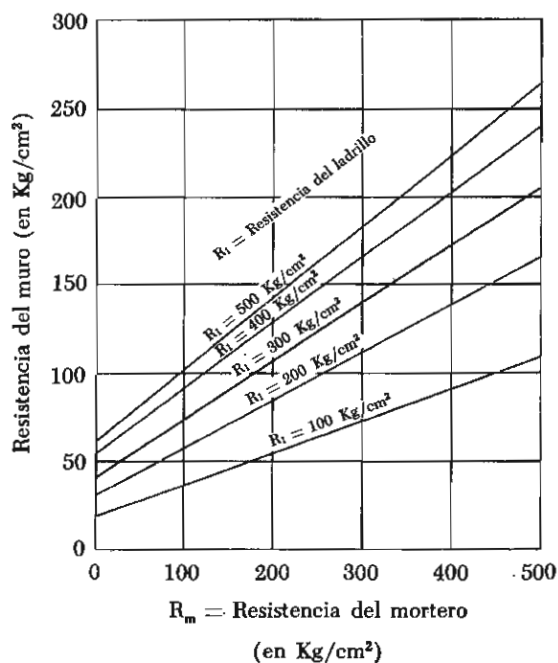
Donde:

R_M = Resistencia del muro en Kg/cm^2

R_m = Resistencia del mortero en Kg/cm^2

R_l = Resistencia del ladrillo en Kg/cm^2

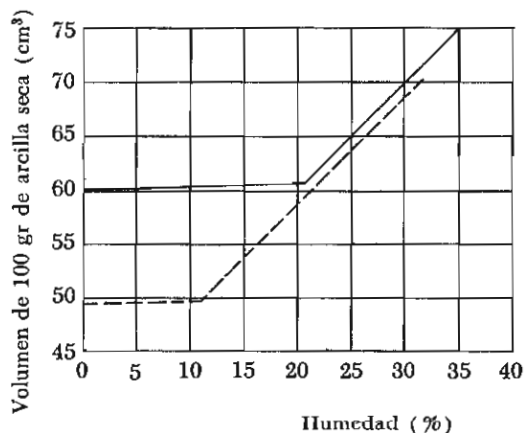
Para hallar la resistencia de un muro puede aplicarse directamente la fórmula de Haller, o bien emplear el ábaco obtenido a partir de ella y que damos a continuación.



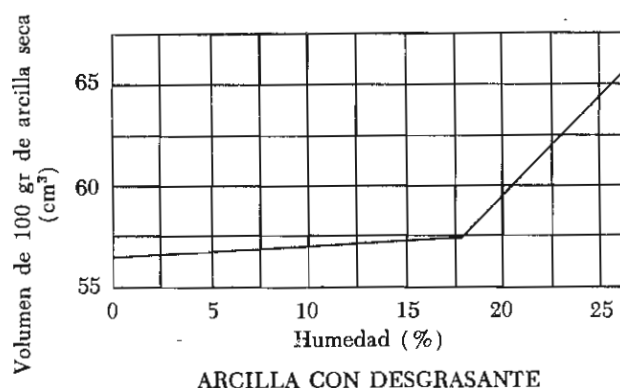
b) EJERCICIOS SOBRE PROCESOS DE FABRICACION

El tipo de problema más corriente es el de secado, en sus dos vertientes: cantidad de aire necesaria para el secado y estudio de la contracción experimentada en el mismo. A continuación damos una serie de datos útiles para resolver este tipo de ejercicios:

VARIACIONES DE VOLUMEN EN EL SECADO, PARA DIVERSOS TIPOS DE ARCILLA



ARCILLAS SIN DESGRASANTE (LIMITES)



ARCILLA CON DESGRASANTE

Las cantidades de vapor de agua que puede contener un metro cúbico de aire saturado a diferentes temperaturas, así como la que puede contener un Kg de aire saturado a esa temperatura, vienen dadas por la siguiente tabla:

Temperaturas (°C)	Vapor de agua en 1 m³ de aire saturado (Kg)	Vapor de agua en 1 Kg de aire saturado (Kg)
15	0,0127	0,01050
20	0,0170	0,01450
25	0,0228	0,01985
30	0,0301	0,02694
35	0,0393	0,03628
40	0,0507	0,04844
45	0,0648	0,06448
50	0,0823	0,08565
55	0,1034	0,11377
60	0,1291	0,15142
65	0,1597	0,20284
70	0,1963	0,27520
75	0,2395	0,38054
80	0,2901	0,54422
85	0,3493	0,82311
90	0,4180	1,39394
95	0,4974	3,12500
100	0,5884	8,00000

Los metros cúbicos de aire necesarios para tomar, saturándose, un Kg de agua en función de la temperatura de ese aire vienen dados por la siguiente tabla:

Temperaturas (°C)	Aire necesario para tomar, saturándose, 1 Kg de agua (m³)
5	147
10	106
15	78
20	58,5
25	44
30	33
35	25,5
50	12

Además, recordaremos que si P_1 , V_1 y T_1 son la presión, el volumen y la temperatura absoluta de un gas (supuesto perfecto) en las condiciones 1; y V_2 , P_2 y T_2 las correspondientes a las condiciones 2, se cumple que:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

En los problemas de secado hay que tener en cuenta que el aire cumple dos funciones: elevar la temperatura y eliminar el agua. Asimismo, recordaremos al lector que para transformar 1 Kg de agua que está a t_1 °C de temperatura en vapor a t_2 °C de temperatura, son necesarias:

$$C = 606,5 + 0,305 (t_2 - t_1) \text{ kilocalorías}$$

$$\text{Peso de un metro cúbico de aire} = 1,293 \text{ Kg}$$

$$\text{Calor específico del aire} = 0,24$$

c) EJERCICIOS SOBRE MATERIAL AUXILIAR DE FABRICACION

Durante el proceso de fabricación intervienen una serie de máquinas, sobre las que pueden presentarse algunos ejercicios de fácil solución. Para ello, bastará aplicar los ábacos o fórmulas que para las mismas suministra cada fabricante. A continuación damos las más usuales.

Capacidad de carga de una cinta transportadora cóncava:

$$Q = 400 \cdot V \cdot (0,9 B - 0,05)^2$$

Capacidad de carga de una cinta transportadora plana:

$$Q = 240 \cdot V \cdot (0,9 B - 0,05)^2$$

Donde en ambas fórmulas:

Q = toneladas/hora transportadas.

V = Velocidad en m/seg.

B = Ancho de la cinta, en metros.

En un trómel, la alimentación máxima es $30 D^3$ y la potencia necesaria para moverlo oscila de $D.1$ a $2,5 D.1$. En ambas fórmulas D es el diámetro en metros; l , la longitud, también en metros. La potencia viene expresada en C.V. y la alimentación en m^3 /hora. La producción de un laminador de cilindros es:

$$Q = 60 \cdot \pi \cdot l \cdot s \cdot d \cdot n \cdot k$$

Siendo:

Q = m^3 /hora producidos.

l = Longitud del cilindro en m.

s = ancho de la ranura entre cilindros, en m.

d = diámetro de los cilindros, en m.

n = media aritmética de las velocidades de los cilindros, en r.p.m.

k = coeficiente que oscila entre 0,5 y 0,75.

Los tornillos sin fin necesitan, para transporte en horizontal, una potencia, en C.V., igual a la décima parte de la capacidad de transporte expresada en m^3 /hora. Finalmente, la capacidad de producción de un horno Hoffmann es $P = 30 \cdot l \cdot s$, siendo:

P = número de ladrillos cocidos en 24 horas.

l = longitud del horno en metros.

s = área de la sección del horno en metros cuadrados.

Cualquier ejercicio que pueda presentarse será combinación de varias de estas fórmulas (véase el problema 5).

Problemas resueltos

1. Un ladrillo perforado tiene un peso en seco de 1,60 Kg. Se lleva a cabo un ensayo para determinar la absorción específica, sumergiéndolo en agua y pesando al aire cada 24 horas, hasta obtener pesos iguales en dos medidas. Este peso resulta ser 1,82 Kg.

Se ensayan otros dos ladrillos y los pesos en seco y saturados resultan ser 1,62 Kg y 1,85 Kg para el primer ladrillo, y 1,70 y 1,95 Kg para el segundo. Se pide: determinar la absorción específica de ese tipo de ladrillo.

Solución

$$A_1 = \frac{1,82 - 1,60}{1,60} \cdot 100 = 13,75$$

$$A_2 = \frac{1,85 - 1,62}{1,62} \cdot 100 = 14,20$$

$$A_3 = \frac{1,95 - 1,70}{1,70} \cdot 100 = 14,70$$

$$A = \frac{14,70 + 14,20 + 13,75}{3} = 14,22\%$$

2. Con ladrillos macizos de resistencia a compresión $R_l = 200 \text{ Kg/cm}^2$ y mortero de resistencia a compresión $R_m = 300 \text{ Kg/cm}^2$, se construye un muro cuya resistencia a compresión se desea saber.

Solución

Entrando en el ábaco $R_M = 110 \text{ Kg/cm}^2$. Aplicando la fórmula de Haller:

$$R_M = (\sqrt{1 + 0,15 \cdot 200} - 1) (8 + 0,057 \cdot 300) = (\sqrt{31} - 1) (8 + 17,10) = 4,56 \cdot 25,10 = 114,46 \text{ Kg/cm}^2.$$

3. En un secadero-túnel se quieren secar 30.000 ladrillos/día. Al entrar en el secadero, cada ladrillo lleva 700 gr de agua. La temperatura del aire ambiente es 20°C , la del aire a la entrada del secadero es 160°C , y la temperatura del aire a la salida del secadero 35°C .

Sabiendo que las pérdidas térmicas totales en el secadero son 243.000 Kcal/hora, hallar:

- 1) Rendimiento térmico del horno.
- 2) Consumo horario de carbón de 7.000 Cal/gr.

Solución

Suponemos que el aire sale del secadero saturado. Asimismo, suponemos que el aire ambiente está saturado. Veamos los volúmenes a 20°C y 160°C de 1 m^3 de aire a 35°C .

$$\frac{1}{273 + 35} = \frac{V_{160}}{273 + 160}$$

de donde $V_{160} = 1,403 \text{ m}^3$

$$\frac{1}{273 + 35} = \frac{V_{20}}{273 + 20}$$

de donde $V_{20} = 0,95 \text{ m}^3$

En la tabla de la página 159 vemos que el vapor de agua contenido en 1 m^3 de aire saturado es:

$$A_{20^\circ\text{C}} = 0,0170 \text{ Kg}$$

$$A_{35^\circ\text{C}} = 0,0393 \text{ Kg}$$

Por tanto, cada metro cúbico de aire que sale del secadero elimina:

$$0,0393 - 0,95 \cdot 0,017 = 0,0236 \text{ Kg de agua}$$

En una hora hay que eliminar:

$$\frac{30.000 \cdot 0,7}{24} = 875 \text{ Kg de agua}$$

Suponemos que esta agua se evapora, y el vapor producido no sobrepasa los 100°C; si no fuera así, deberían indicarlo en el enunciado. (Sería absurdo suponer que se transforma en vapor a 160°C, pues en el intercambio térmico para la evaporación, el aire originalmente a 160°C se enfriará, y por tanto el vapor de agua producido nunca alcanzará los 160°C.) El calor necesario para pasar 875 Kg de agua a 20°C a vapor a 100°C es:

$$Q_1 = 875 (606,5 + 0,305 (100 - 20)) = 558.000 \text{ Kcal/hora}$$

Halleemos ahora el calor necesario para calentar el aire: el volumen de aire medido a la salida del secadero a 35°C necesario para secar 875 Kg de agua es:

$$\frac{875}{0,0236} = 37.100 \text{ m}^3$$

Es decir: $0,95 \cdot 37.100 = 35.300 \text{ m}^3$ de aire a 20°C.

Ya vimos que 1 m³ de aire a 20°C pesa 1,293 Kg; por tanto, el calor necesario para pasar este aire de 20°C a 160°C es:

$$Q_2 = 0,24 \cdot 35.300 \cdot 1,293 (160 - 20) = 1.535.000 \text{ Kcal/hora}$$

Como hemos supuesto, el aire a 20°C saturado contiene 1 m³ de ese aire 0,017 Kg de agua en estado de vapor a 20°C. Toda el agua en forma de vapor a 20°C que pasa en una hora por el secadero es:

$$35.300 \cdot 0,017 = 595 \text{ Kg}$$

Para pasar 595 Kg de vapor a 20°C a 160°C, es necesaria una cantidad de calor:

$$Q_3 = 595 \cdot 0,305 (160 - 20) = 25.600 \text{ Kcal/hora}$$

Sabemos que las pérdidas son:

$$Q_4 = 243.000 \text{ Kcal/hora}$$

Por tanto:

$$\rho = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4} \cdot 100 = 89,5\%$$

El consumo horario de carbón es:

$$q = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4}{7.000} = \frac{2.361.600}{7.000} = 337 \text{ Kg/hora}$$

4. Se desea saber las dimensiones que debe tener la boquilla para fabricar un ladrillo perforado de dimensiones 5 . 12 . 25 cm. La arcilla empleada lleva desgrasante. La pasta contiene 25% de agua, que se pierde totalmente en el secado. Para resolver este ejercicio se supondrá que todos los cambios dimensionales tienen lugar en el secado.

Solución

Dado el tipo de ladrillo, la boquilla debe tener unas dimensiones X y Y tales que, después del secado, se conviertan en 12 y 25 cm. En el ábaco de la página 160 correspondiente a arcilla con desgrasante, vemos que 100 gr de arcilla seca con 25% de agua ocupan un volumen de 64,5 cm³, y una vez desecados, 56,5 cm³.

Supuesto que tenemos un exaedro de 64,5 cm³, se transformará en otro exaedro de 56,5 cm³. Es decir, el lado que vale $\sqrt[3]{64,5} = 4,03$ cm se transforma en $\sqrt[3]{56,5} = 3,85$ cm. Por tanto, podemos escribir la siguiente regla de tres:

$$\begin{array}{l} 4,03 \dots\dots\dots 3,85 \\ X \dots\dots\dots 12 \end{array}$$

De donde

$$X = 12 \frac{4,03}{3,85} = 12,55 \text{ cm}$$

Análogamente,

$$Y = 25 \frac{4,03}{3,85} = 26,15 \text{ cm}$$

5. Una cerámica dispone de una cantera que suministra arcilla de densidad $1,8 \text{ Kg/dm}^3$. Esta arcilla es transportada a fábrica mediante una cinta transportadora plana de ancho 40 cm y velocidad $0,4 \text{ m/seg}$. Se supone que no hay pérdidas en este transporte.

Para eliminar los gránulos de caliza que impurifican la arcilla, se criba ésta mediante un trómel cuyo diámetro se desea saber. Este trómel rechaza 15% del total de materia prima. Con la arcilla obtenida se fabrican ladrillos huecos sencillos de densidad aparente 1 y dimensiones $5 \cdot 12 \cdot 25 \text{ cm}$. Se desea saber cuál será la producción diaria de ladrillos si en la manipulación de los incocidos se produce 10% de roturas. Indicar las dimensiones del horno Hoffmann, supuesto que tiene forma de estadio con $L = 2R$ y que su sección es 10 m^2 .

Solución

La cinta puede transportar:

$$Q = 240 \cdot 0,4 \cdot (0,9 \cdot 0,4 - 0,05)^2 = 96 \cdot 0,31^2 = 9,23 \text{ tn/hora} = 9,23/1,8 = 5,13 \text{ m}^3/\text{hora}$$

Esta cantidad debe ser cribada en el trómel, es decir:

$$\begin{aligned} 30 D^2 &= 5,13 \\ D^2 &= 0,171 \\ D &= 0,414 \text{ m} \end{aligned}$$

Del trómel se aprovechan $0,85 \cdot 5,13 = 4,36 \text{ m}^3/\text{hora} = 7,84 \text{ tn/hora}$.

Cada ladrillo pesa $0,5 \cdot 12 \cdot 25 \cdot 1 = 1,50 \text{ Kg}$; por tanto, se moldean $7,840/1,5 = 5,226,66$ ladrillos/hora $= 125.440$ ladrillos/día, y como se rompe 10% , al cabo del día en el horno Hoffman:

$$0,9 \cdot 125.440 = 112.896 \text{ ladrillos}$$

Por tanto, si l es la longitud total del horno:

$$112,896 = 30 \cdot l \cdot s = 30 \cdot l \cdot 10 = 300 l$$

Y como $l = 2L + 3,14 \cdot 2 \cdot R = 4R + 6,28 \cdot R = 10,28 R$

$$112,896 = 300 \cdot 10,28 \cdot R = 3.083 R$$

Luego

$$R = 36,60 \text{ m} \quad \text{y} \quad L = 73,20$$

6. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

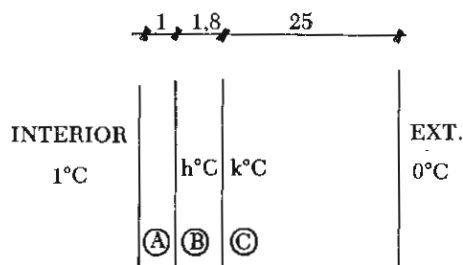
Determinar la conductancia térmica de un muro de ladrillo de 25 cm de espesor, revestido interiormente con una capa de 18 mm de un material aislante y sobre ésta un enlucido de yeso de 1 cm de espesor. Las conductividades de los distintos materiales son:

Yeso	$0,330 \text{ Kcal.m/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C.h.}$
Aislante	$0,054 \text{ Kcal.m/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C.h.}$
Ladrillo	$0,620 \text{ Kcal.m/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C.h.}$

Nota:

La conductancia térmica de un elemento constructivo *de espesor dado* es la cantidad de calor que pasa en la unidad de tiempo a través de una superficie unidad del elemento constructivo cuando la diferencia de temperatura entre sus dos caras es la unidad. Por consiguiente, es análoga a la conductividad, pero ajustándose al espesor que tenga el elemento constructivo, sin referirse al espesor unidad. Se expresa en $\text{Kcal/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C.h.}$

Solución



Podemos suponer que en el interior la temperatura es de 1°C y en el exterior de 0°C . Sean las temperaturas en las superficies de contacto interiores $h^\circ\text{C}$ y $k^\circ\text{C}$, siempre que

$$1 > h > k > 0$$

Sea Q la cantidad de calor que pasa en esas condiciones en la unidad de tiempo (hora) a través de 1 m^2 del muro Q será, por tanto, la conductancia.

Podemos escribir:

$$\text{Cantidad de calor que atraviesa A} = Q = \frac{0,33 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (1 - h)}{0,01}$$

$$\text{Cantidad de calor que atraviesa B} = Q = \frac{0,054 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (h - k)}{0,018}$$

$$\text{Cantidad de calor que atraviesa C} = Q = \frac{0,62 \cdot 1 \cdot 1 \cdot k}{0,25}$$

o sea:

$$\frac{0,01}{0,33} \cdot Q = 1 - h = 0,0303 \quad \frac{0,018}{0,054} \cdot Q = h - k = 0,333 \quad \frac{0,25}{0,62} \cdot Q = k = 0,4032$$

Sumando estas tres ecuaciones:

$$1 = Q \cdot (0,0303 + 0,3333 + 0,4032) = 0,76 \cdot Q$$

$$Q = \frac{1}{0,76} = 1,32 \text{ Kcal/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C.h.}$$

Nota:

Es evidente que, si quisiéramos, también podríamos obtener las temperaturas intermedias en las caras de contacto (h y k).

7. Hallar las dimensiones que debe tener la boquilla de una galletera que fabrica ladrillos hueco doble ($8 \times 12 \times 25$ cm) si se emplea como materia prima arcilla con desgrasante.

La pasta tiene 23% de humedad que se pierde totalmente en el secadero. La contracción lineal de cocción es 4%.

Solución

En el ábaco de la página 160 vemos que $62,5 \text{ cm}^3$ con 23% de humedad se convierten en $56,5 \text{ cm}^3$ con 0% de humedad.

Por tanto, $\sqrt[3]{62,5} = 3,97$ cm se convierten en $\sqrt[3]{56,5} = 3,85$ cm.

Sean X y Y las dimensiones de la boquilla, que deben convertirse en el ladrillo en 8 y 12 cm. En el secadero, X se convierte en:

$$\frac{3,85}{3,97} \cdot X$$

y esta cantidad, debido a la contracción de cocción, se convierte en:

$$\frac{96}{100} \cdot \frac{3,85}{3,97} \cdot X \quad \text{que debe ser igual a 8 cm.}$$

de donde:

$$X = \frac{8 \cdot 3,97 \cdot 100}{3,85 \cdot 96} = 8,59 \text{ cm}$$

Análogamente:

$$Y = \frac{12 \cdot 3,97 \cdot 100}{3,85 \cdot 96} = 12,89 \text{ cm}$$

8. Se dispone de un muro de ladrillo macizo (resistencia a compresión $a \text{ Kg/cm}^2$) de un pie de espesor cuyo conglomerante es mortero de cemento (resistencia a compresión $b \text{ Kg/cm}^2$). ¿Cuál será la carga máxima que puede soportar 3 m.l. de ese muro? Razonar el resultado.

Solución

Por la fórmula de Haller, la resistencia del muro vale:

$$R_M = (\sqrt{1 + 0,15 a} - 1) (8 + 0,057 b) \text{ Kg/cm}^2$$

Tres metros de ese muro, de 25 cm de espesor, tienen una superficie de $300 \cdot 25 = 7.500 \text{ cm}^2$; por tanto,

$$C = 7,500 \cdot R_M = 7,500 (\sqrt{1 + 0,15 a} - 1) (8 + 0,057 b) \text{ Kg}$$

9. En un secadero Keller se inyecta aire caliente en tres cámaras conectadas en serie. Cada cámara contiene 4.000 ladrillos, que con 10% de humedad (en peso) que poseen pesan 2,5 Kg cada uno. El aire se toma seco a 0° y vuelve al ambiente saturado de agua a 40°C.

Los ladrillos que se introdujeron en el secadero a 19°C, salen del mismo a 59°C. El calor perdido por las paredes de cada cámara es de 72.818 Kcal por cada carga (4.000 ladrillos).

Sabiendo que los calores específicos del aire y la cerámica son 0,24 y 0,30 Kcal/Kg respectivamente, y que la potencia calorífica del carbón es de 5.000 Kcal/Kg, se pide calcular los gramos de carbón consumidos en el secado de cada ladrillo.

Solución

El agua que contienen los ladrillos es:

$$\text{Número de ladrillos} = 3.4000 = 12.000$$

$$\text{Peso del agua} = \frac{10}{100} \cdot 2,5 \cdot 12.000 = 3.000 \text{ Kg}$$

1 Kg de aire seco a 40°C puede llegar a contener 0,04844 Kg de vapor de agua. Los Kg de aire seco a 40°C necesarios para eliminar 3.000 Kg de agua son:

$$\begin{array}{l} 1 \dots\dots\dots 0,04844 \\ x \dots\dots\dots 3000 \end{array} \quad \text{de donde} \quad x = 61934 \text{ Kg de aire seco a } 40^\circ\text{C}.$$

Calor consumido por el aire seco:

$$40 \cdot 61934 \cdot 0,24 = 593566,4 \text{ Kilocalías}$$

Calor consumido por el agua que tienen los ladrillos:

$$(100 - 19) + 540 \cdot 3.000 = 1.863.000 \text{ Kcal}$$

Calor consumido en el calentamiento de la cerámica:

$$(59 - 19) \cdot 0,30 \cdot 27.000 = 324.000 \text{ Kcal}$$

Calor perdido por las paredes de las tres cámaras:

$$3 \cdot 72818 = 215.131 \text{ Kcal}$$

Por tanto, el número total de calorías es

$$593.566,4 + 1.863.000 + 324.000 + 215.131 = 2.995.697,4 \text{ Kcal}$$

$$\text{Kg de carbón empleado} = \frac{2.995.697,4}{5.000} \simeq 600 \text{ Kg}$$

$$\text{Gramos empleados en cada ladrillo} = \frac{600.000}{12.000} = 50 \text{ gr}$$

10. De un secadero hay que eliminar 13,692 Kg de vapor. El aire ambiente está saturado a 20°C. Después se calienta, se inyecta en el secadero y sale del saturado a 60°C. Se pide: calcular los metros cúbicos de aire que se tomarán del ambiente y los que saldrán del secadero.

Solución

Suponemos el aire formado por aire puro (que llamaremos "gas") y vapor de agua. A 20°C en un metro cúbico de aire saturado hay:

$$x = \frac{0,017}{0,0145} \cdot 1 = 1,1724 \text{ Kg de "gas"}$$

A 60°C en un metro cúbico de aire saturado hay:

$$y = \frac{0,1291}{0,15142} \cdot 1 = 0,85 \text{ Kg de "gas"}$$

ya que:

1 Kg de "gas" a 20°C se satura con 0,0145 Kg de vapor

1 Kg de "gas" a 60°C se satura con 0,15142 Kg de vapor

Por tanto, 1 Kg de "gas" a 60°C podrá eliminar:

$$0,15142 - 0,0145 = 0,13692 \text{ Kg de vapor}$$

Luego, si:

1 Kg de "gas" elimina 0,13692, Kg

x Kg de "gas" eliminan 13.692 Kg

x = 100.000 Kg de "gas", y por tanto el volumen de aire que entra en el secadero será:

$$V_e = \frac{100000}{1,1724} \cdot 1 = 85.300 \text{ m}^3 \text{ de aire saturado a } 20^\circ\text{C}$$

Volumen de aire que sale del secadero

$$V_s = \frac{100000}{0,85} \cdot 1 = 117.000 \text{ m}^3$$

Problemas propuestos

1. Para fabricar una bovedilla cerámica se emplea como materia prima una arcilla con desgrasante que tiene 18% de humedad. Se desea saber las dimensiones de la boquilla para obtener una pieza de 65 × 16 cm.

SOLUCION: 65,38 × 16,08 cm.

2. Un muro está constituido por ladrillos macizos trabados por mortero de resistencia 230 Kg/cm², siendo la resistencia del ladrillo 310 Kg/cm². ¿Cuál será la resistencia del muro?

SOLUCION: 130 Kg/cm².

3. Para hallar la absorción específica de un forjado cerámico se ensayan tres probetas que en seco pesan 7,5, 7,6 y 8,0 Kg. Se sumergen en agua 24 horas, se sacan, se secan con un trapo y pesan, volviendo a introducirlas en agua 24 horas. Se repite la operación hasta llegar a pesadas constantes respectivas de 9, 9,12 y 9,5 Kg. ¿Cuál es la absorción específica?

SOLUCION: 19,58%

4. En un secadero se desea sacar 40.000 ladrillos/día. Al entrar en el secadero cada ladrillo lleva 525 g de agua. La temperatura ambiente es de 20°C, la del aire a la entrada del secadero 160°C y la del aire a la salida del mismo 35°C. Sabiendo que las pérdidas totales en el secadero son 250.000 Kcal/hora, y que el rendimiento térmico del mismo es 89,44%, hallar el consumo diario de carbón de 80.000 Kcal/Kg.

SOLUCION: 296,07 Kg/hora.

5. Para construir un muro de ladrillo de un pie de espesor, que debe resistir 250 tn/ml, se dispone de dos tipos de ladrillo ($R_1 = 500 \text{ Kg/cm}^2$, $R_2 = 300 \text{ Kg/cm}^2$) y de dos tipos de mortero ($R_{m1} = 100 \text{ Kg/cm}^2$, $R_{m2} = 185 \text{ Kg/cm}^2$). Sabiendo que el precio de los ladrillos es triple el de calidad superior al de calidad inferior, y el de los morteros el doble, ¿qué materiales son más indicados para hacer el muro?

SOLUCION: Ladrillo barato y mortero caro.

Capítulo 7

Materiales metálicos

TIPOS DE EJERCICIOS

En materiales metálicos pueden presentarse ejercicios que se refieran a cualquiera de las siguientes cuestiones:

1. Ensayos en laboratorio.
2. Sistema de dos o tres componentes.
3. Procesos de fabricación.

EJERCICIOS SOBRE ENSAYOS DE LABORATORIO; ENSAYO DE TRACCION EN ACEROS

El ensayo más frecuente es el de tracción, que en el caso especial de los aceros vamos a estudiar con detalle.

La probeta tiene forma cilíndrica con unos ensanchamientos en los extremos para permitir que quede abrazada por las mordazas del aparato en que se verifica el ensayo. En ella se marcan dos trazos, de forma que la distancia entre ellos sea:

$$L = K \sqrt{S}$$

Donde S es la sección de la probeta. En las normas españolas, $L = 100$ mm.

A esta probeta se aplican cargas crecientes que dan lugar a un estado de tracciones en su sección media. La tensión de tracción en esta sección media vale:

$$\sigma = P/S$$

donde P es la carga aplicada. Normalmente σ viene expresada en Kg/cm².

Cada tensión provoca un alargamiento de la probeta, ΔL cm. Este alargamiento suele expresarse en tanto por uno o tanto por ciento, referido a L, es decir:

$$\xi = \Delta L/L \text{ (en tanto por uno)}$$

$$\xi = \frac{\Delta L}{L} \cdot 100 \text{ (en tanto por ciento).}$$

Si sobre un sistema coordenado llevamos las σ y sus ξ correspondientes se obtienen los siguientes resultados (ver figura 7-1).

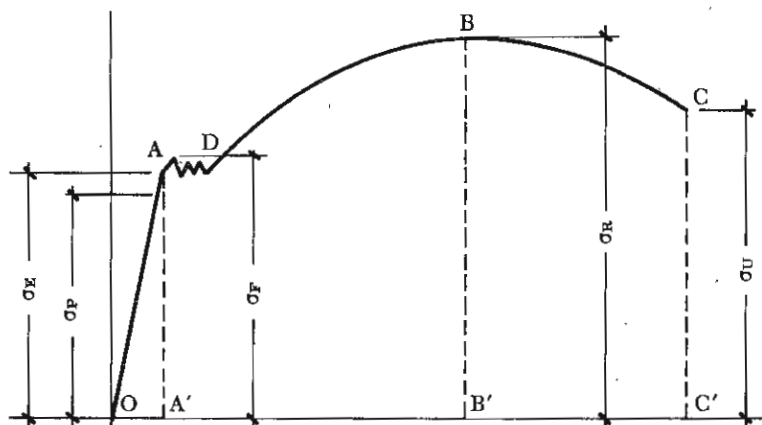


Figura 7-1.

Al principio del ensayo se observa que todos los puntos (σ, ξ) están alineados, es decir, se verifica la Ley de Hooke:

$$\sigma = E \cdot \xi$$

La constante E se denomina módulo de Young o módulo de Elasticidad. Además, si descargamos (o sea, hacemos $\sigma = 0$), no aparecen deformaciones remanentes.

Cuando la tensión alcanza cierto $\sigma = \sigma_p$, deja de cumplirse la Ley de Hooke. El diagrama tensión-deformación ya no es recto, pero si descargamos, siguen sin aparecer deformaciones remanentes, es decir, al descargar vuelve la probeta a su longitud inicial L . La tensión σ_p es el denominado *límite de alargamientos proporcionales*.

Cuando se supera una tensión σ_E , llamada *límite elástico estricto*, y se descarga, la probeta no vuelve a su longitud inicial sino que queda con una deformación remanente. Más adelante veremos lo que vale esta deformación remanente.

Si se continúa cargando la probeta (siempre suponiendo que no se ha descargado ninguna vez, es decir, que se trata de una probeta "virgen"), se alcanza una tensión σ_F en la cual, sin incrementar las tensiones, aumentan espontáneamente las deformaciones hasta que éstas alcanzan cierto valor.

Esta parte del diagrama se denomina escalón de relajamiento, y la tensión σ_F , *tensión o límite de fluencia*.

Más adelante, las tensiones y deformaciones están ligadas por una ley de tipo parabólico. Es el tramo DB de la figura. Al alcanzarse la tensión correspondiente al punto B, comienza a estrecharse la sección media de la probeta (cuello de estricción). Al disminuir esta sección, aunque la carga P permanezca constante o incluso descienda, la tensión sigue aumentando. Como el aparato que realiza el ensayo mide las cargas P , en vez de las tensiones, en la gráfica se produce el tramo descendente BC que a primera vista puede parecer absurdo.

La tensión BB' es la *tensión de rotura*. La tensión CC' de la figura se denomina *tensión última*.

El tramo OB' se denomina *alargamiento uniforme*, pues éste se reparte por igual en toda la longitud de la probeta. El tramo $B'C'$ se denomina *alargamiento localizado*, pues éstos se producen preferentemente en el cuello de estricción.

Se denomina alargamiento permanente al segmento $A'C'$ de la figura y alargamiento elástico al segmento OA' . El segmento $A'B'$ es el denominado alargamiento plástico.

Si denominamos S la sección inicial de la probeta y S_u la sección última del cuello de estricción, se define como *estricción* el valor:

$$\text{Est.} = \frac{S - S_u}{S} \cdot 100$$

El alargamiento (en porcentaje) de rotura se define como

$$\Delta_r = \frac{L_u - L}{L} \cdot 100$$

Donde L_u es la longitud de la probeta al final del ensayo y L la longitud inicial.

Como el límite elástico estricto es difícil de determinar, puede sustituirse éste a *todos los efectos* por el *límite elástico convencional* que se define como la tensión que produce una deformación remanente del 0,2% (fig. 7-2).

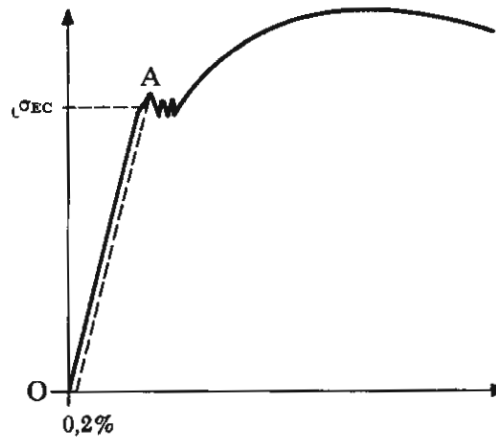


Figura 7-2.

Ya hemos visto que en el eje de abscisas se representan las deformaciones, que pueden venir dadas en porcentaje tanto por l y cm ; es aconsejable tomarlas en tanto por uno, pues entonces la tangente del ángulo α es precisamente el valor del módulo de Young.

Si una probeta virgen se carga a una tensión cualquiera, σ_q , superior al límite elástico, y se descarga paulatinamente, la curva de descarga resulta ser la recta QR y la deformación remanente OR , QR es paralela a OA .

Si a la probeta así tratada (cargada hasta σ_q y descargada) se vuelve a someter a un nuevo ensayo de tracción, la curva que se obtiene al cargar hasta rotura es la RQS (fig. 7-3), si se refieren las de-

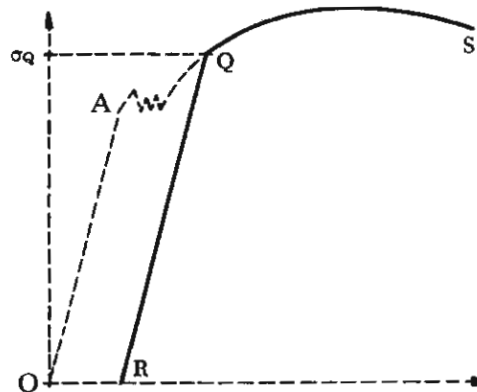


Figura 7-3.

formaciones a la longitud inicial de la probeta virgen (L), y: RQS (fig. 7-4), si se refieren las lon-

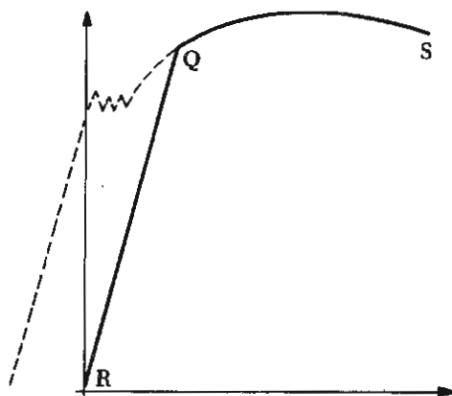


Figura 7-4.

gitudes a la longitud inicial de la probeta en este segundo ensayo, es decir $(L + \overline{OR} \cdot L)$. Las dos curvas RQS son iguales (pueden superponerse).

Con este experimento hemos logrado aumentar el límite elástico σ_E a σ_Q . En el tramo RQ se cumple la Ley de Hooke. Como en la práctica se toma como carga admisible a tracción la mitad del límite elástico, puede parecer a primera vista que sometiendo el acero a una carga σ_Q previa se mejora la resistencia de éste. No es viable este método, ya que también se disminuye el alargamiento de rotura, con lo que el material resulta mucho más frágil.

Valores normales de σ_E y σ_R son 2.400 Kg/cm^2 y 3.600 Kg/cm^2 para los aceros ordinarios (en ellos, $E = 2.100.000 \text{ Kg/cm}^2$). Los tres valores anteriores pueden valer, en aceros especiales, 5.200, 12.000 y 1.800.000, respectivamente.

Sobre el ensayo de tracción, quereinos dejar bien claro que las deformaciones que aparecían en el diagrama eran deformaciones instantáneas, también denominadas deformaciones bajo carga. Es decir: deformaciones producidas mientras estaba actuando la carga.

Pueden dar, en algún ejercicio, deformaciones *remanentes*, en vez de instantáneas. En este caso no será posible dibujar el diagrama tensión-deformación, salvo si se conoce E , pero en cambio sí se podrá hallar el límite elástico convencional, simplemente viendo (directamente o por interpolación) qué tensión produce una deformación remanente del 0,2%. (Véase el problema 5.)

Ya veremos (problema 2) que las variaciones térmicas afectan, en una estructura isostática, a las deformaciones, pero no así a las tensiones. En el caso de una estructura hiperestática, si el movimiento está impedido totalmente no se producirá deformación, pero en cambio tendrán lugar tensiones internas.

Para calcularlas se procederá como sigue: se supone que se libera el suficiente número de coacciones para dejar convertida la estructura en una isostática. Se calculan las deformaciones que produce en ésta la variación de temperatura y a continuación se calcula qué fuerza (o tensión) es necesaria para volver la estructura a su posición inicial.

En materiales de construcción, la "estructura" más complicada es una "barra", ya que sólo nos preocupan las propiedades de los materiales y no el cálculo de estructuras, que es objeto de otras ciencias.

OTROS TIPOS DE EJERCICIOS SOBRE ENSAYOS DE LABORATORIO

Entre ellos es necesario destacar el ensayo a esfuerzo cortante, también llamado ensayo de cizallamiento. Pueden darse dos casos, según que sean dos o tres las cuchillas empleadas. Si son dos, cada una de ellas transmite un esfuerzo F en el momento de la rotura, y si la sección de la probeta es S , la tensión de rotura por cizallamiento es F/S .

Si son tres las cuchillas, habrá dos a un lado y una a otro. En el momento de la rotura los esfuerzos transmitidos serán $F'/2$ y F' , respectivamente. La tensión de rotura por cizallamiento es

$$F'/2S$$

donde S tiene el mismo significado que en el caso anterior.

Otro ensayo interesante es el ensayo de torsión. Para ello se hace actuar un par sobre la probeta. Si se miden deformaciones angulares y los pares que las producen, se puede dibujar un diagrama par-deformación angular, análogo al de tensión-deformación. Este diagrama consta de una parte recta y otra curva.

Se puede definir el *módulo de elasticidad transversal* como

$$G = \frac{\text{incremento de par}}{\text{incremento de deformación angular}}$$

Otros ensayos son los de dureza, plegado, esfuerzos repetidos, resistencia al choque, etc., que no nos detendremos a explicar porque se resuelven aplicando exactamente las especificaciones de la norma correspondiente. (Véase Arredondo y Alamán "*Materiales Metálicos*" y Duriez "*Nouveau traité de Matériaux de Construction*").

SISTEMA DE DOS COMPONENTES

Para construir un diagrama de dos componentes A y B, se toman en ordenadas temperaturas y en abscisas concentraciones, es decir, tanto por ciento de A ó B respecto al total de ambos. Si una masa de metales A y B inicialmente a una temperatura elevada (o sea, en estado líquido) se enfría, la transformación estudiada vendrá representada por una recta vertical en el diagrama que pase por el punto P representativo del estado inicial (punto que se termina, ya que conocemos su ordenada y su abscisa). En esta recta podemos marcar los puntos L y S, que corresponden a las temperaturas en que comienza y termina la solidificación.

Estos puntos L y S coinciden en el caso particular de 100% de A (metal A puro) y 100% de B (metal B puro). El lugar geométrico de los puntos L se denomina línea de Liquidus, y el lugar geométrico de los puntos S, línea de Solidus. Los tres casos que pueden presentarse son:

a) Si A y B son totalmente miscibles en estado sólido y en estado líquido; el diagrama adopta una forma

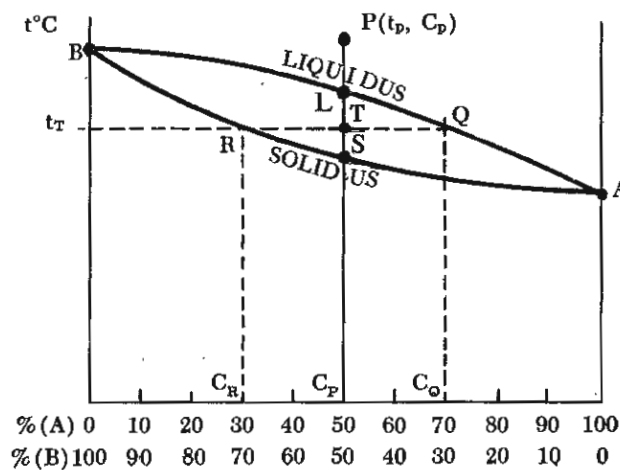


Figura 7-8.

Este diagrama tiene las siguientes propiedades: si el sistema representado inicialmente por el punto P (t_p , C_p) se enfría lentamente, al alcanzar una temperatura t_r , el punto representativo del sistema a esa temperatura es T. Por estar entre las líneas de Solidus a Liquidus, el sistema consta de fase lí-

quida y fase sólida. La concentración de la fase sólida es C_R y la concentración de la fase líquida es C_Q . Las cantidades de sólido y líquido cumplen la condición:

$$\text{Cantidad de sólido/Cantidad de líquido} = Q T/TR$$

$Q T$ y $T R$ se miden directamente (en cm) en el diagrama. Evidentemente los puntos A y B del diagrama corresponden a las temperaturas de fusión de los metales A y B puros.

Si los metales A y B son totalmente miscibles en estado líquido y no miscibles en estado sólido, es evidente que el punto R antes considerado debe coincidir con la vertical de 100% de B, ya que la concentración de la fase sólida, a cualquier temperatura, comprendida entre las dos líneas L y S debe ser 100% de B.

b) Por tanto, en este caso el diagrama adopta una forma:

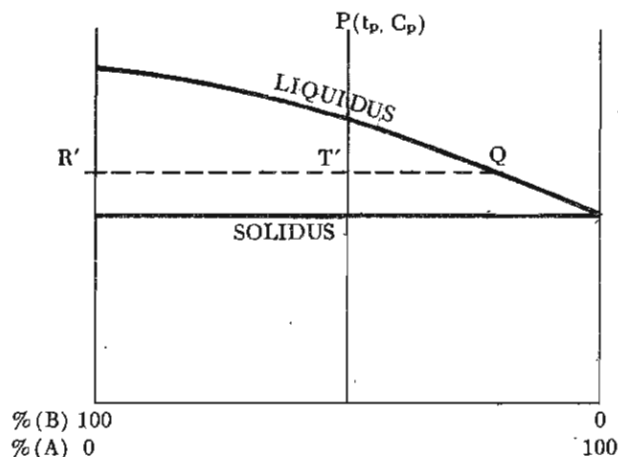


Figura 7-9

c) Y si los metales A y B son parcialmente solubles en estado líquido y no miscibles en estado sólido, puede haber dos concentraciones diferentes en fase líquida a ciertas temperaturas, y por eso el diagrama adopta la siguiente forma:

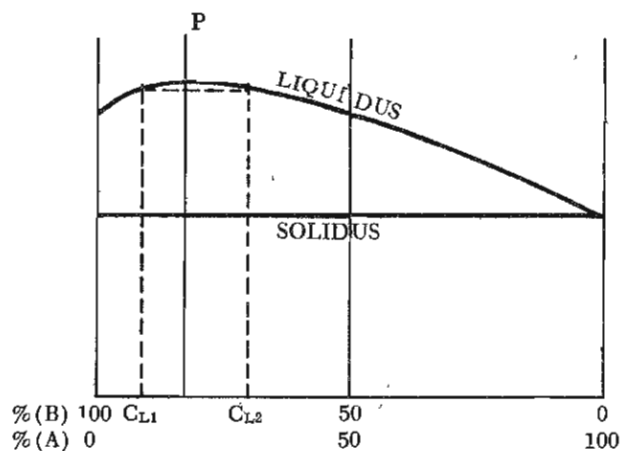


Figura 7-10

Finalmente, definiremos un eutéctico como una aleación de A y B cuyo punto de fusión es inferior a los de los metales A y B puros. Es evidente que, en este caso, las líneas de S y L deben coincidir en algunas de las siguientes formas:



Finalmente, hemos de decir que aunque las líneas L y S son curvas, en un ejercicio pueden sustituirse por líneas quebradas si no dan otros datos sobre sus características. (Véase problema 10.)

Problemas resueltos

1. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Calcular el diámetro mínimo que debe tener una barra de acero de límite elástico 23,85 Kg/mm², para soportar una carga de 30 tn sin que experimente deformación permanente.

Solución

La máxima tensión que puede soportar un acero sin experimentar deformación remanente es, por definición, el límite elástico.

Sea S la sección necesaria en milímetros cuadrados.

$$23,85 = 30.000/S \quad \text{de donde } S = 1.255 \text{ mm}^2$$

luego:

$$\pi D^2/4 = 1.255$$

de donde:

$$D^2 = 1.600$$

$$D = 40 \text{ mm}$$

2. (Propuestos en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

De una barra de acero de 1,27 cm de diámetro y colocada verticalmente cuelga una carga de 6.803 Kg. Se desea saber:

- La tensión de tracción a que está sometida la barra.
- La variación de dicha tensión si la temperatura se eleva 100°C.

Módulo de elasticidad = 1.900.000 Kg/cm²

Coefficiente de dilatación = 0,00001.

Longitud de la barra = 1,62 metros.

Solución

Sección de la barra = $\pi 1,27^2/4 = 1,26 \text{ cm}^2$.

Tensión de la barra = $6.803/1,26 = 5.400 \text{ Kg/cm}^2$.

Al elevarse la temperatura, como el sistema es isostático no hay variación de dicha tensión (aunque hay alargamiento térmico).

3. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Se quiere construir un elemento estructural de aluminio de 3 m de longitud y de sección cuadrada que va a estar sometido a un esfuerzo de tracción de 2.268 Kg que actúa en la dirección de su mayor dimensión. Se desea saber el lado mínimo de la sección transversal, sabiendo que el aumento de longitud de la barra no debe pasar de 2,5 mm.

Módulo de elasticidad del aluminio = 714.000 Kg/cm².

Solución

Suponemos que estamos dentro del periodo de alargamientos proporcionales, es decir, que se cumple la Ley de Hooke. Por tanto, la tensión es igual al Módulo de Elasticidad multiplicado por la deformación expresada en tanto por uno. Dicho de otra forma:

$$F/S = E \cdot \Delta l/l$$

Es decir, operando en Kg y cm:

$$\frac{2.268}{S} = 714.000 \frac{0,25}{300}$$

de donde:

$$S = \frac{300 \cdot 2.268}{0,25 \cdot 714.000} = \frac{12 \cdot 2.268}{7.140} = 3,80 \text{ cm}^2$$

Por tanto, $l = 1,95 \text{ cm}$.

4. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Se ensaya una barra cilíndrica de acero de 182 mm^2 de sección. Durante el ensayo se obtienen las siguientes cifras:

<i>Cargas</i> (Kg)	<i>Alargamientos</i> (micras)
1090	33
2180	66
3075	97
3925	123
5020	156
5450	183
6340	198
6760	214
7000	231
7200	264
7430	297
7640	368
7850	478
8080	605

La base de medida de las deformaciones es de 11cm. Se pide.

- Dibujar el diagrama tensión deformación.
- Determinar el límite convencional de elasticidad.
- Determinar el módulo de elasticidad.

Solución

Observamos que los datos que nos da el enunciado son: cargas y alargamientos. Los alargamientos vienen dados como ΔL . Para pasar de micras a cm, recordemos que $1 \text{ micra} = 10^{-4} \text{ cm}$. Para hallar tensiones, dividiremos las cargas por la sección de la barra. Para obtener ϵ tendremos que dividir ΔL por L .

Formamos así el siguiente cuadro:

<i>Cargas (Kg)</i>	<i>1 micra = 10⁻⁴ cm</i> <i>$\Delta L = (\text{micras})$</i>	<i>$\sigma \text{ Kg/cm}^2$</i>	<i>$\Delta L/L = \epsilon$</i>	<i>$\epsilon \%$</i>
1090	33	598,9	0,00030	0,030
2180	66	1197,8	0,00060	0,060
3075	97	1689,56	0,00088	0,088
3925	123	2156,56	0,00112	0,112
5020	156	2758,24	0,00142	0,142
5450	183	2994,50	0,00166	0,166
6340	198	3483,51	0,00180	0,180
6760	214	3714,28	0,00195	0,195
7000	231	3846,15	0,00210	0,210
7200	264	3956,04	0,00240	0,240
7430	297	4082,41	0,00270	0,270
7640	368	4197,80	0,00334	0,334
7850	478	4313,18	0,00435	0,435
8080	605	4439,50	0,00550	0,550

Podemos ya dibujar el diagrama pedido.

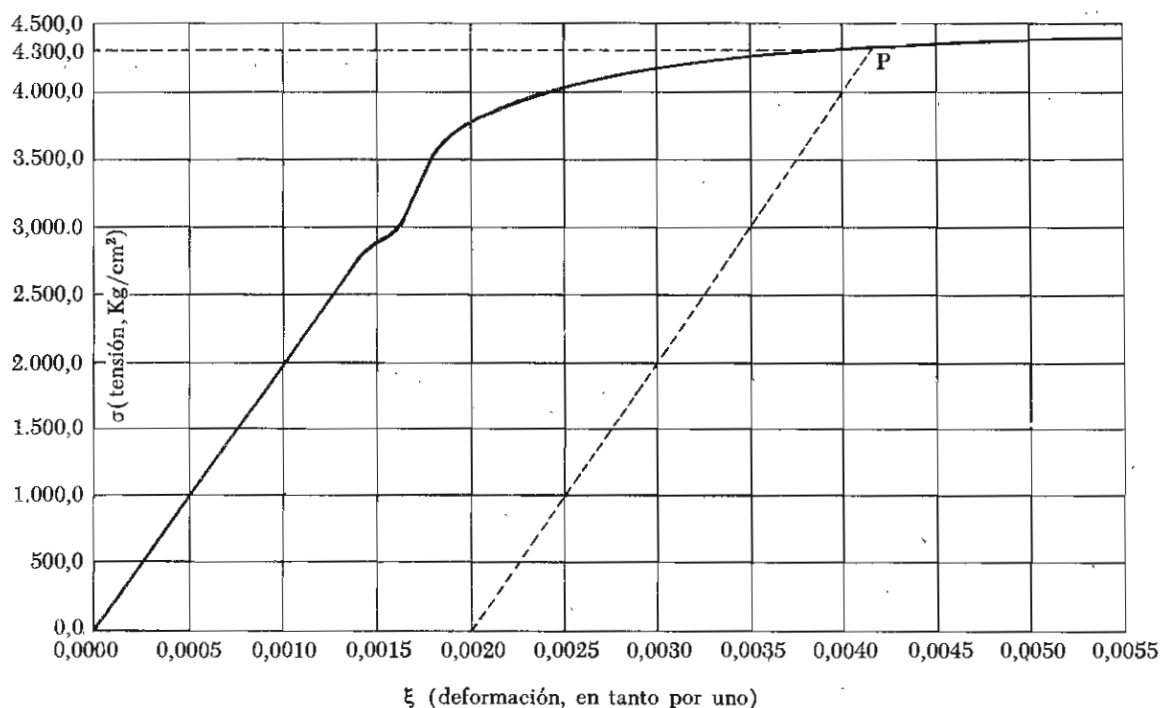


Figura 7-5

Para hallar el límite elástico convencional, marcamos en el eje de deformaciones el punto correspondiente al 0,2%, es decir, el 0,002 según la escala adoptada, y trazamos una paralela al tramo recto. Se tiene así el punto P al que corresponde una tensión de 4,300 Kg/cm^2 , que es el límite elástico convencional pedido.

El módulo de elasticidad, como en la gráfica hemos tomado como unidades de tensiones Kg/cm^2 , y para las deformaciones tanto por uno ($\Delta L/L$) podemos obtener E midiendo la tangente del ángulo que el tramo recto del diagrama forma con la horizontal. No obstante, está menos expuesto a error aplicar directamente:

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

es decir:

$F/S = E \cdot \Delta L/L$ o sea, considerando una carga baja, para que se cumpla la Ley de Hooke:

$$598,9 = E \cdot 0,0003$$

de donde

$$E = 1.996.333 \text{ Kg/cm}^2$$

5. Al ensayar una barra de acero se obtienen los siguientes resultados.

Tensión (Kg/cm^2)	Deformación remanente (%)
500	0,0001
1000	0,0008
1500	0,001
2000	0,16
2500	0,21
3000	0,35
3500	1,80
4000	7,00

Se quiere saber cuál es el límite elástico convencional de ese acero.

Solución

Vemos que estará comprendido entre 2.000 y 2.500 Kg/cm². Interpolando linealmente entre estos dos valores:

$$\frac{2.500 - 2.000}{X} = \frac{0,21 - 0,16}{0,2 - 0,16} \quad \text{o sea}$$

$$X = \frac{500 \cdot 0,04}{0,05} = 400 \text{ Kg/cm}^2$$

Por tanto, el límite elástico convencional vale:

$$2.000 + 400 = 2.400 \text{ Kg/cm}^2$$

6. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Una barra de acero de 45 cm de longitud y 2 cm de diámetro tiene sus extremos perfectamente fijos e inmóviles. A 200°C no está sometida a ningún esfuerzo. Se empieza a disminuir la temperatura a razón de 3°C cada 5 minutos. Las características del acero son:

Carga de rotura: 3.600 Kg/cm².

Límite de elasticidad: 2.400 Kg/cm².

Módulo de elasticidad: 2.000.000 Kg/cm².

Coefficiente de dilatación: 0,00001.

Alargamiento uniforme = 18%.

Se desea saber a qué temperatura llegará la tensión a alcanzar el límite de elasticidad y cuánto tiempo tardará en alcanzar dicho límite.

Solución

Un descenso de temperatura de 3°C equivale, supuesto liberado un extremo de la barra para hacer isostática la estructura, a un acortamiento de:

$$\Delta L = \alpha \cdot L \cdot \Delta t = 0,00001 \cdot 45 \cdot 3 = 0,00135 \text{ cm}$$

Para producir un aumento de longitud 0,00135 cm en la barra, es necesaria (si se cumple la Ley de Hooke) una fuerza F Kg, tal que:

$$F/S = E \cdot \Delta L/L \quad \text{o sea, operando en Kg y cm}$$

$$\frac{F}{\pi \frac{4}{4}} = 2.000.000 \cdot \frac{0,00135}{45}$$

$$F = \pi \cdot 20 \cdot 135 \cdot 1/45 = 3,14 \cdot 20 \cdot 3 = 188,4 \text{ Kg}$$

La sección de la barra es:

$$S = 3,14 \cdot 4/4 = 3,14 \text{ cm}^2$$

Cuando alcance el límite elástico, será bajo una carga de

$$3,14 \cdot 2.400 = 7.536 \text{ Kg}$$

Por tanto,

$$3^\circ \dots\dots\dots 188,4$$

$$X \dots\dots\dots 7.536$$

de donde

$$X = 120^\circ\text{C de descenso de temperatura}$$

Es decir, cuando la temperatura sea 80°C. El tiempo que tardará será 40 periodos de 5 minutos, es decir 200 minutos.

7. Una línea de ferrocarril está compuesta por carriles de 1 m de longitud. Se construyó con una temperatura ambiente de + 10°C, dejando una separación entre carriles de d cm. Se pide: dibujar las leyes temperatura-tensiones en el carril y temperatura-deformaciones unitarias, supuesto que no exis-

ten fenómenos de pandeo y que el acero con el que están contruidos los carriles cumple la Ley de Hooke hasta la rotura.

$$\text{Coeficiente de dilatación lineal del acero} = \alpha \frac{\text{m}}{\text{m}^\circ\text{C}}$$

$$\text{Módulo de elasticidad del acero} = E \text{ Kg/cm}^2.$$

$$\text{Sección del carril} = A \text{ cm}^2.$$

Solución

El carril se alargará libremente según una ley lineal hasta la deformación $\epsilon = \Delta l = d/l$ entonces ya permanecerá constante su longitud.

Esta deformación tiene lugar para un Δt (sobre 10°C) igual a

$$d = \Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{d}{\alpha \cdot l}$$

No existen temperaturas por bajo de -273°C . Por tanto, la ley pedida es:

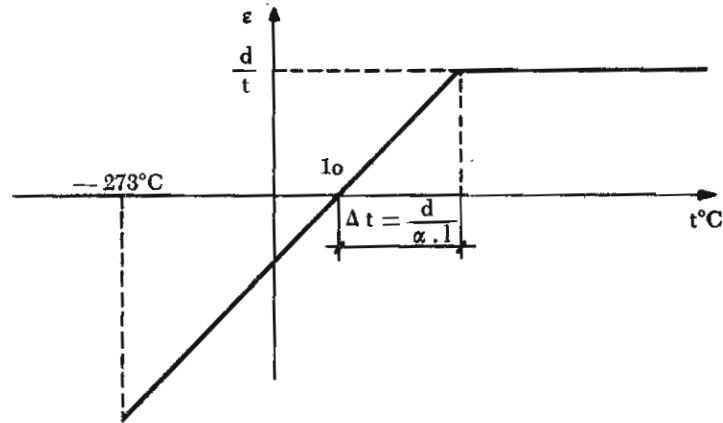


Figura 7-6

La ley temperaturas-tensiones es: $\sigma = E \cdot \epsilon$. Las tensiones son nulas hasta alcanzar la temperatura $t_0 + \frac{d}{\alpha \cdot l}$.

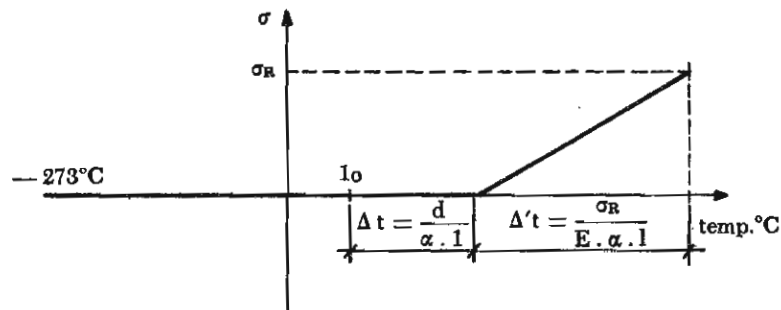


Figura 7-7

Luego, aumenta linealmente según $\sigma = E \cdot \epsilon = E \cdot \Delta' t \cdot \alpha \cdot l$ hasta alcanzar la carga de rotura que se produce, para una temperatura

$$\sigma_R = E \cdot \Delta' t \cdot \alpha \cdot l, \quad \text{o sea}$$

$$\Delta' t = \frac{\sigma_R}{E \cdot \alpha \cdot l}$$

8. Con una bola de acero de 10 mm de diámetro se ejerce sobre una chapa, durante treinta segundos, una fuerza de 10 tn que deja una huella en forma de casquete esférico de área $A = 0,5 \text{ cm}^2$. Se pide: determinar la dureza Brinell de la chapa ensayada.

Solución

En nuestro caso,

$$\text{Dureza Brinell} = F/A$$

$$A \text{ en mm}^2 = 50 \text{ mm}^2$$

$$F = 10 \text{ tn} = 10.000 \text{ Kg}$$

$$\text{Luego, dureza Brinell} = 10.000/50 = 200 \text{ Kg/mm}^2$$

9. Tenemos dos metales A y B. El primero funde a 660°C y el segundo lo hace a 1.420°C . Son totalmente solubles en estado líquido y completamente insolubles en estado sólido. Forman un eutéctico a 578°C con 13% de B y 87% de A.

Se pide: dibujar a escala el diagrama A — B, indicando las zonas y puntos principales.

$$\text{Escala } 100^\circ\text{C} = \frac{1}{2} \text{ cm}$$

$$10\% = 1 \text{ cm}$$

Dedúzcase del diagrama, cuál será la temperatura a que se iniciará la cristalización para una aleación del 7% de B.

Solución

En la figura 7-11 hemos dibujado el diagrama correspondiente. De él deducimos que la temperatura a que se inicia la cristalización para una aleación con el 7% de B es 630°C .

Nota: Con los datos del problema queda muy indeterminada la línea Liquidus.

10. Las temperaturas de fusión de dos metales A y B son 500 y 1.000°C , respectivamente. En una mezcla con 50% de A y 50% de B, comienza la solidificación a los 900°C , y termina a los 700°C .

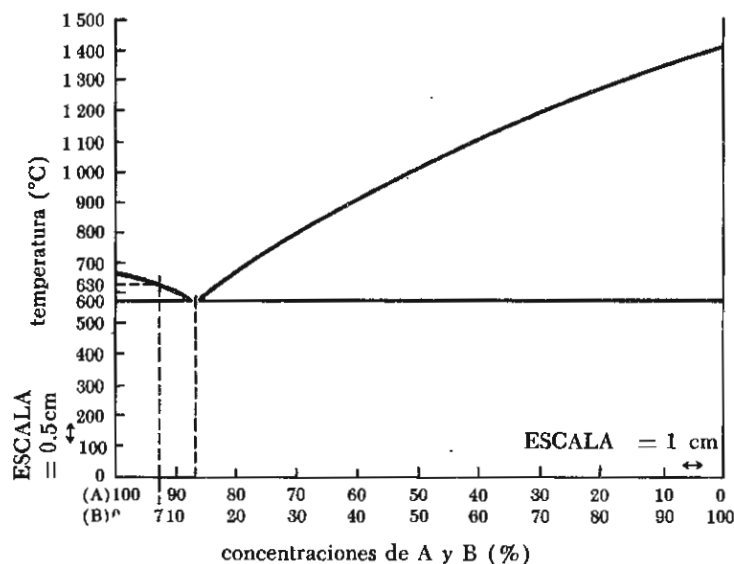


Figura 7-11

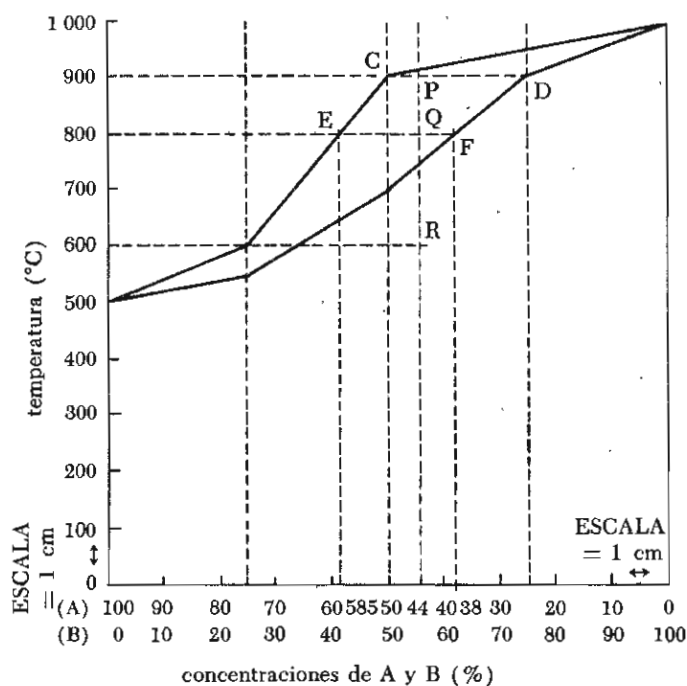


Figura 7-12

En una mezcla de 75% de B y 25% de A, la solidificación comienza a los 950°C y termina a los 900°C. En una mezcla de 75% de A y 25% de B, la solidificación comienza a los 600°C y termina a los 550°C.

Determinar para 44% de A la composición y proporción de fase sólida y líquida a las temperaturas de 900°C, 800°C, 600°C. (Escala: 10% = 1 cm y 100°C = 1 cm).

Solución

Dibujamos el diagrama con los datos del enunciado, según puede verse en la figura 7-12. Para 900°C y 44% de A en la composición inicial, vemos que las concentraciones son:

$$\text{Fase sólida} = 25\% \text{ A} \quad \text{Fase líquida} = 50\% \text{ A}$$

y las cantidades de sólido y líquido están en la relación:

$$\text{líquido/sólido} = PD/CP = 19 \text{ mm}/6 \text{ mm} = 3,17$$

Análogamente para 800°C es:

$$\text{Fase sólida} = 38\% \text{ A} \quad \text{Fase líquida} = 58,5\% \text{ A}$$

$$\text{Líquido/Sólido} = QF/EQ = 6/14 = 0,43$$

Para 600°C toda la aleación está solidificada y su composición es la inicial, es decir, 44% A y 56% B. Aunque los diagramas de dos componentes son de gran utilidad, hay algunas ocasiones en que no son necesarios para resolver el problema. Veamos algunos ejemplos.

11. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Se enfría una muestra de 50 gramos de una aleación de dos metales, A y B, en estado fundido. A cierta temperatura se obtiene una aleación eutéctica sólida con 72% de A y un sólido con 22% de A. El peso de la aleación eutéctica es 40% del total. Se quiere determinar el porcentaje de cada uno de los metales en la muestra inicial.

Solución

Sean x los gramos de A e y los gramos de B en la muestra inicial. Podemos escribir las dos siguientes ecuaciones:

$$x = \text{peso de A en la Eutéctica} + \text{peso de A en el sólido} \quad (1)$$

$$y = \text{peso de B en la Eutéctica} + \text{peso de B en el sólido} \quad (2)$$

Según el enunciado, el peso de la eutéctica es:

$$0,40 \cdot 50 = 20 \text{ gramos}$$

Por tanto, el peso del sólido es $50 - 20 = 30$ gramos. Las ecuaciones (1) y (2) pueden escribirse:

$$x = 20 \cdot 0,72 + 30 \cdot 0,22 = 21 \text{ gr}$$

$$y = 20 \cdot 0,28 + 30 \cdot 0,78 = 29 \text{ gr}$$

Por tanto, como el peso de la muestra son 50 gr, los tantos por ciento pedidos son:

$$A = 42\% \quad B = 58\%$$

12. Hallar la composición en peso de la cementita.

Solución

El peso atómico del Fe es 55,85 y el del carbono 12,01. La cementita es CFe_3 ; por tanto, su peso molecular es $3 \cdot 55,85 + 12,01 = 179,59$. Podemos escribir la siguiente regla de tres:

$$12,01 \dots\dots\dots 179,56$$

$$x \dots\dots\dots 100$$

$$x = \% \text{ de C de la cementita} = 6,69\%, y$$

$$\% \text{ de Fe de la cementita} = 93,31\%$$

13. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Una aleación contiene 80% en peso de aluminio y 20% en peso de magnesio.

Se quiere saber la composición de dicha aleación, expresada en tanto por ciento de átomos de cada elemento.

$$\text{Pesos atómicos: Al} = 27; \text{ Mg} = 24,3$$

Solución

En 100 gr de aleación hay 80 gr de aluminio y 20 gr de magnesio. Podemos escribir la siguiente regla de tres:

$$1 \text{ de Al} \dots\dots\dots 27$$

$$x = 2,962$$

$$x \dots\dots\dots 80$$

y también:

$$1 \text{ de Mg} \dots\dots\dots 24,3$$

$$y = 0,823$$

$$y \dots\dots\dots 20$$

Por tanto, los porcentajes de átomos de cada elemento serán proporcionales a x y y .

$$\% \text{ Mg} = 100 \frac{0,823}{2,962 + 0,823} = 21,74\% \quad y \quad \% \text{ Al} = 78,26\%$$

14. Un acero consta de 30% de perlita y 70% de ferrita. Hallar la cantidad de carburo de hierro existente en la aleación.

Solución

Sean 100 gr de acero. En ellos tenemos 30 gr de perlita y 70 gr de ferrita.

$$\text{Cantidad de carbono} = 0,8 \cdot 0,30 + 0,008 \cdot 0,70 = 0,2456 \text{ gr}$$

En el CFe_3 , vimos en el problema 12, que el tanto por ciento de carbono era 6,69 y el de Fe 93,31%. Podemos escribir la siguiente regla de tres:

$$93,31 \dots\dots\dots 6,69$$

$$x = 3,43\%$$

$$x \dots\dots\dots 0,2456$$

Luego:

$$\% \text{ de CFe}_3 = 3,43 + 0,2456 = 3,6756\%$$

15. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Se quiere determinar la densidad de un acero hipereutectoide con 0,9% de carbono.

Densidad de la perlita = 7,86 Kg/dm³.

Densidad de la cementita = 7,66 Kg/dm³.

Peso atómico del Fe = 56

Peso atómico del C = 12.

Solución

En el diagrama hierro-carbono (F. Arredondo y A. Alamán "*Materiales metálicos*"), vemos que la composición final de un acero con 0,9% de carbono es perlita y cementita. Sea 1 Kg de este acero, que está compuesto por x Kg de cementita y y Kg de perlita.

La perlita tiene 0,8% de carbono.

La cementita, según vimos, tiene 6,69% de carbono.

Escribamos las siguientes ecuaciones:

Carbono total = Carbono de la cementita + Carbono de la perlita

$$0,9 = 6,69 \cdot x + 0,8 \cdot y \quad (1)$$

Además

$$x + y = 1 \quad (2)$$

De (1) y (2) obtenemos:

$$x = 0,017$$

$$y = 0,983$$

$$d = \frac{P}{V} = \frac{0,017 + 0,983}{\frac{0,017}{7,66} + \frac{0,983}{7,86}} = 7,856 \text{ Kg/litro}$$

Nota: aunque no empleamos aparentemente los pesos atómicos, ya lo hicimos en el problema 12.

Ejercicios sobre procesos de fabricación

Para resolverlos, basta aplicar las indicaciones de las casas o libros especializados. A título meramente informativo veremos el siguiente ejercicio.

16. Un alto horno produce A tn de arrabio diarias y está servido por un solo mezclador. Sea α el calor específico del hierro, que suponemos igual al del arrabio.

El arrabio en el mezclador tendría un descenso de temperatura de 30°C diarios si no se calentase éste. Para evitar este descenso se quema combustible de 10.000 kilocalorías/Kg. Se desea saber los Kg de combustible que consume cada día el mezclador.

Solución

La capacidad del mezclador debe ser igual a la producción de 1 día (día que están parados los convertidores, pero no así el alto horno), es decir: A tn. Por tanto, las calorías perdidas al día serán:

$$1.000 A \cdot \alpha \cdot 30 \text{ Kilocalorías}$$

Esta cantidad deberá ser aportada por x Kg de combustible, que tiene:

$$x \cdot 10.000 \text{ kilocalorías}$$

$$x = \frac{1.000 \cdot A \cdot \alpha \cdot 30}{10.000} = 3 \cdot A \cdot \alpha \text{ Kg de combustible}$$

17. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Dibujar en gráfica los porcentajes de ferrita, cementita, austenita y fase líquida para un acero con

0,60% de carbono, en función de la temperatura. Se supondrá que la ferrita contiene 0,025% de carbono, a cualquier temperatura.

ESCALAS: Abscisas, $100^{\circ}\text{C} = 10 \text{ mm}$; ordenadas, $10\% = 10 \text{ mm}$

PESOS ATOMICOS: Fe = 56; C = 12

Solución

La cementita es el carburo de hierro y su fórmula Fe_3C .

Peso molecular de la cementita = $3 \cdot 56 + 12 = 180$.

Veamos cuál es el porcentaje de carbono de la cementita.

En 180 gr de Fe_3C hay 12 gr de C

$$X = \frac{100 \cdot 12}{180} = 6,66\%$$

En 100 gr de Fe_3C X

Ahora consultamos el diagrama hierro-carbono (F. Arredondo y A. Alamán "*Materiales Metálicos*"). De este diagrama obtenemos las fases que corresponden a cada temperatura. La gráfica pedida es la figura 7-13.

A 1.490°C o más, sólo hay fase líquida.

De 1.490°C a 1.430°C :

Al descender la temperatura y alcanzar los 1.490°C vemos que se comienza a segregar austenita. En este intervalo coexisten la austenita y la fase líquida.

De 1.430°C a 760°C :

A los 1.430°C desaparece totalmente la fase líquida, y desde esta temperatura hasta alcanzar los 760°C sólo existe austenita (100% de austenita).

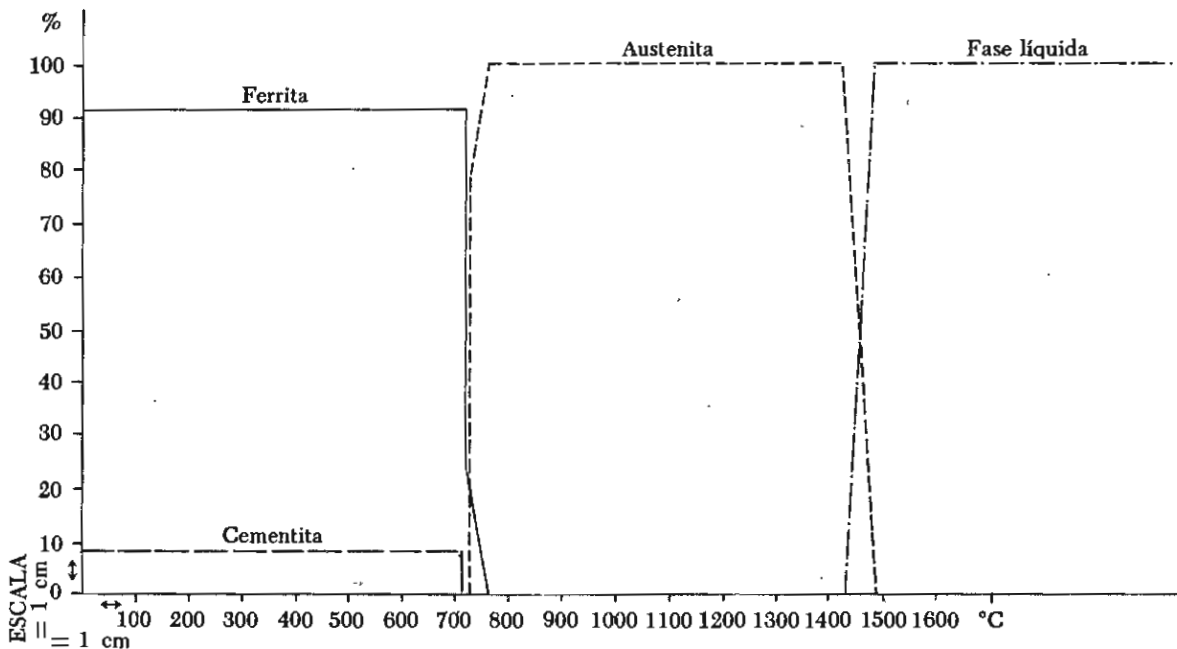


Figura 7-13

De 760°C a 725°C :

A 760°C la austenita comienza a segregar ferrita; coexisten, pues, ferrita y austenita. Podemos escribir:

$$\text{ferrita} + \text{austenita} = 100 = F + A \quad (1)$$

$$\% \text{ de C de la Ferrita} + \% \text{ de C de la Austenita} = 0,6 \quad (2)$$

$$\text{o sea:} \quad \frac{F \cdot 0,025}{100} + \frac{A \cdot 0,8}{100} = 0,6 \quad (3)$$

de donde

$$F = \text{Ferrita} = 25,8\%$$

$$A = \text{Austenita} = 74,2\%$$

Estos porcentajes corresponde, evidentemente, a la temperatura de 725°C .

De 725°C a 0°C:

Vemos, en el diagrama Fe—C, que existen ferrita y perlita. Asimismo, sabemos que la perlita se considera mezcla de ferrita y cementita; por tanto, en el sistema sólo existe ferrita y cementita.

Las proporciones de ambas son constantes a cualquier temperatura.

Sea $F = \% \text{ Ferrita}$ y $C = \% \text{ de Cementita}$.

Análogamente a como operamos en el intervalo anterior:

$$F + C = 100$$

$$\frac{F \cdot 0,025}{100} + \frac{C \cdot 6,66}{100} = 0,6$$

De donde $F = 91,3\%$ y $C = 8,7\%$

18. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

El metal A funde a 680°C y el metal B funde a 1.510°C. Los metales A y B son totalmente solubles en estado líquido y completamente insolubles en estado sólido. Forman un eutéctico a 560°C, con 24% de B y 76% de A. Se pide:

- Dibujar el diagrama de equilibrio correspondiente.
- Deducir del diagrama la temperatura a que se iniciará la solidificación para una aleación del 12% de B.

Escalas:

$$100^\circ\text{C} = 1 \text{ cm}; \quad 10\% = 1,5 \text{ cm}$$

Solución

- Construimos el diagrama de la figura 7-14.

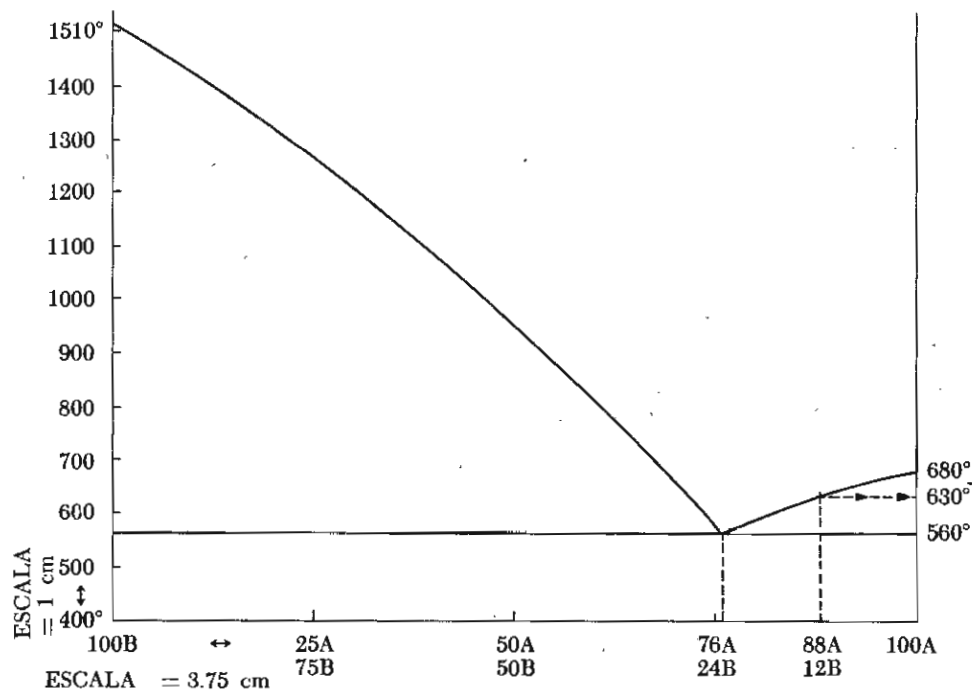


Figura 7-14

- De este diagrama vemos que la aleación de 12% de B comienza la solidificación a 630°C.

19. Un cable de acero, de $6,5 \text{ cm}^2$ de sección transversal, soporta un elevador de una mina. Entran en el elevador 20 mineros con un peso medio de 80 Kg cuando dicho elevador se encuentra a 160 m de profundidad.

Calcular cuánto se alargará el cable del elevador por efecto de esta carga.

Módulo de elasticidad del acero: $E = 2.000.000 \text{ Kg/cm}^2$

Solución

Se pide solamente el alargamiento debido a los 20 mineros; por tanto, no se tiene en cuenta ni el peso propio del cable, ni el peso de la jaula. (Datos que, por otra parte, no da el enunciado.) Sabemos, por la Ley de Hooke,

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

o sea:

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta L}{L}$$

En nuestro caso, trabajando con Kg y cm:

$$\frac{20 \cdot 80}{6,5} = 2.000.000 \frac{\Delta L}{160 \cdot 100}$$

o sea:

$$\Delta L = \frac{8 \cdot 16}{6,5 \cdot 10} = 1,969 \text{ cm}$$

20. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Una prensa está formada por un marco metálico cerrado constituido por dos cabezales unidos por columnas laterales. En el interior del marco hay un dispositivo hidráulico con un pistón de 30 cm de diámetro.

El manómetro de la máquina marca 71 Kg/cm^2 en el momento que se rompe una probeta cilíndrica de hormigón de $15 \phi \times 30 \text{ cm}$. De estos datos se deduce la carga de rotura de la probeta. Posteriormente se averigua que, por un defecto del molde, la probeta tenía 14,87 cm de diámetro en vez de los 15 indicados.

Se quiere determinar el error que se ha cometido al determinar la resistencia de la probeta, expresado en tanto por ciento.

Solución

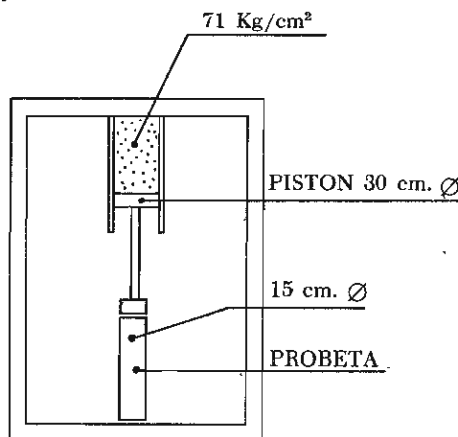


Figura 7-15

El esquema del ensayo, cuyo uso es muy conveniente en ejercicios de este tipo, es el de la figura 7-15. Suponemos el marco indeformable.

Sección del pistón $= \pi \cdot 15^2 \text{ cm}^2$

Fuerza que transmite el pistón $= \pi \cdot 15^2 \cdot 71 \text{ Kg}$

$$\text{Carga sobre la probeta} = \frac{\pi \cdot 15^2 \cdot 71}{\frac{\pi \cdot 15^2}{4}} =$$

$$= 284 \text{ Kg/cm}^2$$

(En el primer caso.)

$$\text{Carga sobre la probeta} = \frac{\pi \cdot 15^2 \cdot 71}{\frac{\pi \cdot 14,87^2}{4}}$$

(En el segundo caso.)

El error absoluto cometido es:

$$\frac{\pi \cdot 15^2 \cdot 71}{\frac{\pi \cdot 14,87^2}{4}} - \frac{\pi \cdot 15^2 \cdot 71}{\frac{\pi \cdot 15^2}{4}} = 4 \cdot 71 \left(\frac{15^2}{14,87^2} - 1 \right) = 284 \cdot 0,0175 \text{ Kg/cm}^2$$

El error, expresado en tanto por ciento del valor teórico:

$$E = \frac{284 \cdot 0,0175}{284} \cdot 100 = 1,75\%$$

21. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Una pieza de acero se somete a un esfuerzo de tracción en una máquina adecuada, hasta la mitad de su límite elástico estricto y a continuación, manteniendo fijas las mordazas de la máquina, se disminuye la temperatura lo necesario para que la tensión de la probeta llegue a los $\frac{3}{4}$ de dicho límite.

Después se descarga la pieza y se comprime en una prensa hasta alcanzar la mitad del límite elástico estricto. Entonces, manteniendo inmóviles los platos de la prensa, se disminuye la temperatura de la probeta el doble de lo que se disminuyó cuando estaba sometida a tracción.

Se pide determinar la tensión de tracción o compresión a que está sometida la pieza al final de estos procesos, expresada como fracción del límite elástico.

Solución

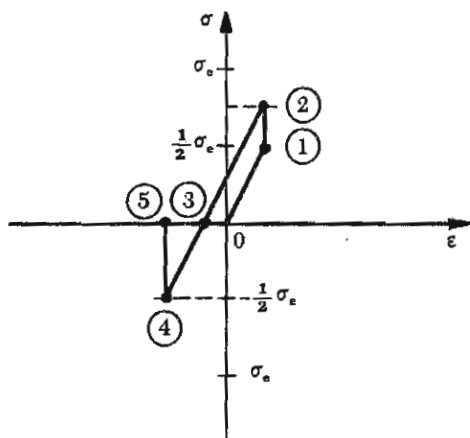


Figura 7-16

Construiremos el diagrama tensión-deformación de la figura 7-16, advirtiendo que no es exactamente un diagrama tensión-deformación ordinario, ya que en él se sobreponen efectos debidos a la temperatura.

Recordemos que el módulo de elasticidad de un acero es igual a tracción que a compresión.

1º) Alcanzamos $\frac{1}{2} \sigma_e$, como corresponde a la posición (1).

2º) Se alcanzan los $\frac{3}{4} \sigma_e$, como corresponde a la posición (2), sin variación de longitud.

3º) Se descarga la pieza. En el diagrama equivale a, por una paralela a (0) — (1) alcanzar el eje ϵ , posición (3).

4º) Equivale a alcanzar el punto (4).

5º) Cuando estaba sometida a tracción se disminuyó la temperatura lo equivalente a $\frac{1}{4} \sigma_e$; por tanto, ahora se disminuye la temperatura lo equivalente a $\frac{1}{2} \sigma_e$, es decir, se alcanza la posición (5), sobre el eje ϵ .

Por tanto, la tensión final es $\sigma = 0$.

Nota: Las rectas 0-1, 2-3 y 3-4 son paralelas, ya que los límites elásticos en tracción y compresión son iguales.

22. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Una vigueta de hormigón pretensado se fabrica dando a sus armaduras una tracción de 120 Kg/mm^2 .

Después de moldeadas las viguetas a 20°C , sufren un curado por vapor durante el cual la temperatura llega a 80°C . Se quiere saber la pérdida de tensión de la armadura durante el curado, expresada en tanto por ciento de la tensión inicial de pretensado.

Módulo de elasticidad $2.000.000 \text{ Kg/cm}^2$

Coefficiente de dilatación $= 0,00001$

Solución

Operaremos en Kg y cm. Sea l_0 la longitud de acero, una vez tensado a 20°C . Si no estuviese impedido el movimiento, al pasar la temperatura a 80°C , aumentaría una longitud.

$$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t = l_0 \cdot \alpha \cdot 60$$

Siendo α el coeficiente de dilatación. Según la Ley de Hooke, la tensión necesaria para producir un acortamiento igual a este Δl es:

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

o sea:

$$\sigma = E \frac{\Delta l}{l} = E \frac{1 \cdot \alpha \cdot 60}{1} = E \cdot \alpha \cdot 60$$

Sustituyendo:

$$\sigma = 2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-5} \cdot 60 = 20 \cdot 60 = 1.200 \text{ Kg/cm}^2$$

La tensión inicial de pretensado era:

$$\sigma_i = 120 \text{ Kg/mm}^2 = 12.000 \text{ Kg/cm}^2$$

Luego la pérdida de tensión de la armadura es 10% de la tensión inicial de pretensado.

23. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Para construir un elemento estructural de 3 metros de longitud y de sección cuadrada, se dispone de los materiales A y B. Dicho elemento estructural va a estar sometido a un esfuerzo de tracción de 2.268 Kg, que actúa en la dirección de su mayor dimensión.

El alargamiento experimentado por el elemento en cuestión no puede ser mayor de 2,5 milímetros. Se desea saber cuál de los dos materiales resolverá el problema con menor costo. Las características de los materiales son las siguientes:

Material	Módulo de elasticidad (Kg/cm ²)	Densidad (Kg/dm ³)	Precio (Pesetas/ton)
A	714.000	2,7	3.500,00
B	210.000	1,1	2.800,00

Solución

Como el enunciado no especifica lo contrario, suponemos que ambos materiales trabajan dentro del periodo elástico, y por tanto se cumple la Ley de Hooke. Consideremos primero el material A.

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

Operando en Kg y cm.

$$\sigma = 714.000 \frac{0,25}{300} \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Sección necesaria} = \frac{2.268}{714.000 \frac{0,25}{300}} \text{ cm}^2$$

$$\text{Peso de la barra} = \frac{2.268}{714.000 \frac{0,25}{300}} \cdot 300 \cdot 2,7 \text{ gramos}$$

$$\text{Precio de la barra} = \frac{2.268}{714.000 \frac{0,25}{300}} \cdot 300 \cdot 2,7 \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ pesetas}$$

Análogamente, en el caso del metal B será:

$$\text{Precio de la barra} = \frac{2.268}{210.000 \frac{0,25}{300}} \cdot 300 \cdot 1,1 \cdot 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ pesetas.}$$

En ambos casos, existe un factor común a ambos precios, que es:

$$\frac{2.268}{1.000 \frac{0,25}{300}} \cdot 300 \cdot 10^{-3}$$

Por tanto, los precios en ambos casos serán proporcionales a:

$$P_A = \frac{2,7 \cdot 3,5}{714} = 0,0132$$

$$P_B = \frac{1,1 \cdot 2,8}{210} = 0,0146$$

Por tanto, es más económico emplear el material A.

Nota: Obsérvese que no ha sido necesario calcular los precios en ningún caso. Asimismo, es interesante resaltar el hecho de que en muchas ocasiones es interesante operar sólo al final del ejercicio, con lo que se gana en rapidez y se evitan posibles errores de cálculo.

24. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Se determina la dureza de un elemento metálico mediante el ensayo Rockwell-C, obteniéndose los siguientes resultados:

Cargas	Lectura
Inicial, 10 Kg	2 unidades
Ensayo, 150 Kg	48 unidades
Final, 10 Kg	45 unidades

Se desea conocer la profundidad de la huella producida, así como la profundidad de la huella que se produciría si se hiciera el ensayo Vickers (con carga de 150 Kg) y el ensayo Brinell (bola de 10 mm con 3.000 Kg) y la dureza del elemento expresada en las tres escalas citadas.

Notas:

- El área de la superficie del casquete esférico viene dada por la fórmula $S = \pi dh$, donde d es el diámetro de la esfera y h es la altura del casquete.
- $\text{sen } 68^\circ = 0,92718$
- $\text{tg } 22^\circ = 0,40403$

Solución

$$\text{Penetración} = e = 45 - 2 = 43 \text{ unidades}$$

$$\text{Dureza Rockwell C} = 100 - e = 100 - 43 = 57$$

La profundidad de la huella producida en este ensayo, e , será $43 \cdot 0,002 = 0,086$ mm (aunque en realidad depende de la carga que actúa en cada momento, o sea, que podríamos haber hecho igual cálculo con 48 y 45 unidades de lectura).

En una tabla de conversión de unidades (por ejemplo *F. Arredondo y A. Alamán*, "Materiales Metálicos", p. 52) vemos que las durezas equivalentes son:

$$\text{Brinell} = 574 \text{ unidades} \quad \text{Vickers} = 675 \text{ unidades}$$

Además, sabemos que:

$$\text{HB} = 574 = \frac{3.000}{A}, \text{ de donde } A = 5,23 \text{ mm}^2$$

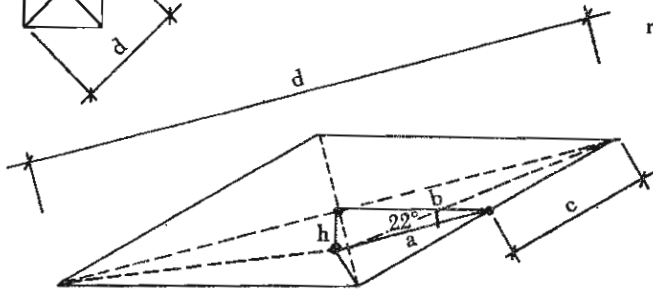
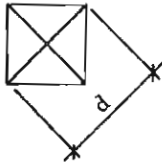
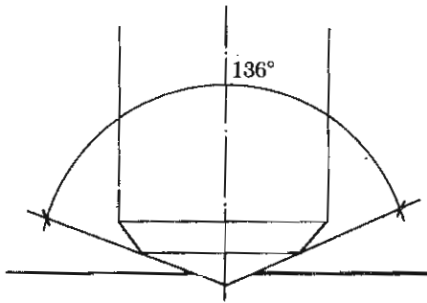
$$5,23 = \pi \cdot d \cdot h = \pi \cdot 10 \cdot h, \text{ de donde } h = 0,166 \text{ mm}$$

que es la profundidad de la huella en el ensayo Brinell.

Análogamente, en el caso del ensayo Vickers:

$$\text{HV} = P/A = 150/A = 675, \text{ de donde } A = 0,222 \text{ mm}^2$$

$$\text{Pero } A = \frac{\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^2}{\text{sen. } 68^\circ} \quad \text{o sea:} \quad 0,22 = \frac{\left(\frac{d^2}{2}\right)}{\text{sen. } 68^\circ} \quad (1)$$



y como además se verifica que:

$$(d/2)^2 = c^2 + b^2$$

Pero $2c = \sqrt{2} = d$, tenemos

$$\frac{d^2}{4} = \frac{d^2}{8} + b^2$$

o sea:

$$b = d/2 \sqrt{2}$$

y como, además

$$\operatorname{tg.} 22^\circ = \frac{h}{b} = \frac{h}{\frac{d}{2\sqrt{2}}}$$

resulta

$$h = \frac{d}{2\sqrt{2}} \cdot \operatorname{tg.} 22^\circ$$

o sea:

$$d = 2\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg.} 22^\circ \cdot h$$

Entrando en (1) con este valor:

$$0,222 = \frac{4 \cdot 2 \cdot \operatorname{tg}^2 22^\circ \cdot h^2}{2 \operatorname{sen.} 68^\circ}$$

o sea:

$$\frac{0,222 \cdot \operatorname{sen.} 68^\circ}{4 \operatorname{tg}^2 22^\circ} = h^2 = \frac{0,222 \cdot 0,92718}{4 \cdot 0,40403^2} = \frac{0,2058339}{0,65296} = 0,3152$$

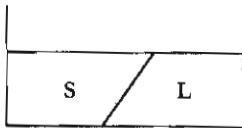
$$h = 0,562$$

25. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Se funde una muestra de 90 gramos de una aleación de dos metales, A y B, que son totalmente miscibles en estado líquido y en estado sólido, y en la cual el primer metal está en una proporción de 45%. Se enfría lentamente, y a cierta temperatura se comprueba que se ha formado una cantidad S de sólido, en la que hay 70% del metal A, y otra cantidad L de líquido, en la que hay 25% de ese mismo metal. Se quiere determinar los pesos de cada uno de los metales A y B que hay en cada una de las fracciones S y L.

Solución

En el sistema existe 45% de A y 55% de B, es decir, $0,45 \cdot 90 = 40,5$ gr de A y $0,55 \cdot 90 = 49,5$ gr de B.



$$\begin{cases} 70\% \text{ A} = 0,7 \cdot S \text{ gr} \\ 30\% \text{ B} = 0,3 \cdot S \text{ gr} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 25\% \text{ A} = 0,25 (90 - S) \text{ gr} \\ 75\% \text{ B} = 0,75 (90 - S) \text{ gr} \end{cases}$$

Según el enunciado, a cierta temperatura t, sean S gr de sólido y $90 - S$ gr de líquido.

Podemos escribir:

gr de A totales = gr de A en f sólida + gr de A en f líquida.

$$40,5 = 0,7 \cdot S + 0,25 (90 - S)$$

$$\text{o sea: } 40,5 = 0,7 S + 22,5 - 0,25 S = 0,45 \cdot S + 22,5$$

$$S = 40 \text{ gr}$$

Y por tanto:

$$L = 50 \text{ gr}$$

Es decir:

$$\text{Gramos de A en f sólida} = 0,7 \cdot 40 = 28$$

$$\text{Gramos de B en f sólida} = 0,3 \cdot 40 = 12$$

$$\text{Gramos de A en f líquida} = 0,25 \cdot 50 = 12,5$$

$$\text{Gramos de B en f líquida} = 0,75 \cdot 50 = 37,5$$

Como comprobación, vemos que suman 90 gr

26. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Se tienen 43,5 Kg de acero con 0,4% de carbono. Se quiere saber la cantidad de perlita que habrá en dicho acero, expresada en kilogramos, cuando se enfría lentamente a partir de 871°C. Se supondrá que la ferrita contiene 0,025% de carbono.

Solución

Consultando el diagrama hierro-carbono (F. Arredondo y A. Alamán, "Materiales metálicos"), vemos que de 871°C a 805°C todo está en forma de austenita.

De 805°C a 760°C coexisten la austenita y $Fe\beta$

De 760°C a 725°C el $Fe\beta$ pasa a $Fe\alpha$

A 725°C hay $Fe\alpha$ y austenita .

$$Fe\alpha = 0,8 - 0,4 = 0,4$$

$$austenita = 0,4 - 0,025 = 0,375$$

$$\text{o sea:} \quad ferrita = \frac{0,4}{0,775} \cdot 43,5 = 22,45 \text{ Kg}$$

$$austenita = \frac{0,375}{0,775} \cdot 43,5 = 21,048 \text{ Kg}$$

y esta austenita es lo que se convierte en perlita al final del proceso de enfriamiento.

Otra solución

Sabemos que, al final, hay ferrita y perlita

$$\% \text{ de C de la Perlita} = 0,8\%$$

$$\% \text{ de C de la Ferrita} = 0,025\%$$

$$\text{Perlita y ferrita} = 43,5 \text{ Kg, es decir } P + F = 43,5$$

(1)

y escribiendo la ecuación: carbono de la perlita + carbono de la ferrita = carbono total:

$$\frac{0,8}{100} P + \frac{0,025}{100} F = \frac{0,4}{100} \cdot 43,5$$

Resolviendo el sistema formado por las ecuaciones (1) y (2):

$$P = 21,048 \text{ Kg}$$

$$F = 22,45 \text{ Kg}$$

27. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Una probeta de acero, de 16,4 mm de diámetro, se somete a un ensayo de tracción durante el cual la carga aumenta a razón de 450 Kg/minuto. Se pide.

a) Calcular la velocidad de deformación expresada en (cm/cm)/segundo.

b) Calcular la velocidad de carga en Kg/minuto de una probeta de aluminio de 20 mm de diámetro que tuviera la misma velocidad de deformación.

$$\text{Módulo de elasticidad del acero} = 1.900.000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Módulo de elasticidad del aluminio} = 670.000 \text{ Kg/cm}^2$$

Solución

a) El área de la probeta es $S = \pi \cdot 0,82^2 \text{ cm}^2$

$$450 \text{ Kg/min} = \frac{450}{60} = 7,5 \text{ Kg/seg}$$

Luego, la tensión se incrementa cada segundo en:

$$\sigma = \frac{7,5}{\pi \cdot 0,82^2} \text{ Kg/cm}^2 = 3,55 \text{ Kg/cm}^2$$

Recordando que, en periodo elástico, $\sigma = E \cdot \epsilon$, tenemos $\frac{\sigma}{E} = \epsilon$; en nuestro caso, cada segundo:

$$\epsilon = \frac{3,55}{1900.000} = 1,87 \cdot 10^{-6} \text{ (cm/cm)/segundo}$$

b) En este caso:

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

o sea: $\sigma = 670.000 \cdot 1,87 \cdot 10^{-6} = 1,25 \text{ Kg/cm}^2 \text{ por segundo}$

Sea v la velocidad pedida (en Kg/min); deberá cumplirse:

$$\frac{\frac{v}{60}}{\pi \cdot 1^2} = 1,25$$

o sea: $v = \pi \cdot 1,250.60 = 235,5 \text{ Kg/minuto}$

Problemas propuestos

1. Un alambre de acero de 2mm de diámetro tiene una longitud de 3 m. Se desea saber:

- 1) La longitud que tendrá dicho alambre sometido a una tracción de 60 Kg y un descenso de temperatura de 20°.
- 2) Indicar si es posible resolver el problema para una tracción de 100 Kg, razonándolo.

Datos: Módulo de elasticidad = 20.000 Kg/mm
 Límite elástico = 2.400 Kg/cm²
 Coeficiente de dilatación = 0,00001.

SOLUCION: 1) $l = 3.002,259 \text{ mm}$.
 2) No, por estar fuera del periodo elástico.

2. Una vigueta de hormigón pretensado tiene sus armaduras a una tensión de 140 Kg/mm². Después de moldeada, la vigueta va a sufrir un curado con vapor.

Se quiere saber a qué temperatura se podrá llegar, partiendo del ambiente a 180°C, para que durante el curado la tensión no baje más de 12%.

Módulo de elasticidad = 2.000.000 Kg/cm²
 Coeficiente de dilatación = 0,00001

SOLUCION: $t_{\max} = 84^\circ\text{C}$

3. Calcular el diametro mínimo que debe tener una barra de acero de límite elástico 40 Kg/mm² para soportar una carga de 50 t sin que experimente deformación remanente.

SOLUCION: $D = 40 \text{ mm}$.

4. Una barra de acero, fija por sus extremos, $E = 2.000.000 \text{ Kg/cm}^2$ y coeficiente de dilatación 0,00001, experimenta un descenso de temperatura de 35°C. ¿Qué esfuerzo soporta?

SOLUCION: Una tracción de 700 Kg/cm².

5. Un hilo metálico de longitud $L = 5 \text{ m}$ se somete a una tracción de 800 Kg/cm². Hallar la elongación total del hilo, sabiendo que el módulo de elasticidad es 7.000 Kg/mm².

SOLUCION: 11,43 mm.

6. ¿Qué carga (en tn) pueden resistir, de acuerdo con las Normas, trabajando a tracción, 8 redondos de diámetro 20 mm de acero de límite elástico 5.000 Kg/mm²?

SOLUCION: 62,8 tn.

7. Una barra de acero, de $E = 2.000 \text{ Kg/m}^2$, fija en sus extremos, se somete a una compresión de 150 Kg/cm² y a un descenso de temperatura de 7,5°C. Sabiendo que el coeficiente de dilatación es 0,00001, ¿Cuál será la tensión de la barra?

SOLUCION: 0 Kg/m².

8. Dos metales A y B funden respectivamente a 317°C y 268°C, y presentan un eutéctico a 146°C para 61% del metal B. Hallar: 1) la cantidad de A que quedará como eutéctico y la que quedará libre para un sistema que contiene 50% en peso de A a 146°C. 2) La cantidad de A que se hallará en estado sólido a 268°C para una aleación de 50% de A y 50% de B.

SOLUCION: 1) 32% de A eutéctico y 18% de A puro.
2) 0.

9. Dos metales A y B son completamente miscibles, tanto en estado sólido como en líquido. Sus puntos de fusión son, respectivamente, 175°C y 30°C. Se pide: 1) Dibujar el diagrama A-B. 2) Temperaturas de principio y fin de la solidificación para una aleación de 20% de A. 3) Cantidad de fase líquida a 280°C de esa misma aleación.

SOLUCION: 2) 285 y 271.
3) 40% sólido y resto líquido.

10. Dos metales A y B funden, respectivamente, a 250°C y 300°C, y presentan un eutéctico a 175°C para 50% de A. Hallar para qué aleaciones las cantidades de fase sólida y líquida son iguales a 200°C.

SOLUCION: 80% de A y 20% B, y
76% B y 24% A.

11. Sabiendo que un acero consta de 80% de ferrita y 20% de perlita, hallar la cantidad de cementita que hay en la aleación cuando las condiciones térmicas son necesarias.

SOLUCION: 2,48%.

12. Hallar la dureza Rockwell B de una chapa metálica, sabiendo que al incidir sobre ella el elemento penetrador estándar sobre el que actúan 100 Kg, la profundidad lograda es 0,092 mm.

SOLUCION: 84 unidades de dureza.

13. A partir del diagrama hierro-carbono, obtener los porcentajes de fase líquida que presenta a 1.200°C y 1.300°C una aleación con 2% de carbono.

SOLUCION: 3,7%.

14. Con una bola de acero de 10 mm de diámetro se ejerce sobre una chapa durante treinta segundos una fuerza de 10 tn que deja una huella en forma de casquete esférico de diámetro 0,5 cm. Hallar la dureza Brinell de la chapa.

SOLUCION: 509,55 Kg/cm².

15. En la aleación de los dos metales representada en la figura 7-11, hallar cuál es la composición y tantos por ciento en una aleación de 30% de A y 70% de B a 900°C de temperatura.

SOLUCION: 51,64 de sólido y 49,36% de líquido.

16. Un horno alto produce 100 tn de arrabio diarias y está servido por un solo mezclador. Suponemos que el calor específico del hierro es igual al del arrabio. Siendo T las toneladas de combustible de 8.000 Kcal/Kg que son necesarias para operar durante un día el mezclador, y At el descenso térmico diario que tendría el mezclador en caso de no calentarse, hallar el calor específico del hierro.

SOLUCION: $\alpha = \frac{8 T}{100 \cdot At}$.

17. Se enfría una muestra de 70 gramos de dos metales A y B en estado líquido. A cierta temperatura se obtiene una aleación eutéctica sólida en 27% de A y un sólido con 37% de A. El peso de la aleación eutéctica es 35% del total. Hallar el porcentaje de cada metal en la muestra inicial.

SOLUCION: 33,5% de A, 66,5% de B.

18. Determinar la densidad de un acero hipereutectoide con 0,88% de carbono.

SOLUCION: 7,8.

Capítulo 8

Maderas

En maderas, donde la humedad tiene una importancia capital en todas las propiedades, se presentan los siguientes tipos de ejercicios:

- a) Determinación de la humedad y deformabilidad en función de ésta.
- b) Peso específico.
- c) Secado.
- d) Dureza y resistencias mecánicas.

DETERMINACION DE LA HUMEDAD Y DEFORMABILIDAD EN FUNCION DE ESTA

El agua que una madera contiene puede hallarse en ésta bajo tres formas distintas: como agua de constitución o combinada, como agua de saturación (paredes de las células) y como agua libre (en vasos y traqueidas). Cuando se determina la humedad de la madera, sólo se consideran las dos últimas.

La humedad de una madera puede expresarse en tanto por uno o en tanto por ciento, siendo este último caso el más frecuente y estar referida al peso seco o al peso húmedo. Expresada en tanto por ciento, los dos casos que pueden presentarse son:

$$H_s = \frac{(P_h - P_s) 100}{P_s} \quad (1)$$

$$H_h = \frac{(P_h - P_s) 100}{P_h} \quad (2)$$

Donde:

H_s = Humedad en % referida al peso en seco.

H_h = Humedad en % referida al peso en húmedo.

P_s = Peso de la madera seca.

P_h = Peso de la madera húmeda.

De las fórmulas anteriores deducimos:

$$H_s \cdot P_s = H_h \cdot P_h \quad (3)$$

y también:

$$H_s = \frac{100 \cdot H_h}{100 - H_h} \quad (4); \quad H_h = \frac{100 \cdot H_s}{100 + H_s} \quad (5)$$

Si una madera seca se humedece progresivamente, se producen en ella alargamientos, de diferente magnitud según las tres direcciones principales de la madera (axial, tangencial y radial). Según cada

dirección, los alargamientos siguen una ley lineal, hasta el punto de saturación, a partir del cual, por más que aumente la humedad, permanecen constantes las dimensiones de la probeta.

Por tanto, podemos dibujar la ley deformación-humedad de una madera con sólo conocer la deformación y la humedad correspondientes al punto de saturación. En la figura 8-1 se representan las variaciones lineales y volumétricas, en función del contenido de humedad, que experimenta la madera de haya (este ábaco se ha tomado del libro "Maderas y Corcho", de F. Arredondo).

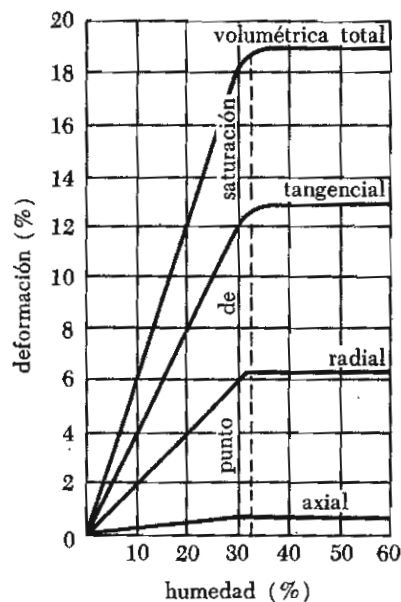


Figura 8-1

Para efectos de empleo de estos ábacos en ejercicios, es lo mismo considerar contracciones de secado o hinchamientos por aumento de la humedad. La deformación volumétrica total es la variación de volumen entre los estados seco y saturado de la madera.

Si consideramos un cubo con sus aristas paralelas a las tres dimensiones principales de la madera, y que seco tiene de dimensiones 1 . 1 . 1 cm para cualquier otra humedad, sus dimensiones serán:

$$1 + d_a/100; \quad 1 + d_r/100; \quad 1 + d_t/100 \text{ (cm)}$$

donde d_a , d_r y d_t son las deformaciones lineales expresadas en tanto por ciento.

El aumento de volumen, es decir, la deformación volumétrica expresada en tanto por uno, es:

$$d_v = \left(1 + \frac{d_a}{100}\right) \left(1 + \frac{d_r}{100}\right) \left(1 + \frac{d_t}{100}\right) - 1$$

Y expresada en tanto por ciento:

$$d_v = 100 \left(1 + \frac{d_a}{100}\right) \left(1 + \frac{d_r}{100}\right) \left(1 + \frac{d_t}{100}\right) - 100$$

fórmula que liga las deformaciones lineales y volumétricas.

Se denomina coeficiente de contracción volumétrica a la contracción volumétrica correspondiente a una variación de 1% de humedad. Se suele denominar v . Calculemos su valor. Si V_h es el volumen de la probeta con $h\%$ de humedad y V_o su volumen anhidro:

$$v = \frac{V_h - V_o}{V_o \cdot h} \cdot 100$$

Según la contracción que experimentan, las maderas se clasifican en:

	V (%)	Contracción volumétrica total (%)
Maderas de débil contracción	0,15 — 0,35	5 — 10
Maderas de contracción media	0,35 — 0,55	10 — 15
Maderas de fuerte contracción	0,55 — 1	15 — 20

PESO ESPECIFICO

Existen dos pesos específicos: el real y el aparente, según se considere el volumen real o el aparente. Como siempre, volumen real es el que se obtiene al descontar del aparente todos los poros.

El peso específico real de las maderas está comprendido entre 1,52 y 1,62 Kg/dm³ (siempre supuesta desecada). El peso específico aparente varía, para una misma madera, según el contenido de humedad, por eso se suele referir a la humedad internacional del 15%.

Si se conoce el peso de una probeta de madera con cierta humedad, h%, el peso de esa misma probeta con 15% de humedad viene dado por la fórmula:

$$P_{15} = P_h - (h - 15) P_h (1 - v)/100$$

Donde v es el coeficiente de contracción volumétrica ya definido.

(1)

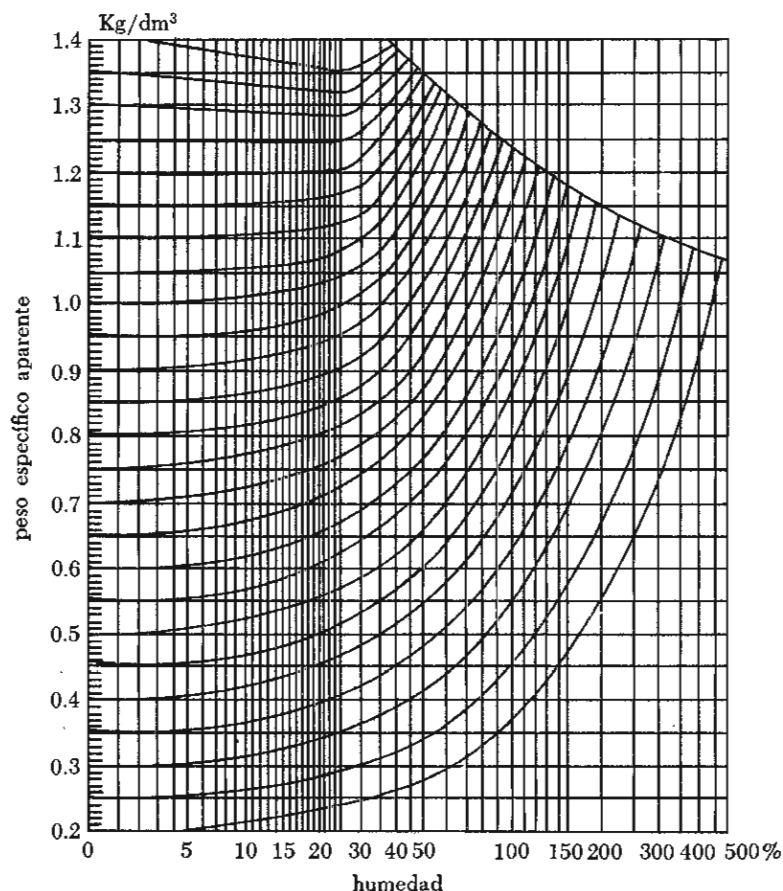


Figura 8-2

Si no se quiere emplear la fórmula anterior, puede emplearse el ábaco de Kollman (fig. 8-2), que da directamente los pesos específicos aparentes, sin tener que calcular previamente los pesos. Se ha tomado del libro "Tecnología de la Madera y sus aplicaciones", de *F. Kollman*.

Para determinar el volumen aparente de una probeta de madera, se suele emplear un volumenómetro de mercurio. Este aparato es un recipiente con una marca de nivel (o sea, lo que en rocas llamábamos picnómetro, con mercurio en vez de agua), en el que se sujeta la probeta y se llena de mercurio hasta el enrase. Para operar con él nos remitimos al capítulo de rocas y a los ejercicios allí resueltos.

SECADO

Como ya vimos anteriormente, para poder secar una pieza son necesarios tres factores: humedad, temperatura y velocidad del aire para poder retirar el agua contenida en la pieza.

Existe una diferencia respecto al caso de los productos cerámicos: como la madera no va a someterse al horno, sino que se emplea directamente, será necesario detener el proceso del secado en un contenido de humedad que variará según el empleo que se vaya a dar a aquélla.

Cuando, durante el proceso de secado, se alcanza el equilibrio entre la humedad de la madera y la del aire que la rodea, no puede continuarse el proceso. Se dice que se ha alcanzado la humedad límite de la madera. Según el empleo que va a tener la madera, la humedad límite a que se debe llegar es:

Maderas en locales con fuerte calefacción	= 9%
Maderas en locales con calefacción normal	= 11%
Maderas en locales ocasionales	= 13%
Maderas exteriores	= 15%
Maderas para usos en ambientes semihúmedos	= 17 a 21%
Maderas para usos en ambientes húmedos	= 25 a 30%

El siguiente ábaco (fig. 8-3), que ha sido tomado del libro de *F. Arredondo*, "Madera y Corcho", da la humedad límite que puede alcanzarse en una madera en función de la humedad relativa del aire y su temperatura. Se ha obtenido experimentalmente.

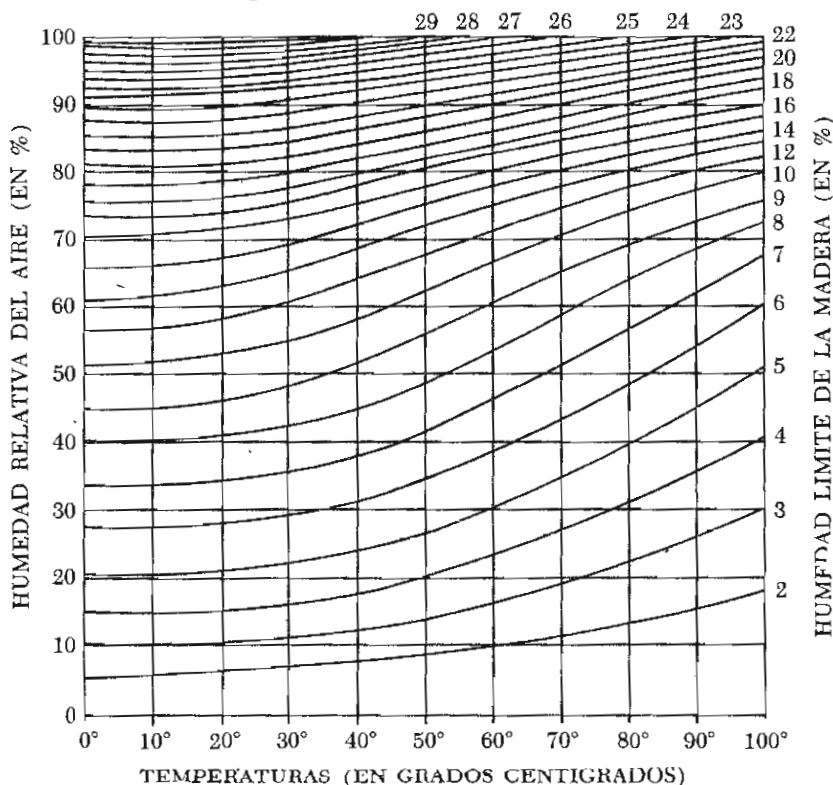


Figura 8-3.

Una madera está siendo secada, no tiene distribución homogénea de humedad en su interior, sino que ésta varía según la ley parabólica:

$$y = \frac{4}{e^2} (H_s - H_c) x^2 + H_c$$

Donde:

H_c = Humedad en el centro de la pieza (%)

H_s = Humedad en la superficie de la pieza (%)

e = Espesor de la pieza (cm)

x = Distancia del centro de la pieza a la fibra considerada

y = Humedad (%) en la fibra considerada

Por tanto, el valor medio de la humedad (calculado anteriormente en 2) es:

$$H_m = 2/3 (H_s/2 + H_c)$$

Para que no se produzcan grietas debidas a diferencias excesivas de humedad de uno a otro punto de la pieza durante el proceso de secado, es necesario que se cumpla:

$$(H_c - H_s) \text{ menor o igual que } 3\%$$

DUREZA Y RESISTENCIAS MECANICAS

Ambas dependen de la humedad y de la dirección del esfuerzo. El mayor valor coincide con la dirección axial. Para determinar la resistencia a compresión, pueden emplearse diferentes tipos de probetas.

La resistencia a compresión varía con la humedad según una ley lineal desde el estado anhidro hasta el punto de saturación. La relación entre la resistencia a compresión en estado anhidro y la resistencia a compresión con la probeta saturada es 3,33. Una vez saturada la probeta, permanece constante la resistencia independiente del contenido de agua.

Más interesantes que las resistencias mecánicas son las cotas de calidad; las dos más importantes son las que a continuación veremos. En libros especializados el lector puede ver la definición de los restantes (F. Orus, "Materiales de Construcción"). Se define como *cota específica de calidad*:

$$S_p = c/100 d^2$$

Donde:

S_p = Cota específica de calidad

c = Resistencia a compresión (Kg/cm²)

d = Peso específico (Kg/dm³)

S_p es constante para los ejemplares de una misma especie. La llamada *cota estática de calidad* es el valor:

$$S_t = c/100 d$$

Donde c y d tienen el mismo significado anterior y sirve para diferenciar las maderas de una misma especie. En ambas cotas, c y d vienen referidas a la humedad internacional del 15%.

Para las maderas que van a ser empleadas en la construcción, se exigen las siguientes cotas estáticas mínimas: 8 para las maderas resinosas, 7 para las frondosas blandas y 6 para las frondosas duras. La cota específica de calidad sirve, como hemos visto, para averiguar qué tipo de madera es la ensayada. Según Duriez, el valor que adopta para las diversas especies es:

Valores de la cota de calidad específica $\frac{C}{100 d^2}$ a 15% de humedad

Resinosas		Frondosas blandas		Frondosas duras	
Abeto	21	Tilio	21	Abedul	12
Pino silvestre	15	Aliso	20,5	Olmo	11,5
Pino laricio	14	Abedul	16,5	Haya	10,5
Nogal	12	Chopo	14	Encina	10
		Sauce	11	Fresno	9,5
		O Kumen	20	Roble	8,5

En España se aceptan normalmente tres métodos para medir la dureza (los tres miden dureza a la penetración).

Método Brinell

Se determina la huella (área del casquete esférico) que produce en la madera una bola de acero de 10 mm de diámetro si se aplica durante un minuto una carga de 200 Kg. Se divide la carga por esa área y el resultado se expresa en Kg/mm². Como la carga es constante, algunos autores dan como resultado del ensayo solamente el valor del área.

Método Janka

Es el valor, en Kg/cm², de la carga necesaria para introducir hasta su mitad una bola de acero de 11,284 mm de diámetro.

Método Monnin

Se mide la flecha, que produce en la probeta ensayada, un cilindro de acero de 30 mm de diámetro cargada con 10 Kg por mm de longitud de la probeta. La flecha, t vale en función del ancho de la huella, l :

$$t = 15 + \frac{1}{2} \sqrt{900 - l^2}$$

La inversa de t es la dureza según este método.

Problemas resueltos

1. Determinada probeta, de dimensiones 5,1 . 5,1 . 8,3 cm, pesa 131,68 gr, y secada hasta el estado anhidro tiene dimensiones de 4,7 . 4,9 . 8,2 cm y peso de 103,67 gr. Hallar:

- La humedad referida al peso húmedo.
- La humedad referida al peso seco.
- Deformaciones tangencial, radial, axial y volumétrica tomando como base el peso anhidro.
- Coefficiente de contracción volumétrica.
- Clasificar esta madera por su contracción.

Solución

Aplicando lo visto anteriormente:

$$a) H_h = \frac{(131,68 - 103,67)}{131,68} \cdot 100 = 28,01/131,68 \cdot 100 = 21,4\%$$

$$b) H_s = \frac{(131,68 - 103,67)}{103,67} \cdot 100 = 28,01/103,67 \cdot 100 = 27,05\%$$

c) A la vista de las deformaciones experimentadas, podemos decir que el orden en que vienen dadas en el enunciado es tangencial, radial y axial, ya que la deformación tangencial es mayor que la radial y ésta que la axial. Por tanto:

$$d_t = \frac{5,1 - 4,7}{4,7} \cdot 100 = 8,5\%$$

$$d_r = \frac{5,1 - 4,9}{4,9} \cdot 100 = 4,08\%$$

$$d_a = \frac{8,3 - 8,2}{8,2} \cdot 100 = 1,22\%$$

$$d_v = \frac{5,1 \cdot 5,1 \cdot 8,3 - 4,7 \cdot 4,9 \cdot 8,2}{4,7 \cdot 4,9 \cdot 8,2} \cdot 100 = 14,32\%$$

Como comprobación, vemos que:

$$14,31 = 100 (1 + 8,5/100) (1 + 4,08/100) (1 + 1,22/100) - 100$$

$$d) \quad v = \frac{5,1 \cdot 5,1 \cdot 8,3 - 4,7 \cdot 4,9 \cdot 8,2}{4,7 \cdot 4,9 \cdot 8,2 \cdot 27,05} \cdot 100 = 0,53\%$$

Nota:

$$h = 27,05, \text{ pues es humedad referida al estado seco}$$

e) Por ser $v = 0,53$, es una madera de contracción media.

Hacemos notar que como el enunciado no dice nada sobre si la probeta estaba o no saturada, no podemos hallar la contracción volumétrica total.

2. Una madera tiene una contracción volumétrica total de 15%, y un punto de saturación que corresponde a 25% de humedad. ¿Cuál será la contracción volumétrica correspondiente a 10% de humedad?

Solución

Como la ley humedad-deformación es lineal, podemos interpolar:

$$25/10 = 15/x, \quad \text{de donde } x = 6\%$$

3. Con los datos del ejercicio 1, determínese:

- Peso específico aparente de la probeta seca y húmeda.
- Peso específico aparente referido a la humedad internacional.
- Sabiendo que el peso específico real de la probeta anhidra es $1,55 \text{ Kg/dm}^3$, determínese el volumen de poros en dicho estado.

Solución

$$a) \quad \text{P.e.s.} = \frac{103,67}{4,7 \cdot 4,9 \cdot 8,2} = 0,546 \text{ gr/cm}^3$$

$$\text{P.e.h.} = \frac{131,68}{5,1 \cdot 5,1 \cdot 8,3} = 0,609 \text{ gr/cm}^3$$

Como comprobación, vemos en el ábaco de Kollman que para un peso específico aparente de 0,546 en estado anhidro, para 27% de humedad el peso específico aparente es 0,61.

b) El peso específico aparente referido a la humedad internacional podemos calcularlo aplicando la fórmula (1) de la página 195 o mediante el ábaco de Kollman. Emplearemos este último por ser más rápido.

$$p.e. \cdot 15\% = 0,58 \text{ gr/cm}^3$$

c) P.e. real = Peso anhidro/V. real anhidro, o sea:

$$1,55 = \frac{103,67}{4,7 \cdot 4,9 \cdot 8,2 - \text{poros}}$$

de donde:

$$\text{poros} = 121,97 \text{ cm}^3$$

4. El peso específico real de una madera es $1,56 \text{ Kg/dm}^3$. Para determinar el peso específico aparente se utiliza un volumenómetro de mercurio. El peso del volumenómetro y del mercurio después de retirar la muestra es 1,2 Kg. El peso del volumenómetro lleno totalmente de mercurio es 1,50 Kg. El peso de la muestra es 20 gr. El peso específico del mercurio es $13,6 \text{ Kg/dm}^3$. Se pide hallar la porosidad de la madera.

Solución

$$\text{Volumen aparente de la madera} = \frac{1,50 - 1,20}{13,6} = 0,022 \text{ dm}^3 = 22 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volumen real de la madera} = 20/1,56 = 12,80 \text{ cm}^3$$

$$\begin{aligned} \text{Porosidad} &= \frac{\text{Volumen de poros}}{\text{Volumen aparente}} \cdot 100 = \frac{\text{Volumen aparente} - \text{Volumen real}}{\text{Volumen aparente}} \cdot 100 = \\ &= \frac{22,00 - 12,80}{22} \cdot 100 = 41,8\% \end{aligned}$$

5. Determinada pieza de madera inicialmente cúbica quedó reducida, tras un proceso de secado a 30°C en una atmósfera de 12 mm de Hg de humedad absoluta, a 9,9 . 9,3 . 9,1 cm con peso de 650,0 gr. Secada hasta estado anhidro dio como peso 580,0 gr, y sus nuevas dimensiones fueron 9,8 . 9,1 . 8,7 cm. La presión de saturación a 30°C es de 30 mm de Hg. Determinése:

- Humedad media referida al estado seco.
- Humedad en la superficie de la pieza.
- Humedad en el centro de la pieza.
- Coefficiente de contracción volumétrica.
- Deformación volumétrica referida al estado anhidro.
- Peso específico aparente en estado anhidro.
- Peso específico aparente a la humedad de 14%.
- Califíquese el secado realizado a 30°C.
- Temperatura mínima del aire para que, manteniendo la humedad relativa, se obtenga una humedad de 6%.
- Humedad límite posible cuando ese aire se calienta hasta 75°C.

Solución

$$a) H_m = \frac{650 - 580}{580} \cdot 100 = 12,1\%$$

$$b) \text{ Como tenemos 12 mm de Hg, la humedad relativa es } \frac{12}{30} \cdot 100 = 40\%.$$

En el ábaco de la figura 8-3 vemos que la humedad límite para 40% de humedad relativa y 30°C es 7,7%. Esta es la humedad en la superficie.

- c) Aplicando la fórmula de la humedad media vista en la página 197:

$$12,1 = \frac{2}{3} \left(\frac{7,7}{2} + H_c \right), \text{ de donde } H_c = 14,30\%$$

- d) Teniendo en cuenta lo visto en "peso específico":

$$v = \frac{9,9 \cdot 9,3 \cdot 9,1 - 9,8 \cdot 9,1 \cdot 8,7}{9,8 \cdot 9,1 \cdot 8,7 \cdot 12,1} \cdot 100 = \frac{838 - 736}{736 \cdot 12,1} \cdot 100 = \frac{102}{736 \cdot 12,1} \cdot 100 = 1,145\%$$

$$e) d = \frac{9,9 \cdot 9,3 \cdot 9,1 - 9,8 \cdot 9,1 \cdot 8,7}{9,8 \cdot 9,1 \cdot 8,7} \cdot 100 = \frac{102}{736} \cdot 100 = 13,85\%$$

Como comprobación: $13,85 = 1,145 \cdot 12,1$.

$$f) p.e.a. = 580/736 = 0,788 \text{ Kg/dm}^3.$$

$$g) \text{ Mediante el ábaco de Kollman obtenemos: } p.e.a. 14 = 0,82 \text{ Kg/dm}^3.$$

$$h) H_c - H = 14,3 - 7,7 = 6,6\% \text{ mayor que } 3\%, \text{ por lo que el secado realizado es inadecuado y se producirían grietas.}$$

$$i) \text{ En el ábaco de la figura 8-3 vemos que la temperatura mínima pedida vale } 62,5^\circ\text{C.}$$

$$j) \text{ En el mismo ábaco vemos que la humedad límite que se puede obtener con el aire a } 75^\circ\text{C y las demás condiciones iguales: } 5,4\%.$$

6. Una pieza de madera, de espesor 40 cm, sufre un proceso de secado mediante una corriente de aire a 35°C, con humedad absoluta de 0,02 atm. La presión de saturación para 35°C es de 42,2 mm de Hg. Se pide:

- Humedad en la superficie de la pieza.
- Humedad en un punto situado a 10 cm del centro, si la humedad en éste es 40%.
- ¿Es correcto el secado?

Solución

$$a) \text{ Humedad relativa} = \frac{0,02 \cdot 760 \cdot 100}{42,2} = 36\%.$$

En la figura 8-3 vemos que para 35°C y 36% de humedad relativa la humedad límite es 7%. Esta es, por tanto, la humedad en la superficie.

b) Según lo visto en "secado":

$$y = \frac{4}{1.600} (7 - 40) 100 + 40 = \frac{-4 \cdot 33}{1.600} \cdot 100 + 40 = 31,75\%$$

c) $H_c - H_s = 40 - 7 = 33$. El secado es muy defectuoso.

7. Una bola de acero de 10 mm de diámetro, sobre la que actúa durante un minuto una carga de 200 Kg, penetra 2,5 mm en una madera. ¿Cuál es la dureza de esa madera?

Solución

Se trata de un ensayo Brinell.

$$\text{Flecha} = h = 2,5 \text{ mm}$$

El área del casquete es: $2 \cdot 3,14 \cdot r \cdot h$

En nuestro caso:

$$A = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 2,5 = 78,5 \text{ mm}^2$$

$$HB = 200/78,5 = 2,66 \text{ Kg/mm}^2$$

8. Para introducir hasta la mitad una bola de acero de 11,284 mm de diámetro en una probeta de 5.5.5 cm se aplica una carga de 5,4 Kg. ¿Cuál es la dureza Janka?

Solución

$$\text{Dureza Janka} = 5,4 \text{ Kg/cm}^2$$

9. Hallar las cotas, específica y estática, de calidad de una madera cuya resistencia a compresión es 500 Kg/cm² y su peso específico aparente 0,7 Kg/dm³. ¿De qué madera se trata?

Solución

$$S_p = \frac{500}{100 \cdot 0,7^2} = \frac{5}{0,49} = 10,20$$

$$S_t = \frac{500}{100 \cdot 0,7} = \frac{5}{0,7} = 7,15$$

La cota estática indica que no puede ser una madera resinosa apta para su empleo en construcción.

La cota específica, según la tabla de la página 197, indica que es muy posible que se trate de una frondosa dura (Haya o Encina).

Nota:

Pueden ser objeto de ejercicio cualquier tipo de ensayo (hienda, esfuerzos cortantes, tracción conductividad térmica o eléctrica, etc.). Para resolverlo bastará aplicar en cada caso las normas de ensayo o indicaciones de los libros especializados. Veamos algunos ejemplos.

10. Se desea saber qué espesor de corcho produce el mismo aislamiento que 50 cm de hormigón en masa, sabiendo que la conductividad calorífica del corcho es 0,038 Kcal m/m²°C. h. y la del hormigón 1,2 Kcal. m/m²°C. h.

Solución

Sabemos, por la física, que la cantidad de calor que pasa a través de una pared es:

$$Q = K (T_1 - T_0) \frac{S}{e} \cdot t$$

donde:

Q = Calorías/hora.

K = Coeficiente de conductividad calorífica.

$T_1 - T_0$ = Diferencia de temperatura a ambos lados de la pared.

e = Espesor de la pared.

s = Superficie de la pared.

t = tiempo.

Por tanto, a igualdad de las demás condicionse debe verificarse:

$$K/e = K'/e'$$

O sea:

$$0,038/e = 1,20/50$$

de donde:

$$e = 1,60 \text{ cm}$$

11. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

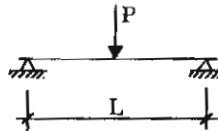
Calcular la carga centrada máxima que puede soportar una viga de madera simplemente apoyada en sus extremos y que tiene las siguientes características:

Cota específica de calidad	$S_p = 10$
Densidad (con humedad tipo) ...	$d = 0,7 \text{ Kg/dm}^3$
Luz libre entre apoyos	$L = 3,20 \text{ m}$
Canto	$b = L/20$
Ancho	$a = 5b/7$
Indice tecnológico	$n = 9/6$

Solución

Sea P la carga máxima pedida.

$$M = PL/4 \quad \sigma = MV/I, \text{ o sea:}$$



$$\sigma = \frac{PL \frac{b}{2}}{4 \cdot \frac{1}{12} ab^3} = \frac{3 PL}{2 a b^2}$$

Monnin propuso sustituir el exponente 2 de la b por n, con lo que la fórmula queda así:

$$\sigma = \frac{3 PL}{2 ab^n}$$

Suponemos que la pieza flectada rompe por compresión de sus fibras superiores, antes que por tracción de sus fibras inferiores. En caso contrario faltarían datos para el problema.

$$S_p = \frac{C}{100 \cdot d^2} = 10 = \frac{C}{100 \cdot 0,7^2}$$

de donde:

$$C = 490 \text{ Kg/cm}^2$$

Haciendo $C = \sigma$ y operando en Kg y cm:

$$490 = \frac{3 \cdot P \cdot 320}{2 \cdot a \cdot b^{9/6}} = \frac{3 \cdot P \cdot 320}{2 \cdot 5 \cdot 16 \cdot \frac{16^{9/6}}{7}}$$

$$\text{de donde:} \quad P = \frac{490 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 16 \cdot 16^{3/2}}{7 \cdot 3 \cdot 320} = \frac{4.900 \cdot 16}{21.320} \cdot 16^{3/2} = 11,67 \cdot 64 = 746,67 \text{ Kg}$$

12. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Se dispone de una partida de madera secada que se debe emplear para carpintería de taller. Para determinar su humedad media, H_m , se toma una proporción representativa que se reduce a serrín, tomando para el ensayo una muestra que pesa 62,3 gramos; la cantidad de agua recogida es de 8,5 gramos. Comprobar si el grado de secado es aceptable para el empleo que se va a dar a la madera.

Solución

$$H_m = \frac{8,5}{62,3} \cdot 100 = 13,64\%$$

Como es carpintería de taller, pueden hacerse dos hipótesis: que se va a utilizar en exteriores (ventanas, c.c.), o que se va a utilizar en interiores (puertas, armarios, etc.).

En la tabla de la página 196 vemos que en el primer caso (exteriores) el grado de secado es aceptable ($< 15\%$), mientras que en el caso de interiores con fuerte o media calefacción el grado de secado no es aceptable (9 a 11%).

13. (Propuesto en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos.)

Una muestra de madera anhidra tiene un volumen de 81 cm^3 . La misma muestra con 50% de humedad tiene un volumen de $97,2 \text{ cm}^3$. El punto de saturación de las fibras de dicha madera corresponde a una humedad de 33%.

La deformación tangencial es doble de la deformación radial, y ésta a su vez es 12 veces la deformación axial. Se pide:

- Deformación volumétrica.
- Coefficiente de contracción volumétrica.
- Valores de las deformaciones axial, radial y tangencial.

Solución

$$a) \text{ Deformación volumétrica} = \frac{97,2 - 81}{81} \cdot 100 = \frac{16,2}{81} \cdot 100 = 20\%$$

$$b) \text{ Coeficiente de contracción volumétrica} = \frac{20}{33} = 0,60606.$$

c) Según lo visto en "determinación de la humedad y deformabilidad en función de ésta":

$$d_v = 100 \left(1 + \frac{da}{100}\right) \left(1 + \frac{dr}{100}\right) \left(1 + \frac{dt}{100}\right) - 100$$

o sea

$$20 = 100 \left[\left(1 + \frac{da}{100}\right) \left(1 + \frac{dr}{100}\right) \left(1 + \frac{dt}{100}\right) - 1 \right] =$$

$$= 100 \left[\left(1 + \frac{da}{100}\right) \left(1 + \frac{12da}{100}\right) \left(1 + \frac{24da}{100}\right) - 1 \right] =$$

$$= 100 \left[1 + \frac{12da}{100} + \frac{da}{100} + \frac{12da^2}{100^2} + \frac{24da}{100} + \frac{12 \cdot 24 \cdot da^2}{100^2} + \frac{24da^2}{100^2} + \frac{12 \cdot 24 \cdot da^3}{100^3} - 1 \right]$$

y dado que "da" es muy pequeño, podemos despreciar todos los términos en da^2 y da^3 , con lo queda:

$$20 = 100 \left(\frac{37}{100} da \right), \text{ o sea expresadas en tanto por uno:}$$

$$da = 0,0054$$

$$dr = 0,0648$$

$$dt = 0,1296$$

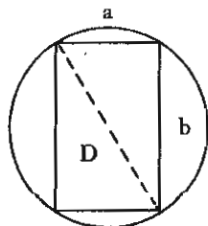
14. Se dispone de un tronco de madera, perfectamente cilíndrico de D cm de diámetro. Su resistencia a tracción y compresión es 1000 Kg/cm^2

De este tronco se quiere obtener una pieza prismática de sección rectangular para resistir a flexión, apoyada en sus extremos una carga puntual, centrada, de 20 tn. Se pide:

1) Deducir las dimensiones de la sección para que la luz sea máxima, supuesto un coeficiente de seguridad 2 y sin considerar el índice tecnológico de la madera.

2) Calcular el valor de dicha luz máxima.

Solución



1) Sea M el momento en la sección central, que por ahora suponemos constante y conocido:

$$\sigma = \frac{MV}{I} = \frac{M \cdot \frac{b}{2}}{\frac{1}{12} ab^3} = \frac{6M}{ab^2} \quad (1)$$

Para M constante queremos que σ sea mínimo, para lo que ab^2 debe ser máximo; por tanto, se trata de hallar el máximo de la función:

$$F = ab^2 \quad \text{pero, de la figura}$$

$$b^2 = D^2 - a^2 \quad \text{o sea,}$$

$$F = a(D^2 - a^2) = aD^2 - a^3 \quad \text{derivando,}$$

$$F' = D^2 - 3a^2 \quad \text{igualando a cero}$$

$$a = \frac{D}{\sqrt{3}} \text{ cm.} \quad \text{y por tanto}$$

$$b = \sqrt{D^2 - a^2} = D\sqrt{\frac{2}{3}} \text{ cm}$$

2) Volviendo a (1) e igualando a la máxima tensión admisible:

$$1000 = \frac{6M}{ab^2}$$

o sea, el máximo momento que una sección de esa madera puede resistir es

$$M = \frac{1000}{6} ab^2 \text{ cm} \cdot \text{Kg}$$

y como para carga centrada

$$M = \frac{PL}{4}$$

en nuestro caso

$$\frac{20000 \cdot L}{4} = \frac{1000}{6} ab^2$$

o sea

$$L = \frac{5}{6} ab^2$$

es decir

$$L_{\max} = \frac{5}{6} \cdot \frac{D}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2}{3} D^2 = \frac{5}{9\sqrt{3}} \cdot D^3 \text{ cm}$$

15. Un trozo de madera, con 25% de humedad, se deseca paulatinamente hasta eliminar el agua no combinada. Durante este proceso el peso específico aparente de la madera ha permanecido invariable. Se pide averiguar el color de la madera.

Solución

Vemos en el ábaco de Köllman que el único peso específico aparente que se mantiene constante desde 25% de humedad hasta 0% es el de 1,2 Kg/dm³.

En la tabla de la pág. 40 del tomo "Madera y Corcho", de F. Arredondo vemos que el único tipo de madera con peso específico al aire de 1,2 Kg/dm³ es el ébano. Por tanto, la madera es de color negro.

Problemas propuestos

1. Determinada probeta, de dimensiones 5 x 5 x 8 cm, pesa 130 gr y secada al estado anhidro mide 4,8 x 4,9 x 7,9 cm y un peso de 95 gr. Hallar: 1) Humedad referida al peso húmedo. 2) Humedad referida al peso seco. 3) Deformaciones radial, axial y volumétrica tomando como base el peso anhidro. 4) Coeficiente de contracción volumétrica. 5) Clasificar esa madera por su contracción.

SOLUCION: 1) $H_h = 26,92\%$.

2) $H_s = 36,84\%$.

3) $d_r = 4,17\%$, $d_x = 2,04\%$, $d_v = 1,27\%$, $d_v = 7,64\%$.

4) $v = 0,207\%$.

5) Madera de débil contracción.

2. Determinada pieza de madera de forma cúbica y lado 20 cm se mantiene en aire a temperatura constante de 35°C y humedad absoluta de 0,025 atm.

Se desea conocer la humedad de la pieza en la superficie y la humedad a una distancia de 2,5 cm de la superficie, en el supuesto de que la humedad en el interior sea de 40%. Determinéase asimismo, la humedad media. Indíquese si el estado de secado puede considerarse como apropiado. Siendo la presión de saturación para 35° = 42,2 mm de Hg.

SOLUCION: $H_s = H_i = 8,5\%$.

$$H_{2,5} = 22,28\%.$$

$$H_m = 29,50\%.$$

Mal secado.

3. Determinéense las cotas específica y estática de calidad de una madera que tiene una resistencia a la compresión de 55 Tm/dm² y un peso específico aparente de 0,897 Kg/dm³.

SOLUCION: $S_p = 6,83$.

$$S_t = 6,13.$$

4. El peso específico de una madera es 1,05 gr/cc. Hallar su porosidad sabiendo que el volumenómetro lleno de mercurio pesa 1,68 Kg, que el peso de la muestra es 15 gr, y que el volumenómetro y el mercurio después de retirar la muestra pesan 1,2 Kg.

SOLUCION: Porosidad = 59,52%.

5. Se tiene una probeta de madera que en seco pesa 50 gr. Su densidad real es 1,36 gr/cc, y su densidad aparente 0,8 gr/cc. Hallar la máxima humedad que puede tener sabiendo que todos los poros son abiertos.

SOLUCION: 50,92% del peso seco.

6. Una muestra de madera finamente dividida de 50 gr se introduce en un matraz con xilol, tras lo cual se destila la mezcla durante varias horas recogiendo en el colector de destilado una mezcla xilol-agua con 1,5 ml. de esta última.

Determinéase la humedad de la madera referida al estado seco.

SOLUCION: $H_s = 3,093\%$.

7. En la determinación de la dureza de una probeta de madera por el método Monnin, la huella tiene un ancho de 20 mm. Determinar la dureza.

SOLUCION: 0,262 mm⁻¹.

Capítulo 9

Materiales bituminosos

Podemos dividir en dos grupos generales los tipos de ejercicios que pueden presentarse con materiales bituminosos.

- 1) Basados en ensayos de laboratorio.
- 2) Relacionados con los pavimentos de carreteras.

Estudiemos ambos.

EJERCICIOS BASADOS EN ENSAYOS DE LABORATORIO

Bastará, en cada caso, aplicar las especificaciones de la Norma correspondiente. El único ensayo que vamos a comentar es el de densidad, y varía según que sea un líquido o un producto viscoso el material a ensayar. En ambos casos se emplea un picnómetro. Si el material bituminoso es líquido, se llena el picnómetro hasta el enrase y si:

P_1 = Peso del picnómetro.

P_2 = Peso del picnómetro y el líquido.

V = Volumen del picnómetro.

la densidad es:

$$D = \frac{P_2 - P_1}{V}$$

Si el material bituminoso es viscoso, resulta difícil enrasar, por lo que el picnómetro se llena sólo a medias y se completa, hasta enrasar, con agua. Si llamamos:



= P_1 = Peso del picnómetro.



= P_2 = Peso del picnómetro más la muestra.



= P_3 = Peso del picnómetro, más la muestra, más el agua.

$V =$ Volumen del picnómetro.

La densidad es:

$$D = \frac{\text{Peso de la muestra}}{\text{Volumen de la muestra}}$$

Pero:

$$P_2 - P_1 = \text{[Diagrama: un recipiente con líquido] - [un recipiente vacío]} = \text{[Diagrama: un recipiente con líquido]} = \text{Peso de la muestra.}$$

$$P_3 - P_2 = \text{[Diagrama: un recipiente con líquido] - [un recipiente con líquido]} = \text{[Diagrama: un recipiente con líquido]} = \text{Volumen de agua.}$$

y $V = \text{Volumen de agua} = \text{Volumen de la muestra.}$

Por tanto:

$$D = \frac{P_2 - P_1}{V - (P_3 - P_2)}$$

V puede conocerse o determinarse llenando con agua y pesando el picnómetro vacío y lleno. Veamos algunos ejercicios sobre densidades y otros ensayos (véanse ejercicios 1 a 4).

PAVIMENTOS PARA CARRETERAS

Pueden ser de cuatro tipos principales: *Suelos estabilizados, riegos profundos, riegos superficiales y hormigones bituminosos*. Los más frecuentes son los dos últimos, y a ellos nos vamos a referir.

Riegos superficiales

Un riego superficial consiste en repartir betún (fluidificado o no) sobre la superficie a tratar e inmediatamente añadir gravilla que, tras ser sometida a un apisonado, quede trabada por aquél. Con objeto de mejorar el reparto del betún es conveniente rebajar su viscosidad; esto se logra bien sea calentando o bien empleando betunes fluidificados.

Puede darse sólo una capa de tratamiento o varias (generalmente no pasan de tres), según la intensidad del tráfico. En cada tratamiento, el árido (en volumen de conjunto) que hay que emplear viene dado por la fórmula de Hveem:

$$V = d_m - \frac{d_m^2}{100} + R$$

Donde:

$V =$ Volumen de conjunto por metro cuadrado (litros).

$d_m =$ Semisuma de los tamaños máximo y mínimo del árido (mm).

$R =$ Coeficiente que varía de 1 si $d_m = 5$ mm a 1,5 si $d_m = 20$ mm.

Además, el tamaño mínimo del árido no debe ser inferior a 0,6 del tamaño máximo. Un Kg de betún fija de 10 a 12 litros de árido (gravilla). Un betún fluidificado o emulsión liga de 12 a 14 litros de gravilla por Kg real de betún que contenga.

HORMIGONES ASFÁLTICOS

Podemos definir un hormigón asfáltico como la mezcla de áridos de diferentes tamaños y un betún. Esta mezcla puede hacerse en caliente o en frío. Generalmente se mezcla en caliente, en instalaciones adecuadas que se denominan "plantas asfálticas".

Los áridos deben cumplir ciertas condiciones, igual que ocurría en hormigones de cementos hidráulicos. Entre estas condiciones destaca la composición granulométrica.

Todas las Normas marcan, para cada tipo de hormigón, los límites en que debe estar comprendido el porcentaje que pasa por cada tamiz de la serie que se emplea (Ver "Manual del Asfalto", "Normas ASTM", etc.). Esto equivale a obligar que la curva granulométrica del árido conjunto esté comprendida entre dos curvas prefijadas (obsérvese la diferencia con los métodos de Fuller y Bolomey para homígones hidráulicos).

Para fijar la cantidad de betún, Duriez ("Nouveau traite de Materiaux de Construction") da la siguiente fórmula:

$$p = M \sqrt[3]{S}$$

Donde:

p = Tanto por ciento (peso) de aglomerantes respecto al peso total de áridos.

S = Superficie específica de los áridos en m^2/Kg .

M = Coeficiente que varía de 3,75 a 4,25 según el tipo de tráfico (carreteras de tráfico intenso a aeropuertos).

S puede calcularse mediante la siguiente fórmula:

$$100 S = 0,17 G + 0,33 g + 2,30 A + 12 a + 135 f$$

Donde:

G = % de gravilla de tamaño superior a 10 mm. *3/8 -*

g = % de gravilla tamaño entre 5 y 10 mm. *Nº 4 - 3/8*

A = % de arena gruesa (0,315 a 5 mm). *Nº 50 - Nº 4*

a = % de arena fina (0,080 a 0,315 mm). *Nº 200 - Nº 50*

f = % de filler (menor de 0,080 mm). *pass 200*

Problemas resueltos

1. Para determinar la densidad de una gasolina se dispone de un picnómetro, que vacío pesa 50 gr y lleno de agua, 580 gr. Lleno el picnómetro con la gasolina ensayada, el peso del conjunto es 421 gr. ¿Cuál es la densidad de esa gasolina?

Solución

$$\text{Volumen del picnómetro} = V = 580 - 50 = 530 \text{ cm}^3$$

$$\text{Peso de la gasolina} = 421 - 50 = 371 \text{ gr}$$

$$D = 371/530 = 0,7 \text{ gr/cm}^3$$

2. Con el mismo picnómetro que en el ejercicio anterior, se quiere determinar la densidad de un betún asfáltico de penetración 40-50. Para ello se vierte cierta cantidad de ese betún en el picnómetro (sin llegar a enrasar); el conjunto pesa 258 gr. Se añade agua hasta enrasar, pesando nuevamente y obteniéndose en esta nueva medida 585,5 gr. Se pide hallar la densidad de ese betún.

Solución

$$\text{Peso del picnómetro} = 50 \text{ gr.}$$

$$V = 530 \text{ cm}^3 \text{ (ambos valores son del ejercicio anterior).}$$

$$\text{Peso de agua añadida} = 585,5 - 258 = 327,5 \text{ gr.}$$

$$\text{Volumen del agua añadida} = 327,5 \text{ cm}^3.$$

$$\text{Volumen del betún} = 530 - 327,5 = 202,5 \text{ cm}^3.$$

$$\text{Peso del betún} = 258 - 50 = 208 \text{ gr.}$$

$$D = 208/202,5 = 1,03 \text{ gr/cm}^3.$$

3. Se ensaya en un viscosímetro Engler un aceite, que fluye por el orificio a razón de 1,1 litros cada minuto. A 25°C el agua fluye a razón de 2 litros cada minuto. Determinése la viscosidad del aceite.

Solución

Según las normas, la viscosidad, en grados Engler, es:

$$V = \frac{\text{Segundos para que fluyan } 50 \text{ cm}^3 \text{ del producto (a la temperatura del ensayo)}}{\text{segundos para que fluyan } 50 \text{ cm}^3 \text{ de agua a } 25^\circ\text{C}}$$

En nuestro caso:

$$1.100 \text{ cm}^3 \dots\dots\dots 60$$

$$50 \dots\dots\dots X$$

De donde $X = 3.000/1.100 = 3/1,1$

$$2000 \text{ cm}^3 \dots\dots\dots 60$$

$$50 \dots\dots\dots Y$$

De donde $Y = 3/2$; por tanto,

$$V = \frac{3/1,1}{3/2} = 2/1,1 = 1,82 \text{ grados Engler.}$$

4. 250 cm³ de un betún de penetración 85-100, ensayando a 135°C en un viscosímetro Saybolt-Furol, tardan en fluir a través del orificio 354 segundos. Hallar la viscosidad de ese betún.

Solución

$$250 \dots\dots\dots 354$$

$$60 \dots\dots\dots X$$

$$X = \frac{60 \cdot 354}{250} = 85 \text{ segundos; o sea, la viscosidad es 85 S.S.F.}$$

5. Para un tratamiento superficial monocapa se pretende emplear una gravilla cuyos tamaños de granos oscilan entre 5 y 7 mm. El ligante a emplear será un cut-back MC — 3, cuyo contenido en betún es 70% en peso. Se desea saber las cantidades de cut-back y gravilla necesarias por metro lineal de camino si éste tiene 7 m de anchura.

Solución

$$d_m = \frac{5 + 7}{2} = 6 \text{ mm}$$

En nuestro caso podemos suponer $R = 1$

$$V = 6 - \frac{36}{100} + R = 6 - \frac{36}{100} + 1 = 6 - 0,36 + 1 = 6,64 \text{ litros.}$$

En 1 Kg de cut-back hay 0,7 Kg de betún. Como es fluidificado, suponemos que 1 Kg de betún real liga 13 litros de gravilla; por tanto, 0,7 Kg de betún real, es decir 1 Kg de cut-back fijará $13 \cdot 0,7 = 9,1$ litros de gravilla. Luego:

$$9,1 \dots\dots\dots 1$$

$$X = 0,73 \text{ Kg de cut-back por m}^2.$$

$$6,64 \dots\dots\dots X$$

Y por metro lineal:

$$7 \cdot 0,73 = 5,11 \text{ Kg de cut-back.}$$

$$7 \cdot 6,64 = 46,48 \text{ litros de gravilla.}$$

6. Un hormigón bituminoso está compuesto por:

30% de gravilla de tamaño entre 10 y 20 mm.

10% de gravilla 5/10 mm.

40% de arena 0,315/5 mm.

12% de arena 0,08/0,315 mm.

8% de filler.

Con él se desea construir una pista de aeropuerto. Hallar el peso de betún que debe emplearse, referido al peso total de los áridos.

Solución

Por ser pista de aeropuertos, $M = 4,25$.

$$S = 0,17 \cdot 0,3 + 0,33 \cdot 0,1 + 2,3 \cdot 0,4 + 12 \cdot 0,12 + 135 \cdot 0,08 = 13,244 \text{ m}^3/\text{Kg}$$

Por tanto:

$$p = 4,25 \sqrt[5]{13,244} = 7,127\%$$

En libros especializados (Duriez, "*Nouveau Traité de Matériaux de Construction*") existen tablas que dan directamente la raíz quinta de S.

Problemas propuestos

1. Un aceite lubricante a 43°C fluye por el orificio del viscosímetro Engler a razón de 1 litro por minuto. A temperatura de 25°C el agua fluye por el mismo orificio a razón de 2 litros por segundo. Determinar la viscosidad del aceite en grados Engler.

SOLUCION: $V_E = 120$.

2. Para determinar la densidad de una emulsión, se llena con ella hasta el enrase un picnómetro cuya capacidad es 125 cm³. El picnómetro vacío pesa 40 gr, y lleno de emulsión 151,3 gr. Determinése su densidad.

SOLUCION: $D = 1,113 \text{ gr/cm}^3$.

3. Para determinar la densidad de un producto asfáltico, se toma un picnómetro cuyo peso en vacío es 40 gr, y cuyo volumen es 100 cm³. Se introduce una muestra de betún en el picnómetro y se pesa dando un peso de 61,7 gr; se llena el picnómetro hasta enrase con un líquido de densidad 0,9 gr/cm³ y se pesa de nuevo, obteniendo un peso de 130,2 gr. Determinése el peso específico del betún.

SOLUCION: $D = 0,908$.

4. Para la construcción de cierta carretera se precisan 8.900 tn de mezcla bituminosa fabricada con un árido cuyo tamaño máximo es 20 mm y cuya granulometría se ajusta perfectamente a la curva de Füllcr; determinar la cantidad necesaria de betún.

SOLUCION: 500 tm.

5. Para un tratamiento superficial monocapa se pretende emplear una gravilla cuyos tamaños de grano oscilan entre 5 y 7,5 mm. El ligante a emplear será un cut-back cuyo contenido en betún es 72% en peso. Se desea saber las cantidades de cut-back y gravilla necesarias para construir 2,5 Km de camino de 6 m de anchura.

SOLUCION: 10,59 tm de cut-back y 99,150 m³ de gravilla.

INDICE

- Absorción específica, 158
- Abrasión, 3
- Acidos orgánicos, 113
- Aguas agresivas, 113
- Agua, combinada, 193
 - de constitución, 193
 - de saturación, 193
 - libre, 193
- Agujas de Le Chatelier, 46
- Alargamiento, 168
 - localizado, 164
 - plástico, 169
 - uniforme, 169
- Alcalis, 55
- Alcoholes, 113
- Algez, 20
- Aluminatos, 55
- Aluminato, ferrito tetracálcico, 55
 - tricálcico, 55
- Aluminio, 21
- Amonio, 113
- Anhidrita, 20
- Arcilla, 54
- Aridos machacados, 112
- Arredondo, F., 109
- Atmósferas agresivas, 112
- Azúcares, 113
-
- Betún, 217
- Bogue, 56
- Bolomey, 107
-
- Cal, aérea, 45
 - hidráulica, 45
- Cales, grasas, 45
 - magras, 45
- Caliza, 54
- Catalizador, 20
- C.E.B., 112
- Cemento, 54
 - aluminoso, 55
 - Ferrari, 65
 - Portland, 55
 - puzolánico, 65
 - siderúrgico, 55
- Cerámica, 158
- Clinker, 55
- Coefficiente volumétrico, 104
- Comité Europeo del Hormigón, 112
- Compacidad, 2, 104
- Composición, centesimal, 55
 - de laboratorio, 21
 - potencial, 55, 57
 - real, 21
- Cota de calidad, 197
 - estática de calidad, 197
- Cuello de estricción, 169
- Curva granulométrica, 105, 217
-
- Deformaciones remanentes, 169
- Densidades, 1
- Densidad, de conjunto, 103
 - aparente, 2
 - real, 2
- Dosificación, de crudos, 59, 64
 - de hormigones, 107
 - tipo, 107
- Duriez, 217
-
- Eckel, 61
- Ensayo, a la flexión, 4
 - de abrasión, 4
 - de compresión, 4
- Escalón de relajamiento, 169
- Escayola, 20
- Estricción, 170
- Eutéctico, 173
-
- Fenoles, 113
- Fórmula, de Bogue, 56
 - de Eckel, 61
 - de Haller, 158
 - de Hveem, 207
- Füller, 107
-
- Gessner, 107
- Glicerina, 113
- Granulométrica, 105
- Grun, 61
-
- Haller, 158
- Hans Kühl, 60
- Hooke, 169
-
- Módulo, de fundentes, 60
 - de elasticidad transversal, 170
 - granulométrico, 107

INDICE

hidráulico, 60
sílico, 60
Morteros de yeso, 27

Nitratos, 113
Nitritos, 113

Oquedad, 104
Óxido de hierro, 21

Parábola de Gessner, 107
Pérdida al fuego, 55
Peso del picnómetro, 206
Picnómetro, 2
Poder aglomerante, 21
Porcentaje, parcial, 105
 retenido, 105
Porosidad, 2
 absoluta, 2
 relativa, 2
Porosidades, 103
Portland, blaneo, 65
 ferrico, 65
Probeta, 168
Probetas, 107
Propiedades del cemento, 55

Regla de carbonatos, 59
Resistencia, a la compresión, 4
 a la tracción, 4
 de un muro, 158
 mecánica, 3

Riegos, profundos, 207
 superficiales, 207

Saturación en cal, 60
Sección media, 168
Silicato, bicálcico, 55
 tricálcico, 55
Silicatos, 55
Sílice, 23
Sin dosificar, 55
Suelos estabilizados, 207

Tamiz, 104
Tensión, de rotura, 169
 última, 169
Tracción, 168
Trómel, 161

Vicat, 45
Volumen, absoluto, 104
 aparente, 1
 elemental del árido, 203
 del picnómetro, 206
 real, 104
 relativo, 104

Yesos, 20
Yeso, cernido, 21
 blanco, 21
 derrhidrato, 20
 dihidrato, 20
 negro, 21
 poco cocido, 21
 sobrecocido, 21

LIBROS SERIE SCHAUUM PUBLICADOS EN ESPAÑOL

ALGEBRA ELEMENTAL

2700 Problemas Resueltos

Por Barnett Rich, Ph.D.,

Jefe del Depto. de Matemáticas, Brooklyn Tech. H. S.

ALGEBRA LINEAL

600 Problemas Resueltos

Por Seymour Lipschutz, Ph. D.,

Profesor Asociado de Matemáticas, Temple University

ALGEBRA MODERNA

425 Problemas Resueltos

Por Frank Ayres, Jr., Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, Dickinson College

ALGEBRA SUPERIOR

1940 Problemas Resueltos

Por Murray R. Spiegel, Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, Rensselaer Polytech. Inst.

ANÁLISIS NUMÉRICO

775 Problemas Resueltos

Por Francis Scheid, Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, Boston University

ANÁLISIS VECTORIAL

480 Problemas Resueltos

Por Murray R. Spiegel, Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, Rensselaer Polytech. Inst.

CÁLCULO DIFERENCIAL

1175 Problemas Resueltos

Por Frank Ayres, Jr., Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, Dickinson College

CÁLCULO SUPERIOR

925 Problemas Resueltos

Por Murray R. Spiegel, Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, Rensselaer Polytech. Inst.

CIRCUITOS ELÉCTRICOS

350 Problemas Resueltos

Por Joseph A. Edminister, M.S.E.E.,

Profesor Asociado de Ingeniería Electromecánica, University of Akron

CIRCUITOS ELECTRÓNICOS

160 Problemas Resueltos

Por Edwin C. Lowenberg, Ph.D.,

Profesor de Ingeniería Eléctrica, University of Nebraska

DINÁMICA DE LAGRANGE

275 Problemas Resueltos

Por D. A. Wells, Ph.D.,

Profesor de Física, University of Cincinnati

DINÁMICA DE LOS FLUIDOS

100 Problemas Resueltos

Por William F. Hughes, Ph.D.,

Profesor de Ingeniería Mecánica, Pennsylvania State U.

DISEÑO DE MÁQUINAS

320 Problemas Resueltos

Por Hall, Holowenko, Laughlin

Profesores de Ingeniería Mecánica, Purdue University

CIENCIAS DE LA INGENIERÍA

1400 Ecuaciones Básicas

Por W. F. Hughes, E. W. Gaylord, Ph.D.,

Profesores de Ing., Mec., Carnegie Inst. of Tech.

ECUACIONES DIFERENCIALES

560 Problemas Resueltos

Por Frank Ayres, Jr., Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, Dickinson College

ESTADÍSTICA

875 Problemas Resueltos

Por Murray R. Spiegel, Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, Rensselaer Polytech. Inst.

FÍSICA GENERAL

625 Problemas Resueltos

Por Carel W. van der Merwe, Ph.D.,

Profesor de Física, New York University

FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS SUPERIORES

1850 Problemas Resueltos

Por Frank Ayres, Jr., Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, Dickinson College

GENÉTICA

500 Problemas Resueltos

Por William D. Stansfield, Ph.D.,

Depo. de Ciencias Biológicas, Calif. State Polytech.

GEOMETRÍA ANALÍTICA

345 Problemas Resueltos

Por Joseph H. Kindle, Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, University of Cincinnati

GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

175 Problemas Resueltos

Por Minor C. Hawk

Jefe Departamento de Ingeniería Gráfica, Carnegie Inst. of Tech.

GEOMETRÍA DIFERENCIAL

500 Problemas Resueltos

Por Martin Lipschutz, Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, University of Bridgeport

GEOMETRÍA PLANA

850 Problemas Resueltos

Por Barnett Rich, Ph.D.,

Jefe del Depto. de Matemáticas, Brooklyn Tech. H. S.

GEOMETRÍA PROYECTIVA

200 Problemas Resueltos

Por Frank Ayres, Jr., Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, Dickinson College

INTRODUCCIÓN A LA CIENCIA DE LAS COMPUTADORAS

300 Problemas Resueltos

Por Francis Scheid, Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, Boston University

LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

155 Problemas Resueltos

Por R. A. Chipman, Ph.D.,

Profesor de Ingeniería Eléctrica, University of Toledo

MANUAL DE FÓRMULAS Y TABLAS MATEMÁTICAS

2400 Fórmulas y 60 Tablas

Por Murray R. Spiegel, Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, Rensselaer Polytech. Inst.

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

500 Problemas Resueltos

Por Frank Ayres, Jr., Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, Dickinson College

MATEMÁTICAS FINITAS

750 Problemas Resueltos

Por Seymour Lipschutz, Ph.D.,

Profesor Asoc. de Matemáticas, Temple University

MÁTRICES

340 Problemas Resueltos

Por Frank Ayres, Jr., Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, Dickinson College

MECÁNICA DE LOS FLUIDOS E HIDRÁULICA

475 Problemas Resueltos

Por Randal V. Giles, B. S., M.S. in C.E.,

Profesor de Ingeniería Civil, Drexel Inst. of Tech.

MECÁNICA TÉCNICA

460 Problemas Resueltos

Por W.E. McLean, B.S. in E.E., M.S.,

Profesor de Mecánica, Lafayette College

y E.W. Nelson, B.S. in M.E., M. Adm. E.,

Ingeniero Supervisor, Western Electric Co.

PROBABILIDAD

500 Problemas Resueltos

Por Seymour Lipschutz, Ph.D.,

Profesor Asociado de Matemáticas, Temple University

QUÍMICA GENERAL

385 Problemas Resueltos

Por Jerome L. Rosenberg, Ph.D.,

Profesor de Química, University of Pittsburgh

RESISTENCIA DE MATERIALES

430 Problemas Resueltos

Por William A. Nash, Ph.D.,

Profesor de Ingeniería Mecánica, University of Florida

RETROALIMENTACIÓN Y SISTEMAS DE CONTROL

680 Problemas Resueltos

Por J.J. Distefano III, A.R. Stubberud,

I.J. Williams, Ph.D.,

Departamento de Ingeniería, University of Calif., et L. A.

TEORÍA DE CONJUNTOS

530 Problemas Resueltos

Por Seymour Lipschutz, Ph.D.

Profesor Asociado de Matemáticas, Temple University

TEORÍA DE GRUPOS

600 Problemas Resueltos

Por B. Baumslag, B. Chandler, Ph.D.,

Departamento de Matemáticas, New York University

TOPOLOGÍA GENERAL

650 Problemas Resueltos

Por Seymour Lipschutz, Ph.D.,

Profesor Asociado de Matemáticas, Temple University

TRANSFORMADAS DE LAPLACE

450 Problemas Resueltos

Por Murray R. Spiegel, Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, Rensselaer Polytech. Inst.

TRIGONOMETRÍA

680 Problemas Resueltos

Por Frank Ayres, Jr., Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, Dickinson College

VARIABLE COMPLEJA

640 Problemas Resueltos

Por Murray R. Spiegel, Ph.D.,

Profesor de Matemáticas, Rensselaer Polytech. Inst.

VIBRACIONES MECÁNICAS

225 Problemas Resueltos

Por William W. Seto, B.S. in M.E., M.S.,

Profesor Asociado de Ingeniería Mecánica,

San José State College

LIBROS DE LA SERIE SCHAUM PUBLICADOS
EN ESPAÑOL

Acústica
Álgebra elemental
Álgebra elemental moderna
Álgebra lineal
Álgebra superior
Análisis estructural
Análisis estructural avanzado
Análisis de Fourier
Análisis numérico
Análisis vectorial
Cálculo diferencial e integral
Cálculo superior
Ciencias de las computadoras
Ciencias físicas
Circuitos eléctricos
Circuitos electrónicos
Contabilidad I
Contabilidad II
Contabilidad intermedia I (en prensa)
Contabilidad intermedia II (en prensa)
Contabilidad de costos (en prensa)
Dinámica de los fluidos
Dinámica de Lagrange
Diseño de concreto armado
Diseño de máquinas
Economía internacional (en prensa)
Ecuaciones básicas de las ciencias
de la ingeniería
Ecuaciones diferenciales
Ecuaciones diferenciales modernas
Espacio de estado y sistema lineal
Estadística
Física general
Fundamentos de matemáticas superiores
Genética
Geometría analítica
Geometría descriptiva
Geometría diferencial
Geometría plana
Geometría proyectiva
Líneas de transmisión
Macroeconomía
Manual de fórmulas matemáticas
Matemáticas aplicadas a ciencia y
tecnología
Matemáticas financieras
Matemáticas finitas
Matemáticas superiores para ingenieros
y científicos
Materiales de construcción
Matrices
Mecánica de los fluidos e hidráulica
Mecánica del medio continuo
Mecánica técnica
Mecánica teórica
Métodos cuantitativos para administración
de empresas (en prensa)
Macroeconomía
Microeconomía
Óptica
Probabilidad
Probabilidad y estadística con cálculo
Programación BASIC
Química física (en prensa)
Química general
Resistencia de materiales
Retroalimentación y sistemas de control
Teoría de conjuntos y temas afines
Teoría de grupos
Termodinámica
Topología
Transformadas de Laplace
Trigonometría
Variables complejas
Variables reales
Vibraciones mecánicas

